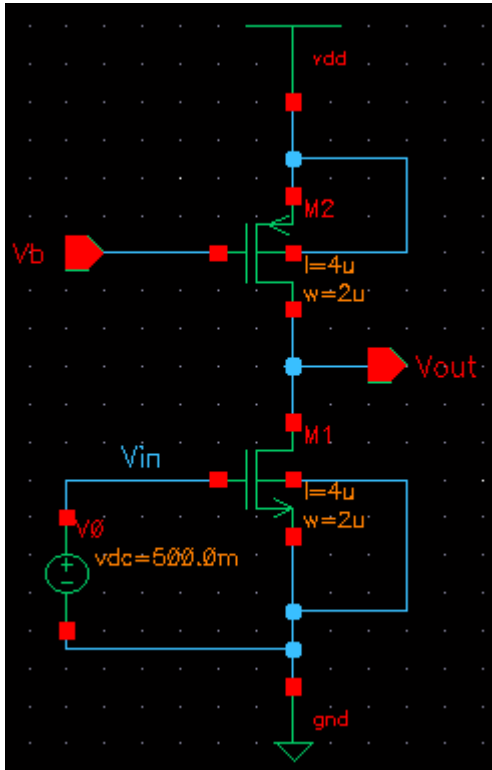


1.

(a)

✓ Schematic:



✓ Specification:

M1	W=2um ; L=4um ; m=1
M2	W=2um ; L=4um ; m=1
Vb	DC=0.96126V
Vin	DC=0.5V ; AC=1V

✓ Comment:

利用.tf 來看 small signal gain，可以從.lis 檔得到下圖， $gain = -132.1207$ ，大於 120，符合題目要求。

```

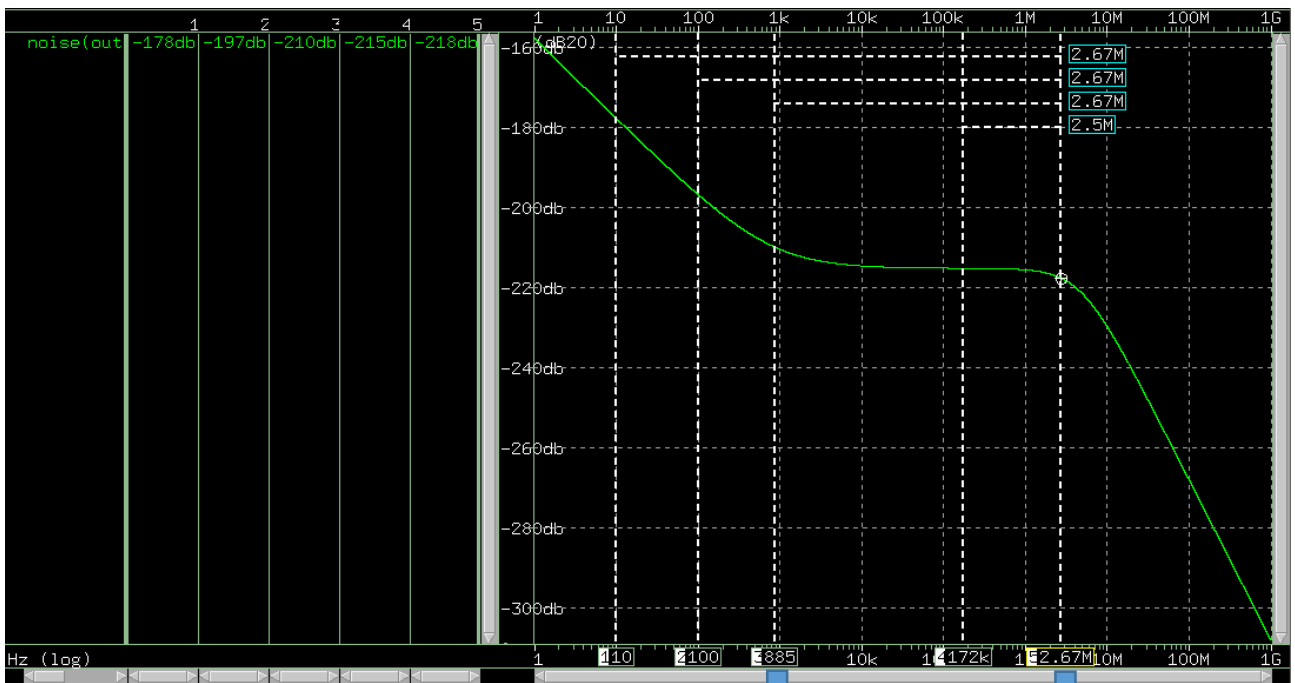
****      small-signal transfer characteristics
v(vout)/vin      = -132.1207
input resistance at vin      = 1.000e+20
output resistance at v(vout) = 6.5049x
    
```

利用.OP，可以看到所有 MOS 都維持在 saturation，且 cgtot、cstot、cdtot、cbtot 都小於 100fF，符合題目要求。

```
**** mosfets

subckt
element 0:m1 0:m2
model 0:n 18.1 0:p 18.1
region Saturati Saturati
id 1.9540u -1.9540u
ibs -4.346e-22 2.670e-22
ibd -213.9632a 105.0502a
vgs 500.0000m -838.7400m
vds 1.0006 -799.4220m
vbs 0. 0.
vth 335.1818m -472.0090m
vdsat 152.7385m -324.5807m
vod 164.8182m -366.7310m
beta 149.8847u 32.6789u
gam eff 507.4460m 557.0846m
gm 20.3114u 9.6569u
gds 127.5452n 26.1840n
qmb 3.9694u 3.1251u
cdtot 2.6354f 2.4576f
cgtot 52.9193f 50.9515f
cstot 55.2979f 58.0484f
cbtot 17.8936f 20.3318f
cgs 47.8190f 46.5343f
cgd 648.4265a 757.9950a
```

Output noise spectrum :



I. Find corner frequency :

Corner frequency Thermal noise pole

Output noise 在低頻是被 Flicker noise dominate，在高頻則是被 Thermal noise dominate，corner frequency 是 flicker noise 漸近線和 thermal noise 漸進線的交點，因此我先找到 flicker noise 的漸近線，可以從 output noise spectrum 頻率為 10 和 100 的

點來找到此漸近線為

$$n_f = \frac{(-197) - (-178)}{\log 100 - \log 10} f_f + K$$

Where  $n_f$  is the noise measured in dB, and  $f_f$  is the frequency(log scale), and K is a constant.

代入點 (log100, -197) 可以解出K = -159，所以 Flicker noise 的漸近線可以化簡成

$$n_f = -19f_f - 159$$

接著，從圖形可以看出 Thermal noise 的漸近線是一條水平線，可以寫成

$$n_t = -215$$

Where  $n_t$  is the noise measured in dB .

最後，找此兩條漸近線的交點，可以得到

$$\text{corner frequency} \approx 2.947(\log \text{ scale}) \approx 885.87\text{Hz}$$

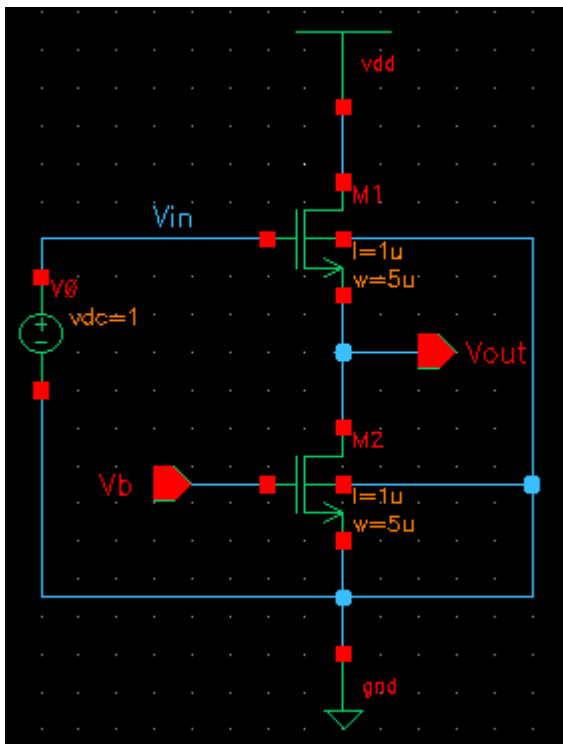
II. Find pole of thermal noise :

從圖形可以看到在更高頻時，Thermal noise 不會維持 -215dB 的定值，而是會在某一頻率後急遽下降，我找到比 -215dB 少 3dB 的點當作 Thermal noise pole，也就是頻率等於 2.67MHz 時，可以得到

$$\text{Thermal noise pole} = 2.67\text{MHz} \times 2\pi \approx 16.776\text{Mrad/s}$$

(b)

✓ Schematic:



✓ Specification:

M1	W=5um ; L=2um ; m=1
M2	W=5um ; L=2um ; m=1
Vb	DC=0.42V
Vin	DC=1V ; AC=1V



I. Find corner frequency :

Output noise 在低頻是被 Flicker noise dominate，在高頻則是被 Thermal noise dominate，corner frequency 是 flicker noise 漸近線和 thermal noise 漸進線的交點，因此我先找到 flicker noise 的漸近線，可以從 output noise spectrum 頻率為 10 和 100 的點來找到此漸近線為

$$n_f = \frac{(-284) - (-265)}{\log 100 - \log 10} f_f + K$$

Where  $n_f$  is the noise measured in dB, and  $f_f$  is the frequency(log scale), and K is a constant.

代入點 (log100, -284) 可以解出K = -246，所以 Flicker noise 的漸近線可以化簡成

$$n_f = -19f_f - 246$$

接著，從圖形可以看出 Thermal noise 的漸近線是一條水平線，可以寫成

$$n_t = -308$$

Where  $n_t$  is the noise measured in dB .

最後，找此兩條漸近線的交點，可以得到

$$\text{corner frequency} \approx 3.26(\log \text{ scale}) \approx 1832.98\text{Hz}$$

II. Find pole of thermal noise :

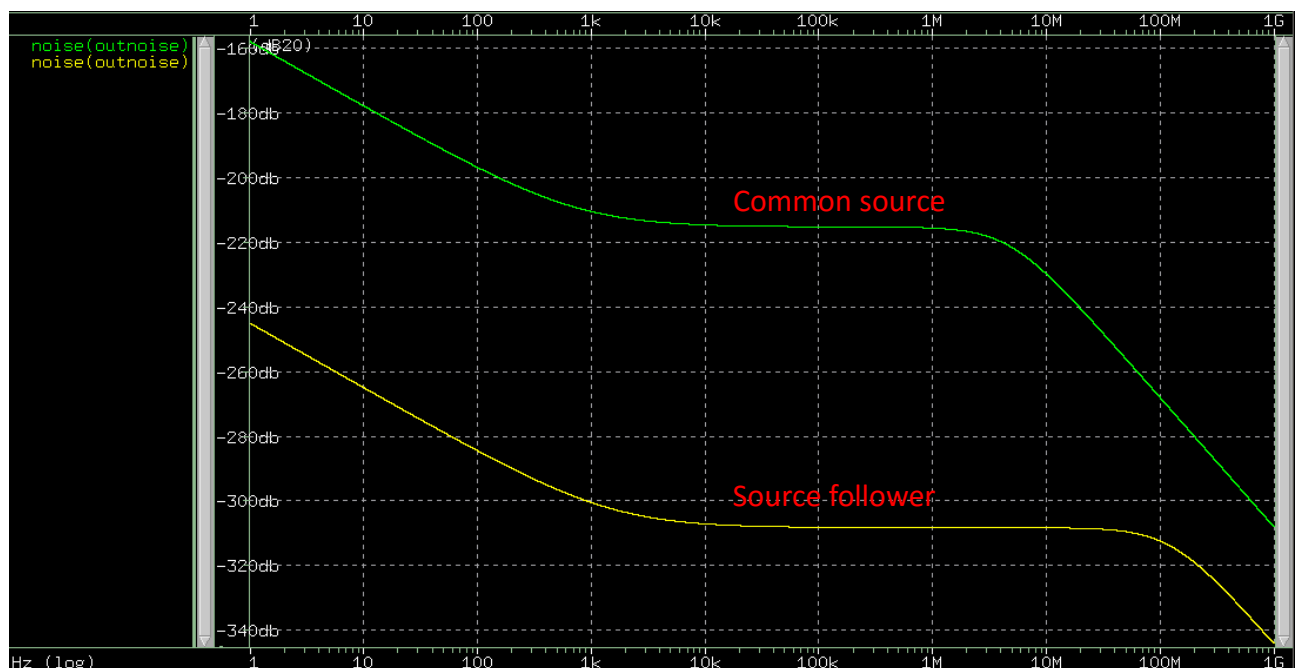
從圖形可以看到在更高頻時，Thermal noise 不會維持 -311dB 的定值，而是會在某一頻率後急遽下降，我找到比 -311dB 少 3dB 的點當作 Thermal noise pole，也就是頻率等於 241MHz 時，可以得到

$$\text{Thermal noise pole} = 75.9\text{MHz} \times 2\pi \approx 476.89\text{Mrad/s}$$

(c)

✓ **Comment:**

將(a)和(b)的 output noise spectrum 畫在一起，如下圖。



I. Flicker noise :

Output noise 在低頻是被 Flicker noise dominate，在高頻則是被 Thermal noise dominate，從圖形可以看出，common source 有較高的 flicker noise，這可以從 flicker noise 的公式來解釋。The flicker noise is modeled as a voltage source series with the gate:

$$\overline{v_n^2} = \frac{K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f}$$

假設在相同頻率時，noise 的大小與 W 和 L 的乘積有關，當 WL 乘積越大，則 flicker noise 越小，因此我計算了(a)和(b)小題 MOS 的 WL 乘積，如下：

Common source :

$$(WL)_{M1} = 2u \times 4u = 8p$$

$$(WL)_{M2} = 2u \times 4u = 8p$$

Source follower :

$$(WL)_{M1} = 5u \times 2u = 10p$$

$$(WL)_{M2} = 5u \times 2u = 10p$$

為了計算總共的 flicker noise，我可以把 M1 和 M2 的 flicker noise 相加，又因為 common source 的兩顆 MOS 的 WL 乘積都較 source follower 小，因此根據 model 的公式，我可以知道 common source 的 flicker noise 較大。

II. Thermal noise's pole :

從圖形可以看出，source follower 有較大的 thermal noise's pole，這是因為 thermal noise's pole 是被 gain 所決定的，我可以從 output pole 來看出 thermal noise's pole 的大小。Common source 的 output pole 可以表示成

$$\omega_{out} = \frac{1}{r_{o2}(C_{dtot1} + C_{dtot2})}$$

Source follower 的 output pole 可以表示成

$$\omega_{out} = \frac{1}{\frac{1}{g_{m1}}(C_{stot1} + C_{dtot2})}$$

從.lis 檔可以發現 common source 的  $C_{dtot1} + C_{dtot2} = 2.6354f + 2.4576f = 5.093f$ ，source follower 的  $C_{stot1} + C_{dtot2} = 67.2347f + 5.8374f = 73.0721f$ ，但又因

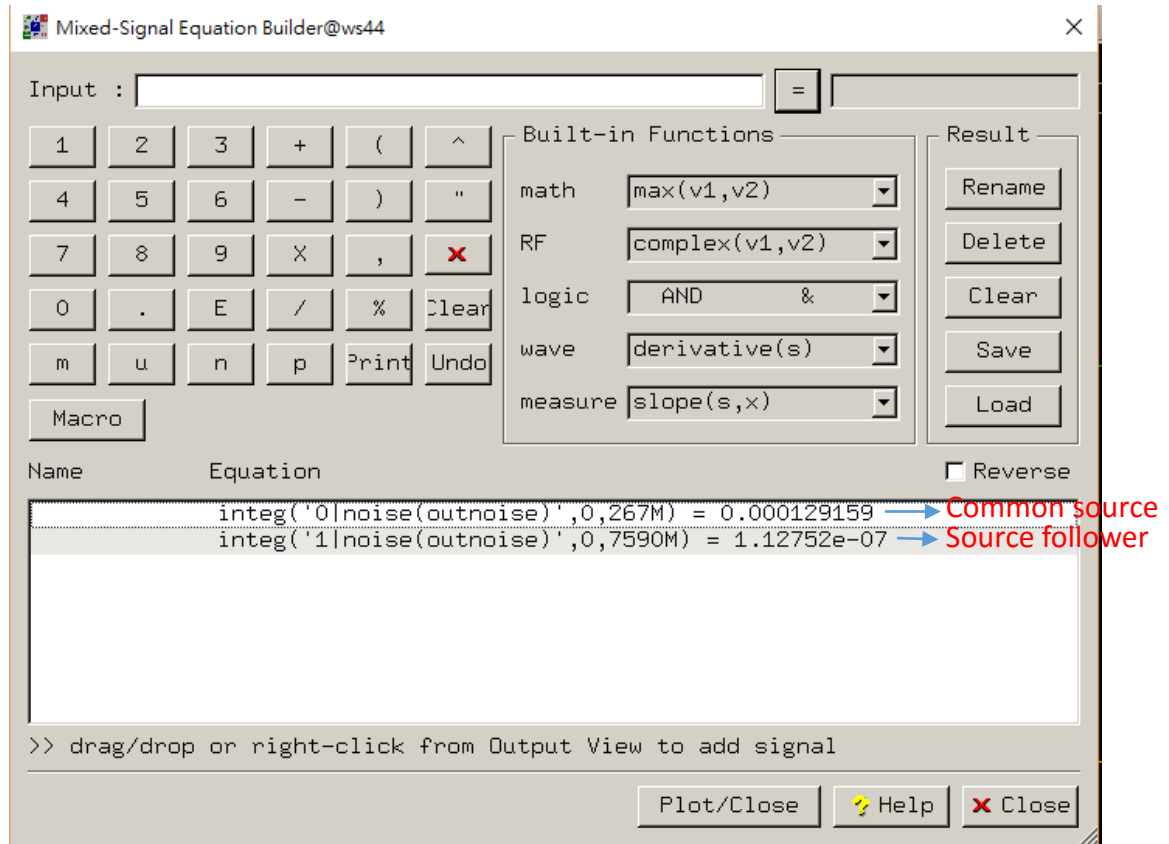
$\frac{1}{g_{m1}} \ll r_{o2}$ ，所以 source follower 有較大的 output pole，因此 source follower 有

較大的 thermal noise's pole。

(d)

✓ **Comment:**

為了找到 total output noise power，我對 output noise spectrum 從 frequency = 0 積分到 frequency 大約等於 100 倍的 thermal noise's pole frequency，結果如下圖



從此圖的計算我可以知道 common source 的 total output noise power =  $1.29159 \times 10^{-4}$  W，source follower 的 total output noise power =  $1.12752 \times 10^{-7}$  W，所以 common source 的 total output noise power 較大，這也可以直接從(c)小題的圖形觀察出來，因為 CS noise spectrum 下的面積較 SF 大，所以 CS 的 total noise power 較大。另外，CS 的 output noise 可以寫成

$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kT\gamma(g_{m1} + g_{m2})(r_{o1} \parallel r_{o2})^2$$

SF 的 output noise 可以寫成

$$\overline{V_{n,out}^2} = 4kT\gamma g_{m2}(r_{o1} \parallel r_{o2} \parallel g_{m1})^2$$

因為  $g_{m1} \ll r_{o1} \approx r_{o2}$ ，且  $r_{o1}$ 、 $r_{o2}$  都很大，所以 CS output noise 的平方項可以約等於  $(\frac{r_{o1}}{2})^2$ ，而 SF output noise 的平方項可以約等於  $g_{m1}^2$ ，因此 CS 的 output noise 會比 SF 大，CS 的 output noise spectrum 會一直在 SF 的 output noise spectrum 上方，CS 的 total noise power 較大。

(e)

✓ **Comment:**

Input referred noise 和 output noise 的關係為  $\overline{V_{n,out}^2} = A_v^2 \overline{V_{n,in}^2}$ ，所以我將 total output noise power 除以 gain 的平方來得到對應的 total input referred noise power，total output noise power 可以表示成

$$P_{n,out} = \int_{f_1}^{f_2} \overline{V_{n,out}^2} df$$

Total input referred noise power 可以表示成

$$P_{n,in} = \int_{f_1}^{f_2} \overline{V_{n,in}^2} df = \int_{f_1}^{f_2} \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_v^2} df = \frac{1}{A_v^2} \int_{f_1}^{f_2} \overline{V_{n,out}^2} df = \frac{P_{n,out}}{A_v^2}$$

結果如下圖

The screenshot shows the 'Mixed-Signal Equation Builder' window. The 'Input' field is empty, and the result field shows '1.55905e-07'. The software interface includes a calculator keypad, a 'Built-in Functions' section with dropdown menus for 'math', 'RF', 'logic', 'wave', and 'measure', and a 'Result' section with buttons for 'Rename', 'Delete', 'Clear', 'Save', and 'Load'. Below the calculator is a table with two rows of equations:

Name	Equation	Reverse
Common source	<code>integ('0 noise(outnoise)',0,267M)/(132.1207*132.1207) = 7.39915e-09</code>	<input type="checkbox"/>
Source follower	<code>integ('1 noise(outnoise)',0,7590M)/(0.8504188*0.8504188) = 1.55905e-07</code>	<input type="checkbox"/>

Red arrows point from the labels 'Common source' and 'Source follower' to their respective rows in the table. The 'Reverse' checkbox is checked for the 'Source follower' row.

從此圖可以看出來，source follower 有較大的 input referred noise power，這是因為 common source 的 gain 比 source follower 大很多，因此 total output noise power 除以 gain 平方後的結果，common source 會較小，source follower 會較大，代表 source follower 有較大的 input referred noise power。另外，從 input referred noise 的公式來看，common source 的 input referred noise 可以表示成

$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \frac{g_{m1} + g_{m2}}{g_{m1}^2}$$

Source follower 的 input referred noise 可以表示成



$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \frac{2}{g_{m1}^2}$$

而從.lis 檔可以得到 CS 的  $g_{m1} = 20.3114\mu$ 、 $g_{m2} = 9.6569\mu$ ，SF 的  $g_{m1} = 46.8222\mu$ ，代入上列式子可以得到 CS 的 input referred noise

$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \frac{g_{m1} + g_{m2}}{g_{m1}^2} = 4kT\gamma \times 72641.09625$$

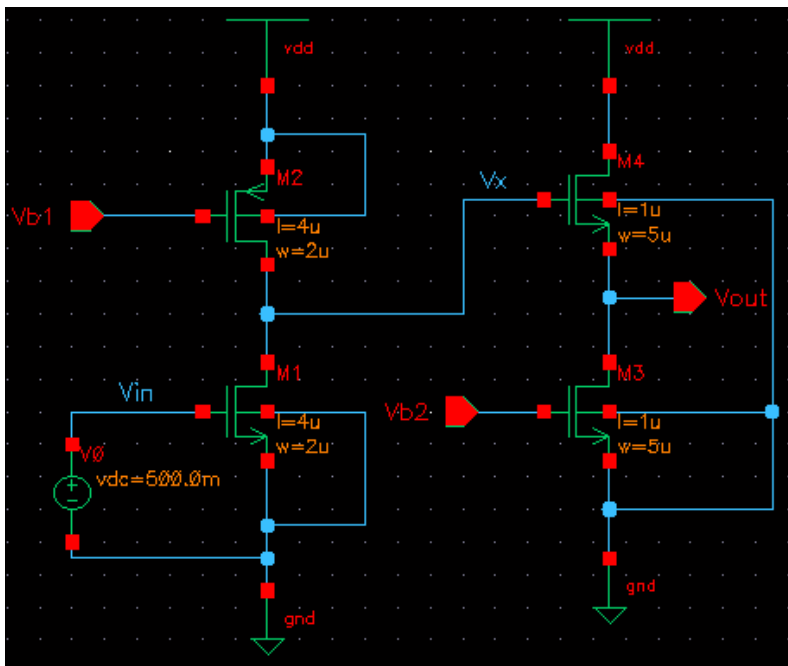
SF 的 input referred noise

$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT\gamma \frac{2}{g_{m1}^2} = 4kT\gamma \times 912276240.7$$

因此可以看出 SF 的  $\overline{V_{n,in}^2}$  會比 CS 的  $\overline{V_{n,in}^2}$  大，又因為 input referred noise 對 frequency 積分可以得到 total input referred noise power，所以我可以知道 source follower 的 total input referred noise power 會大於 common source 的。

(f)

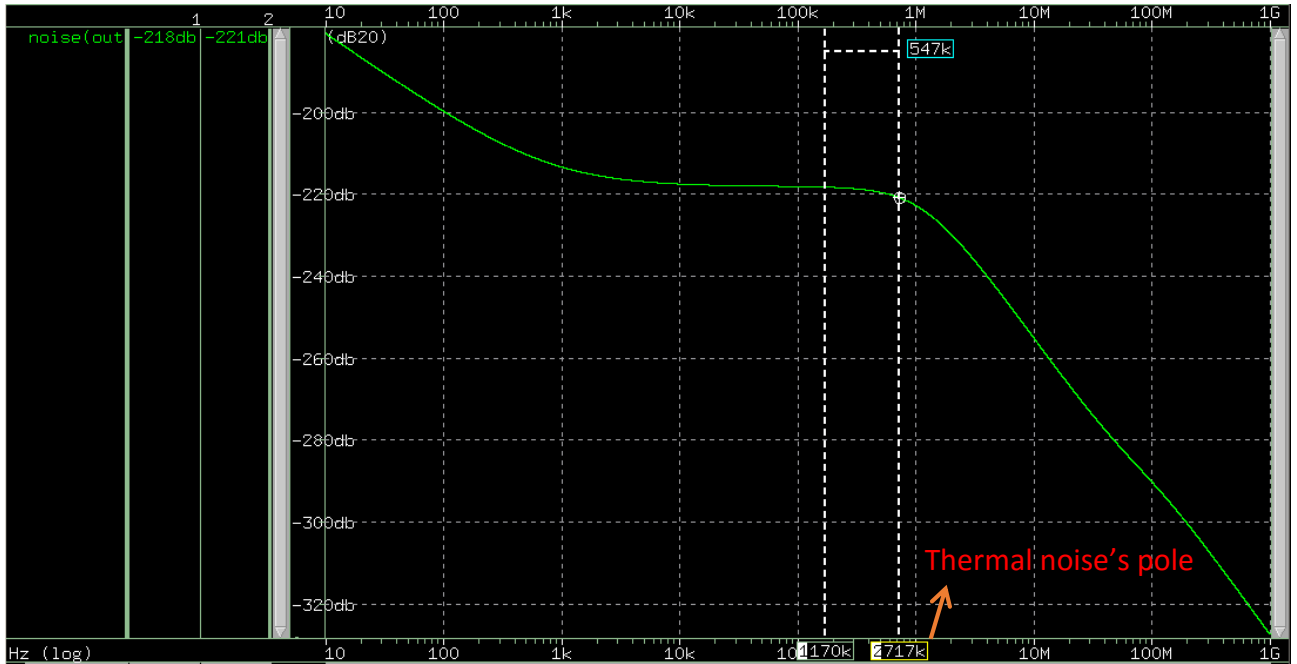
✓ Schematic:



✓ Specification:

M1	W=2um ; L=4um ; m=1
M2	W=2um ; L=4um ; m=1
Vb1	DC=0.96126V
M3	W=5um ; L=2um ; m=1
M4	W=5um ; L=2um ; m=1
Vb2	DC=0.42V
Vin	DC=0.5V ; AC=1V

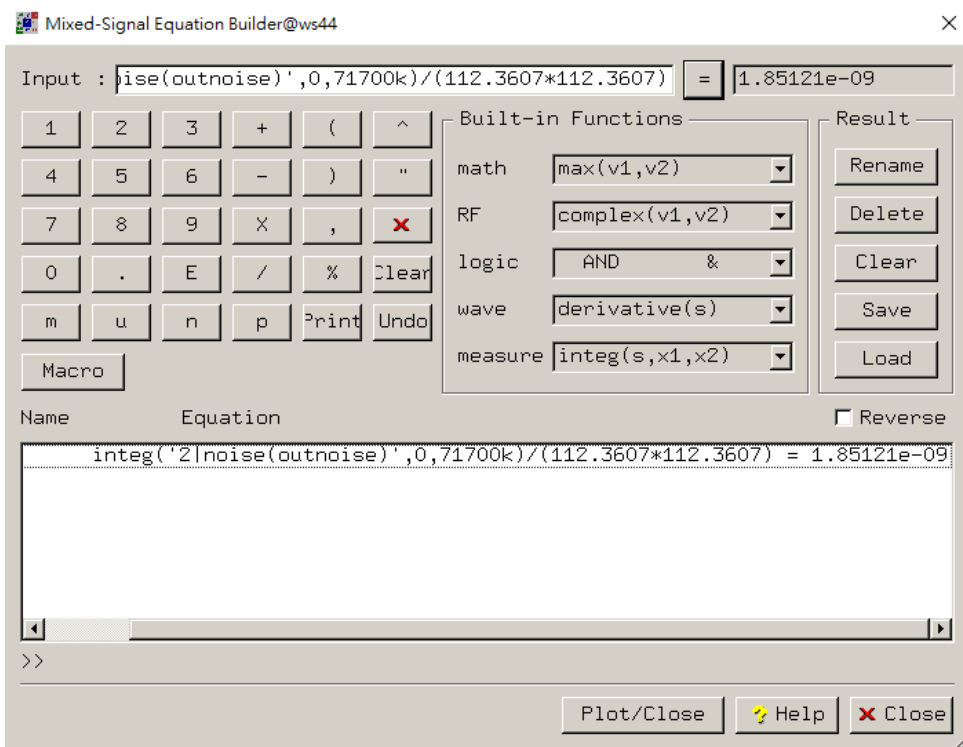
✓ Comment:



先從 output noise spectrum 找到 thermal noise's pole = 717kHz。

```
****      small-signal transfer characteristics
v(vout)/vin      = -112.3607
input resistance at      vin      = 1.0000e+20
output resistance at v(vout)      = 17.6632k
```

從.lis 檔可以看到gain = -112.3607。

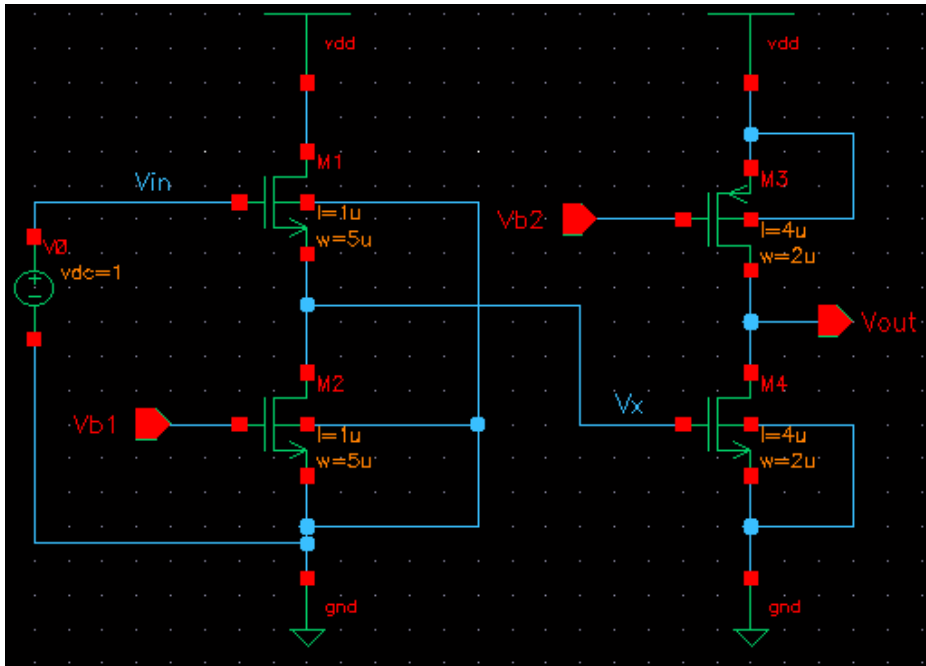


Input referred noise 和 output noise 的關係為  $V_{n,out}^2 = A_v^2 V_{n,in}^2$ ，所以我將 total output noise power 除以 gain 的平方來得到對應的

$$\text{total input referred noise power} = 1.85121 \times 10^{-9} \text{ W}$$

(g)

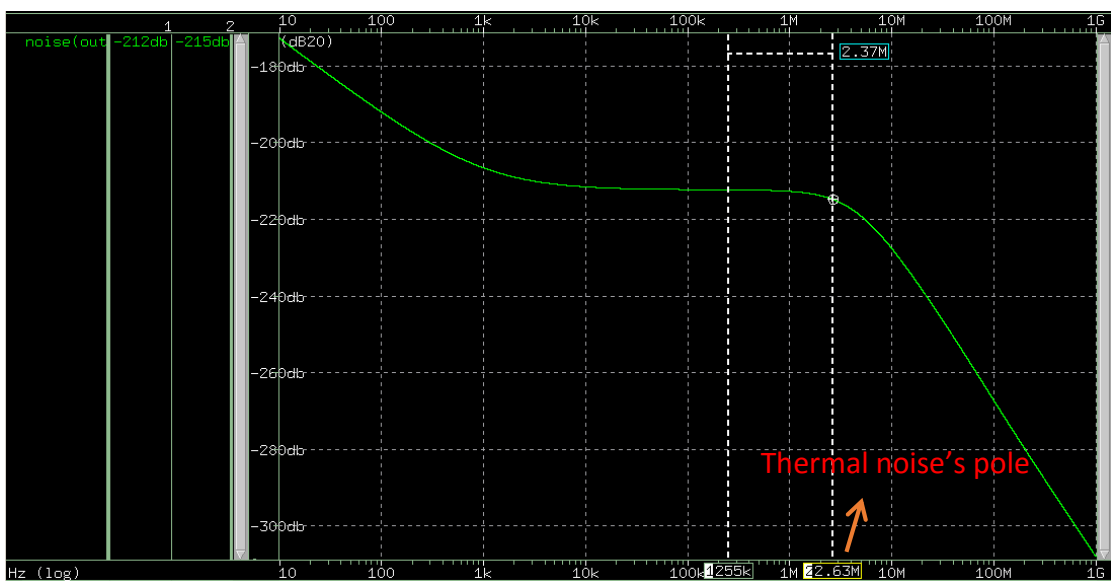
✓ Schematic:



✓ Specification:

M1	W=5um ; L=2um ; m=1
M2	W=5um ; L=2um ; m=1
Vb1	DC=0.4177V
M3	W=2um ; L=4um ; m=1
M4	W=2um ; L=4um ; m=1
Vb2	DC=0.96126V
Vin	DC=1V ; AC=1V

✓ Comment:



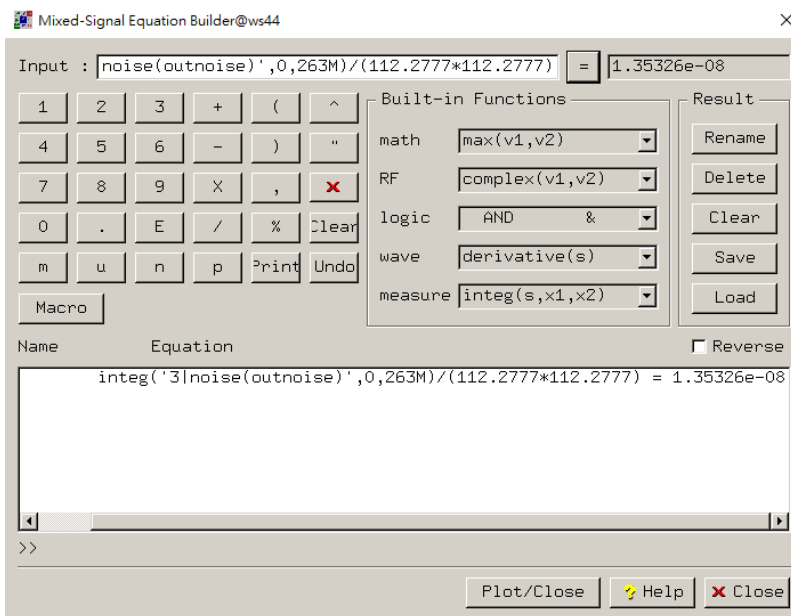
先從 output noise spectrum 找到 thermal noise's pole = 2.63MHz ◦

```

****      small-signal transfer characteristics
v(vout)/vin      = -112.2777
input resistance at vin      = 1.000e+20
output resistance at v(vout) = 6.4999x

```

從.lis 檔可以看到gain = -112.2777。



Input referred noise 和 output noise 的關係為  $\overline{V_{n,out}^2} = A_v^2 \overline{V_{n,in}^2}$ ，所以我將 total output noise power 除以 gain 的平方來得到對應的

$$\text{total input referred noise power} = 1.35326 \times 10^{-8} \text{ W}$$

(h)

✓ Comment:



Fig. 1. (c)



Fig. 1. (d)

從(f)和(g)小題的結果，我可以知道 CS+SF 會比 SF+CS 有更小的 total input referred noise power，這可以從 input referred noise 的公式來解釋，假設第一級的 noise 是  $\overline{V_{n,out1}^2}$ 、gain 是  $A_{v1}$ ，第二級的 noise 是  $\overline{V_{n,out2}^2}$ 、gain 是  $A_{v2}$ ，那麼 total input referred noise 要除以對應的 gain 平方來得到，所以可以寫成

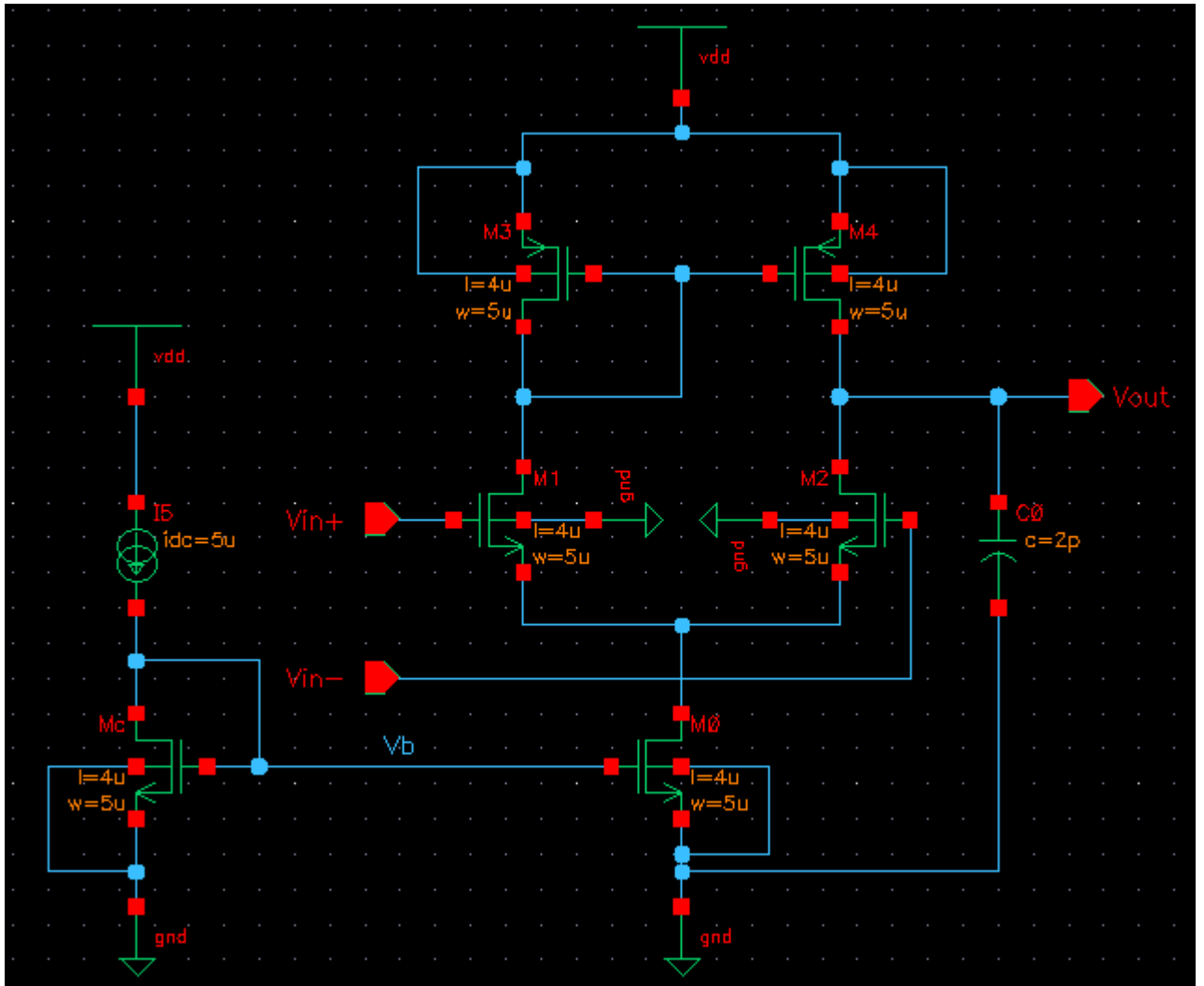
$$\overline{V_{n,in}^2} = \frac{\overline{V_{n,out1}^2}}{A_{v1}^2} + \frac{\overline{V_{n,out2}^2}}{(A_{v1}A_{v2})^2}$$

因為 CS+SF 和 SF+CS 的  $(A_{v1}A_{v2})$  差不多，所以兩者的 total input referred noise 的第二項差不多，再來我比較兩者第一級的 gain 差異，可以發現因為先接 CS 的第一級 gain 會比先接 SF 的 gain 大，約為 155 倍，平方後會相差 24025 倍，所以 CS 對應的第一級 input referred noise 會較 SF 來的小，造成 CS+SF 的 total input referred noise power 比 SF+CS 小，這也是 source follower 不能接在第一級的原因。

2.

(a)

✓ Schematic:



✓ Specification:

M0	W=5um ; L=4um ; m=1
M1	W=5um ; L=4um ; m=1
M2	W=5um ; L=4um ; m=1
M3	W=5um ; L=4um ; m=1
M4	W=5um ; L=4um ; m=1
Mc	W=5um ; L=4um ; m=1
Iref	DC=5uA
Vin+	DC=0.9V ; AC=0.5V , phase=0
Vin-	DC=0.9V ; AC=0.5V , phase=180

✓ Comment:

我將 Vin+和 Vin-分別給 AC=0.5 和 AC=-0.5，所以直接利用 waveview 畫出 Vout 的 frequency response 就可以看出 gain，如下圖所示，橫軸是頻率(log scale)，縱軸是 gain(dB)



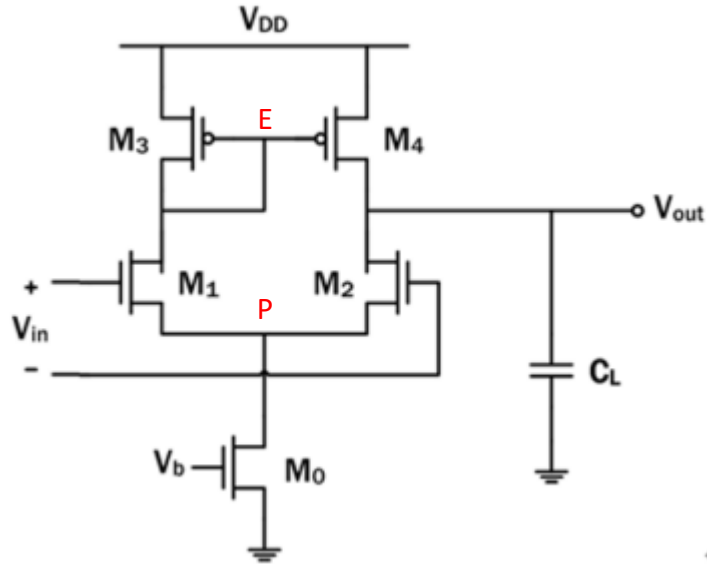
從此圖可以得到  $\text{gain} = 41.5\text{dB}$ 。

(b)

✓ Calculation:

```
**** mosfets
```

subckt	0:m0	0:m1	0:m2	0:m3	0:m4	0:mc
element	0:n_18.1	0:n_18.1	0:n_18.1	0:p_18.1	0:p_18.1	0:n_18.1
model	Saturati	Saturati	Saturati	Saturati	Saturati	Saturati
region	id	id	id	id	id	id
id	4.9591u	2.4796u	2.4796u	-2.4796u	-2.4796u	5.0000u
ibs	-8.776e-22	-165.7852a	-165.7852a	2.710e-22	2.710e-22	-8.848e-22
ibd	-165.7839a	-457.9927a	-457.9927a	190.0236a	190.0236a	-212.5622a
vgs	499.6780m	510.2850m	510.2850m	-723.3824m	-723.3824m	499.6780m
vds	389.7150m	686.9026m	686.9026m	-723.3824m	-723.3824m	499.6780m
vbs	0.	-389.7150m	-389.7150m	0.	0.	0.
vth	332.0546m	405.8937m	405.8937m	-471.4609m	-471.4609m	331.6750m
vdsat	155.0391m	117.5118m	117.5118m	-228.6820m	-228.6820m	155.3055m
vod	167.6234m	104.3913m	104.3913m	-251.9215m	-251.9215m	168.0031m
beta	376.1679u	378.8069u	378.8069u	85.6903u	85.6903u	376.1616u
gam_eff	507.4460m	517.3777m	517.3777m	557.0846m	557.0846m	507.4460m
gm	51.0220u	34.5693u	34.5693u	17.5302u	17.5302u	51.3585u
gds	399.3039n	255.6980n	255.6980n	34.1642n	34.1642n	354.1311n
gmb	10.0945u	5.7458u	5.7458u	5.5244u	5.5244u	10.1380u
cdtot	7.7603f	6.3806f	6.3806f	5.9370f	5.9370f	7.2323f
cg_tot	132.6195f	128.6685f	128.6685f	128.0570f	128.0570f	132.4216f
cstot	138.1699f	131.2176f	131.2176f	144.9513f	144.9513f	138.2037f
cbtot	45.1443f	38.5595f	38.5595f	50.8236f	50.8236f	44.9509f
cgs	119.9576f	116.5265f	116.5265f	116.8027f	116.8027f	119.8326f
cgd	1.8728f	1.4924f	1.4924f	1.8615f	1.8615f	1.7217f



I. Output pole :

Output capacitance 可以寫成

$$C_{out} = C_L + C_{dtot2} + C_{dtot4} = 2p + 6.3806f + 5.937f \approx 2.012pF$$

Output resistance 可以寫成

$$R_{out} = r_{o2} \parallel r_{o4} = \frac{1}{g_{ds2}} \parallel \frac{1}{g_{ds4}} = \frac{1}{255.698n} \parallel \frac{1}{34.1642n} \approx 3.45M\Omega$$

Output pole 會等於

$$\omega_{out} = \frac{1}{R_{out}C_{out}} = \frac{1}{3.45M\Omega \times 2.012pF} \approx 1.44 \times 10^5 rad/s$$

II. Mirrored pole(E 點) :

Mirrored point capacitance 可以寫成

$$\begin{aligned} C_E &= C_{gtot3} + C_{gtot4} + C_{dtot3} + C_{dtot1} \\ &= 128.057f + 128.057f + 6.3806f + 5.937f \approx 268.4316fF \end{aligned}$$

Mirrored point resistance 可以寫成

$$R_E = \frac{1}{g_{m3}} \parallel r_{o1} = \frac{1}{g_{m3}} \parallel \frac{1}{g_{ds1}} = \frac{1}{17.5302u} \parallel \frac{1}{255.698n} \approx 56224.31884\Omega$$

Mirrored pole 會等於

$$\omega_{Mirrored} = \frac{1}{R_E C_E} = \frac{1}{56224.31884\Omega \times 268.4316fF} \approx 6.626 \times 10^7 rad/s$$

III. Pseudo ground pole(P 點) :

Pseudo ground point capacitance 可以寫成

$$\begin{aligned} C_P &= C_{stot1} + C_{stot2} + C_{dtot0} = 131.2176f + 131.2176f + 7.7603f \\ &\approx 270.1955fF \end{aligned}$$

Pseudo ground point resistance 可以寫成

$$\begin{aligned} R_P &= \frac{1}{g_{m1}} \parallel \frac{1}{g_{m2}} \parallel r_{o0} = \frac{1}{g_{m1}} \parallel \frac{1}{g_{m2}} \parallel \frac{1}{g_{ds0}} = \frac{1}{34.5693u} \parallel \frac{1}{34.5693u} \parallel \frac{1}{399.3039n} \\ &\approx 14380.64629\Omega \end{aligned}$$

Pseudo ground pole 會等於

$$\omega_{pseudo\_ground} = \frac{1}{R_p C_p} = \frac{1}{14380.64629\Omega \times 270.1955fF} \approx 2.57 \times 10^8 \text{rad/s}$$

IV. Mirrored pole of current mirror(Vb 點) :

Mirrored point capacitance of current mirror 可以寫成

$$C_{Vb} = C_{gtotc} + C_{dtotc} + C_{gtoto} = 132.4216f + 7.2323f + 132.6195f \\ \approx 272.2734fF$$

Mirrored point resistance of current mirror 可以寫成

$$R_{Vb} = \frac{1}{g_{mc}} = \frac{1}{51.3585u} \approx 19470.97365\Omega$$

Mirrored pole of current mirror 會等於

$$\omega_{Mirrored\_current\_mirror} = \frac{1}{R_{Vb} C_{Vb}} = \frac{1}{19470.97365\Omega \times 272.2734fF} \\ \approx 1.886 \times 10^8 \text{rad/s}$$

✓ Check by using .pz:

```
***** pole/zero analysis

input = 0:vin+          output = v(vout)

      poles (rad/sec)          poles ( hertz)
real      imag      real      imag
Output pole ← -143.010k      0.      -22.7607k      0.
Mirrored pole ← -66.8306x      0.      -10.6364x      0.
Mirrored pole of current mirror ← -190.613x      0.
Pseudo ground pole ← -305.678x      0.      -48.6502x      0.

      zeros (rad/sec)          zeros ( hertz)
real      imag      real      imag
-127.121x      0.      -20.2319x      0.
-196.947x      0.      -31.3450x      0.
-337.078x      0.      -53.6477x      0.
329.407g      0.      52.4268g      0.

***** constant factor = -23.8655u
```

將計算和用.pz 分析出來的 pole 列在下表作比較：

	Output pole (rad/s)	Mirrored pole (rad/s)	Pseudo ground pole (rad/s)	Mirrored pole of current mirror(rad/s)
Calculation	$1.44 \times 10^5$	$6.626 \times 10^7$	$2.57 \times 10^8$	$1.886 \times 10^8$
.pz analysis	$1.43 \times 10^5$	$6.683 \times 10^7$	$3.06 \times 10^8$	$1.906 \times 10^8$
Error	0.7%	0.85%	16.01%	1.05%

我可以發現，此電路架構有 4 個 pole，且使用.lis 檔的 parameter 計算與直接使用.pz 做分析的結果，其實差距不大，代表我的計算是正確的，但因計算過程有將一些值取近似，所以會有一些 error，因此使用.pz 來分析還是較為準確。另外從 pole 的大小也可以看出來，output pole 是此電路的 dominant pole。



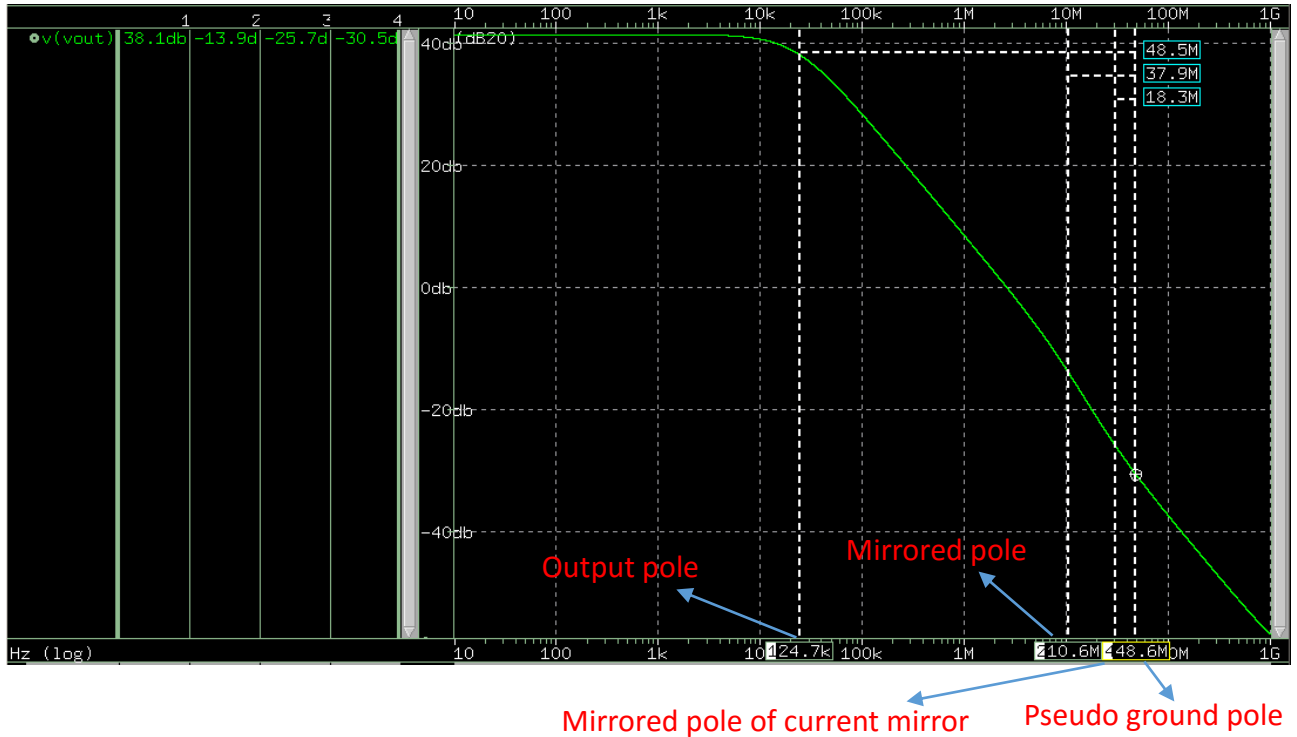
✓ **Bode plot:**

Output pole frequency : 22.76Hz

Mirrored pole frequency : 10.63MHz

Pseudo ground pole frequency : 48.65MHz

Mirrored pole frequency of current mirror : 30.33MHz



從 bode plot 可以看出，output pole 確實是 dominant pole，magnitude 在 output pole 即開始下降，這是因為 output 的 capacitance 有接一個 CL 的 loading，此 CL 的電容等於 2p，相對來說是很大的，且此 Output 點的電阻很大，因此 pole 會很小，RC 的乘積很大，會 dominate。