(1) 電流 (current, 用 I 表示)

○ 定義：單位時間跨越某 cross section 的淨電荷，

$\therefore [I] = \frac{C}{S} \equiv$ ampere (用 A 表示)

For steady current $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

For non-steady current

定義瞬間 (instantaneous) 電流 $I = \frac{dQ}{dt}$

電流方向 = 正電荷流動方向 = 負電荷流動反方向。

最常見電流：導線中的 I, charge carrier = $e^-$

○ 微觀電流

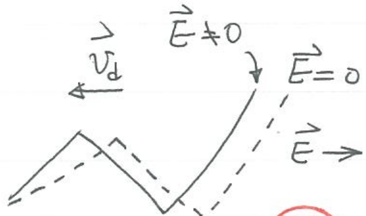
From the definition, I 與 charge carrier 的 speed、density 及帶的 charge 有關。

speed：真空中為 charge carrier 的運動 speed，

但 conductor 中則較複雜。在無電位差的 conductor 中，自由電子在 RT 的運動 speed ~ $10^6$ m/s, i.e. ~ 1% 光速 [check: $\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}mv^2$]，但屬於 random thermal motion，∴ 不會形成 net charge 的流動 ⇒ 無電流。

在有電位差時，除 random thermal motion 外，還有電位差引起的 drift velocity (漂移速度，以 $\vec{v}_d$ 表示)，$v_d \sim 10^{-4}$ m/s，以形成電流。

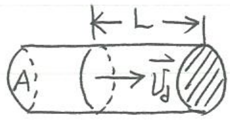
⇒ Q：why 打開電源開關，燈立即亮？




有 $\vec{E}$ 時，$\vec{v}_d$ 與 random thermal motion for $e^-$ (示意圖)。

○ $v_d$ 與 I 的關係 (微觀 vs. 巨觀)

如右圖有 I 的導線中，設 charge carrier 的 density = n，每個帶有 q 的電量.



在 $\Delta t$ 內，長度 L 內的 charge carrier 通過斜線面、

則 $\Delta Q = n\cdot q\cdot L\cdot A$

and $\Delta t = L/v_d$

$\therefore I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n\cdot A\cdot q\cdot v_d$ (A 為導線的 coss section area)

另定義一個與導線參數無關的量：電流密度 (current density，用 $\vec{J}$ 表示)

$$|\vec{J}| = \frac{I}{A} \quad \text{and} \quad \vec{J} = n\cdot q\cdot \vec{v_d} \quad 、 \quad [J] = A/m^2$$

(2) Ohm's law (歐姆定律)

○ 微觀

current = charge carriers are in motion

⇒ 受電力作用，有 E 存在，以驅動 charge carrier 運動

∴ 導体內的 $E \neq 0$，不再是靜電平衡。

In vacuum, $F = qE = ma$, charge carrier 進行單純的加速運動.

有電流的 conductor wire 中，自由 $e^-$ 的 random thermal motion 不斷與位置 fixed 的 ion 作碰撞，抵消部分從 E 得到的 energy，形成 $v_d$ 一穩定電流的成因。

∴ 電流與電場成正比關係：$\vec{J} = \sigma\vec{E}$ (微觀 Ohm's law) (See below)

$\sigma$ = 物質的 conductivity (導電率)

Ohmic materials: $\sigma$ 與 E 無關，反之則為 non-ohmic materials，此時 $\vec{J}$ 與 E 不為線性關係。

$v_d = a\cdot\Delta t = \frac{eE}{m}\cdot\tau$ $\tau$ = 平均的碰撞時距

$\therefore J = n\cdot e\cdot v_d = \frac{ne^2\tau}{m}E = \sigma E.$ $\Rightarrow \rho = \frac{m}{ne^2\tau}$

羅

$\vec{J}=\sigma\vec{E}$ : how large $\vec{J}$ will result from a given $\vec{E}$, i.e. it is a measure of how easily charges can move.

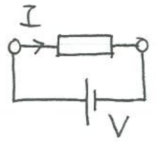
另外可定義電阻率(resistivity, 用$\rho$表示) $\rho=\frac{1}{\sigma}$ and $[\rho]=\Omega\cdot m$
為常用的物質參數。

∴ $\vec{J}=\frac{1}{\rho}\vec{E}$ ($\sim I=\frac{1}{R}V$) : how hard it is for charge to move.

The higher a materiel's $\rho$, the stronger the $E$ needed to produced a given $J$.

○ 巨觀 Ohm's law and 電阻(resistor, 用R表示, 電路符號: —ww—)

電阻的定義:



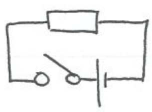

$R=\frac{V}{I}$ = 產生1A電流所需電位差。

∴ $[R]=\frac{volt}{C}\equiv ohm$ (歐姆, 用$\Omega$表示)。

⇒ 巨觀的 Ohm's law: $I=\frac{V}{R}$ (cf: $\vec{J}=\frac{1}{\rho}\vec{E}$)

∴ 在 a given V 下, 較低電阻產生較高電流。

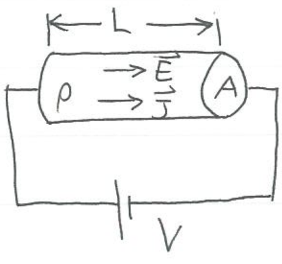
Open circuit:



有如處於 OFF 位置的 switch, no current regardless V.

Short circuit: 沒有R, 只有導線接通狀態, current 達 max. for a given V.

○ $\rho$ vs. R




如左圖, a uniform E in a section of conducting wire (A, L): $V=E\cdot L$

∴ $R=\frac{V}{I}=\frac{E\cdot L}{A\cdot J}=\rho\frac{L}{A}$ (R的串、並聯可由此理解.)

⇒ for nonuniform E (see problem 61.)

羅

○物質的導電機制：metals, ionic solutions, plasmas, semiconductors, superconductors.

金屬：free $e^-$ form electron sea ＋位置固定的ions (positive, 但為數多$e^-$所包圍).

free $e^-$以高速($\frac{1}{2}m\bar{v}^2=\frac{3}{2}kT$, $\bar{v}\sim10^6$ m/s)碰撞ions, random散射(random thermal motion), ∴在$\vec{E}=0$, 沒有I.

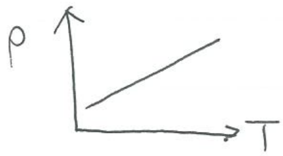
在$\vec{E}\neq0$, ⇒ $\vec{v}_d$。$v_d$雖然與free $e^-$碰撞ions的頻率有關, 但$v_d \ll \bar{v}$, ∴$v_d$主要是與E成正比

⇒ obeys $\vec{J}=\frac{1}{\rho}\vec{E}$, 即Ohmic behavior.

metal的ρ隨T↑而增加, 起因於$\bar{v}$隨T增加($\propto\sqrt{T}$), 使$\rho=\frac{m}{n e^2\tau}$中的τ↓.

但除$\bar{v}$與$\sqrt{T}$的關係外, 還需考慮ion的熱振動振幅隨T↑而增加.

∴




ρ與T成線性關係.

[When E=0, though I averages to zero, at any given instant short-term fluctuation can result in more $\bar{e}$ moving in a particular direction. ⇒ thermal noise, it can overwhelm current of interest in sensitive electronic equipment.]

Plasma：

= ionized gas = free $e^-$ + free ions, existing at high T.

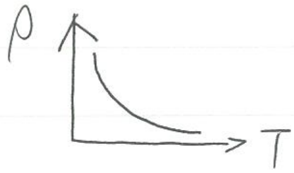
plasma = 物質的第4態

氣態+高溫 ⇒ collisonless

∴ plasma can substain large currents with minimal $\vec{E}$.

○半導体：如Si, Ge, C (四價)

ρ和T的行為和金屬相反：




低溫純半導体為insulator，但T↑，開始有free $e^-$產生，∴ρ↓。

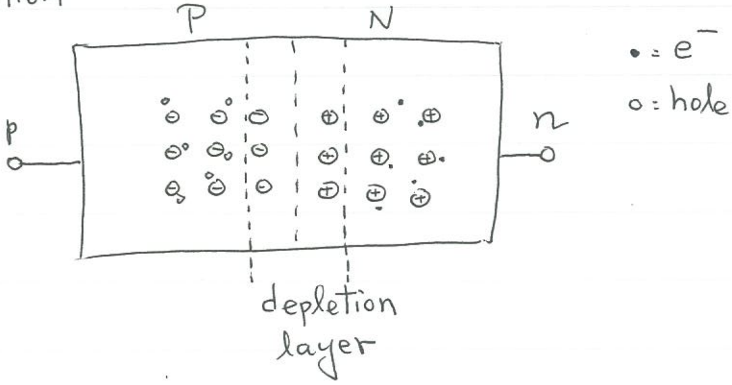
產生free $e^-$的effect遠勝於thermal引起的電阻，∴ρ↓。

藉由doping控制半導体的性質和電阻：

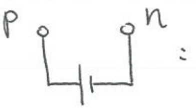
doping 五價的磷(P) → N-type，$e^-$為charge carrier：⊕•

doping 三價的硼(B) → p-type，hole為charge carrier：⊖°

p-N junction

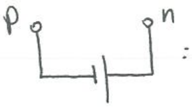



(i)



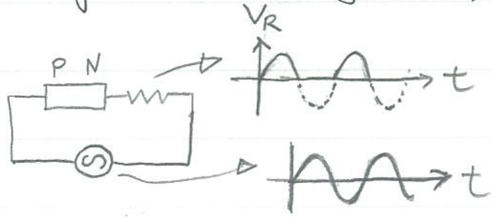

：charge carriers cross junction 形成 I.

(ii)




：no charge carrier cross junction, no I.

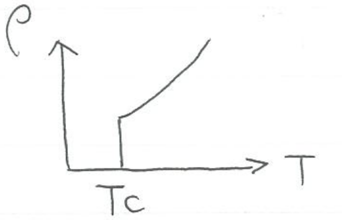
p-N junction：整流器。




○超導体：

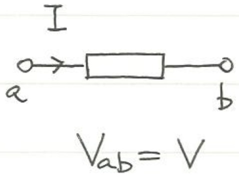
在$T_c$以下 ρ=0。

目前的$T_c$之160K，為YBaCuO的ceramic superconductor.



(3) Electric power 與電力安全

○ power




則單位時間內消耗的 energy 為

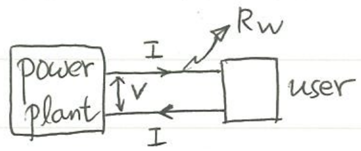
$$\frac{d}{dt}(Q\cdot V) = \frac{dQ}{dt}\cdot V \quad \text{for fixed } V$$
$$= IV$$
$$= P = \text{electric power}.$$

For a resistor R, P 以熱的形式出現。∵ V = I R

∴ $P = IV = I^2R = V^2/R$

⇒ Power plant 的電力輸送線 why 採用高V, 低I 而非低V, 高I？

如右圖, power plant 傳輸的 power $P = IV$, where
$V$ = 兩條傳輸線間的電位差。




消耗在傳輸線的電阻 $R_w$ 的 power

$$P_{loss} = I^2 R_w$$

if $V_{drop}$ = power plant — user 間傳輸線的電位差, 則 $V_{drop} = IR_w$,

∴ $P_{loss} = I^2R_w = V_{drop}^2/R_w$。 $V_{drop} \ll V$ for small I。

> Check: $P_{loss}$ vs. $P$
> $P_{loss} = I^2R_w = \left(\frac{P}{V}\right)^2 R_w = P^2 R_w \cdot V^{-2} \propto V^{-2}$ for a given P

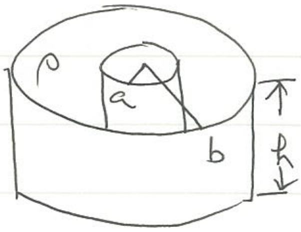
○ 電力安全

100 mA 的電流流經人体便足以致命. 乾燥完整的 skin 兩點間的 $R \sim 10^5\,\Omega$, ∴ 要達 100 mA 須 $V = IR = (0.1A)\cdot 10^5\,\Omega = 10^4\,V$.
但潮濕或有汗水的皮膚大幅降低 R, 即使 120V 也足以致死。


: 不安全


: 安全, 第三支腳與地線相通, 並連接到電器外殼, ∴ 漏電時, 電流不通過電阻較大的人体, 而是通到地線。

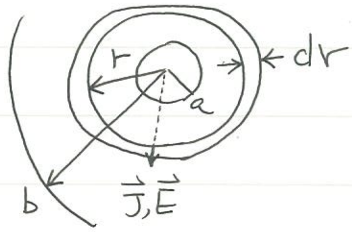
problem 24.61 如右圖之圓柱a及圓柱shell b (長度h)，間有resistivity為$\rho$的物質，求 a、b間的R=?




⇒電流在a、b間流動

方法(i)：設a、b間流動的total電流為I，以a,b間的電位差為V，則$R=V/I$。⇒ find V

Top view




$$J(r)=\frac{I}{A(r)}=\frac{E(r)}{\rho}, \text{ where}$$

$$A(r)=2\pi r\cdot h, \text{ and}$$

$E(r)=-\frac{dV(r)}{dr}$，此處的$dV(r)$為 $r$到$r+dr$間的電位差。

$$\therefore dV(r)=-E(r)\cdot dr=-\frac{\rho I}{A(r)}\cdot dr=-\frac{\rho I}{2\pi h}\frac{dr}{r}$$

$$\therefore V=\left|\int_a^b dV(r)\right|=\frac{\rho I}{2\pi h}\ln\frac{b}{a} \Rightarrow R=\frac{V}{I}=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}.$$

方法(ii)：

a,b間的R是由一層層長度為h，半徑為r，厚度為dr的圓柱shell串聯而成，此shell的電阻 $dR=\rho\frac{dr}{A}=\rho\cdot\frac{dr}{2\pi r\cdot h}$

$$\therefore R=\int dR=\frac{\rho}{2\pi h}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$$

方法(ii)可用於 problem 64, where $dR=\rho\frac{dx}{A}=\frac{\rho_0}{A}(1+\frac{x}{L})e^{x/L}\cdot dx$