

# Chapter 1 固體的晶體結構

# 本章預定討論內容

- 描述固體的分類—非晶、多晶，及單晶。
- 討論單元胞的觀念。
- 描述三種簡單的晶體及決定這些結構的體積以及面積原子密度的方法。
- 描述鑽石晶體結構。
- 簡要地討論形成單晶半導體材料的方法。

# 1.1 半導體材料

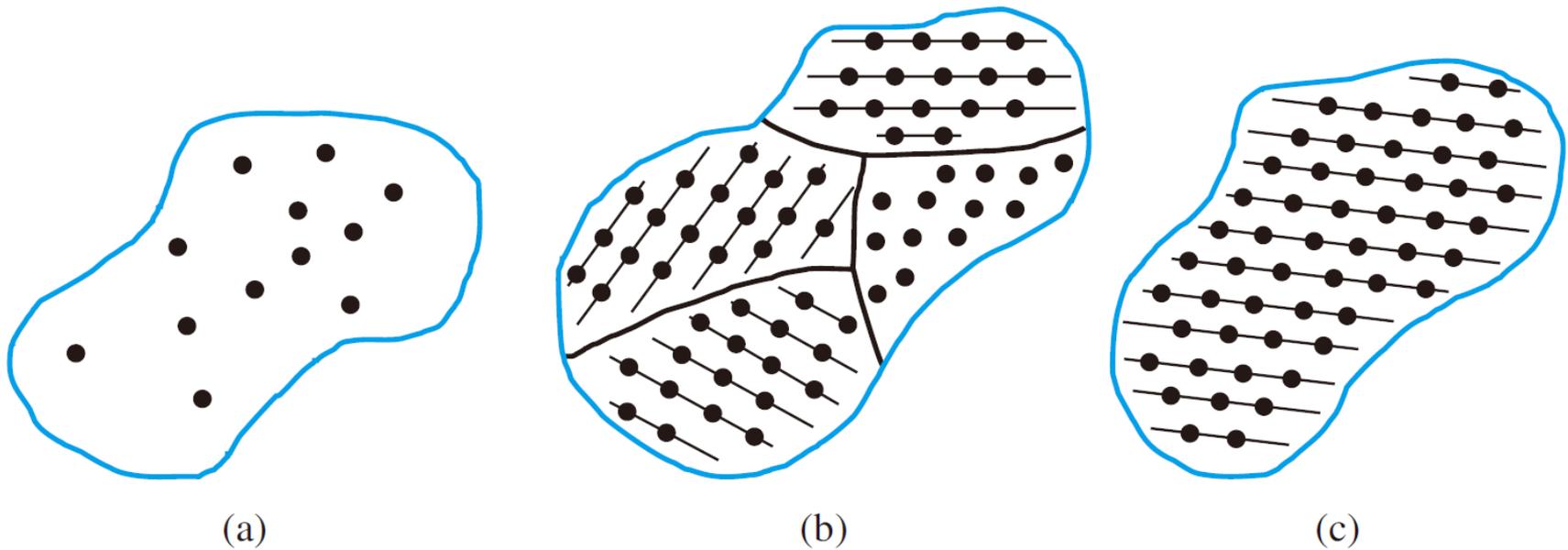
■ 表 1.1 部分週期表

III	IV	V
5 <b>B</b> 硼	6 <b>C</b> 碳	
13 <b>Al</b> 鋁	14 <b>Si</b> 矽	15 <b>P</b> 磷
31 <b>Ga</b> 鎵	32 <b>Ge</b> 鍺	33 <b>As</b> 砷
49 <b>In</b> 銦		51 <b>Sb</b> 銻

■ 表 1.2 常見的半導體材料列表

元素半導體	
Si	矽 (Silicon)
Ge	鍺 (Germanium)
化合物半導體	
AlP	磷化鋁 (Aluminum phosphide)
AlAs	砷化鋁 (Aluminum arsenide)
GaP	磷化鎵 (Gallium phosphide)
GaAs	砷化鎵 (Gallium arsenide)
InP	磷化銦 (Indium phosphide)

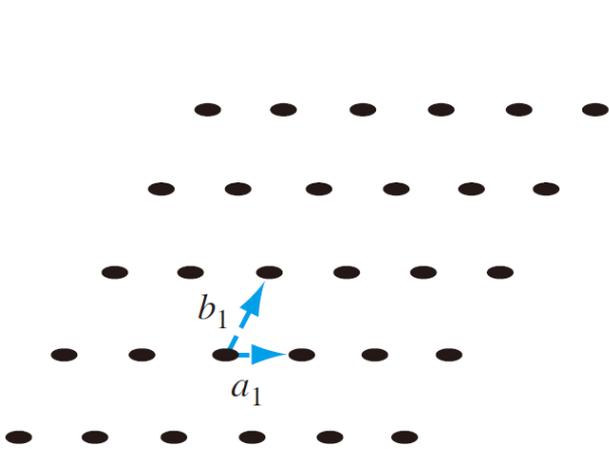
# 1.2 固體的形式



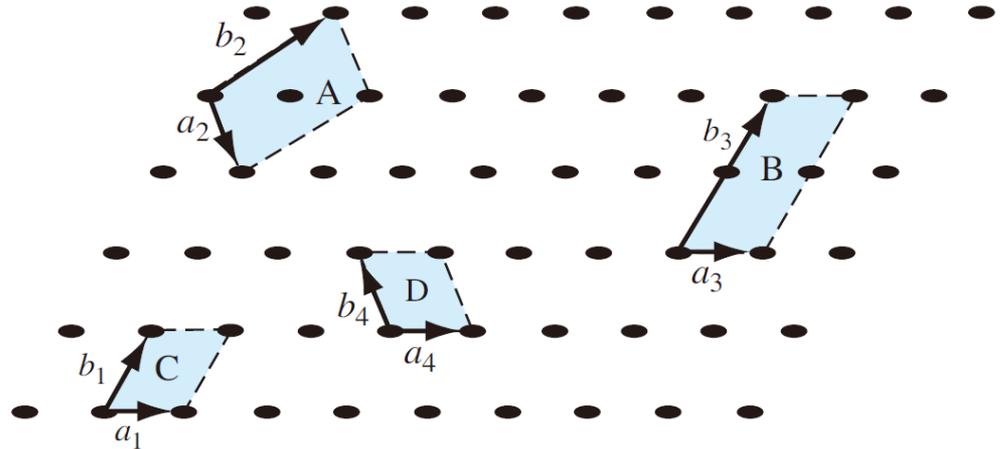
■ 圖 1.1 (a) 非晶；(b) 多晶；(c) 單晶材料之原子或分子排列的示意圖

# 1.3 空間晶格

## ❖ 1.3.1 基本胞及單元胞

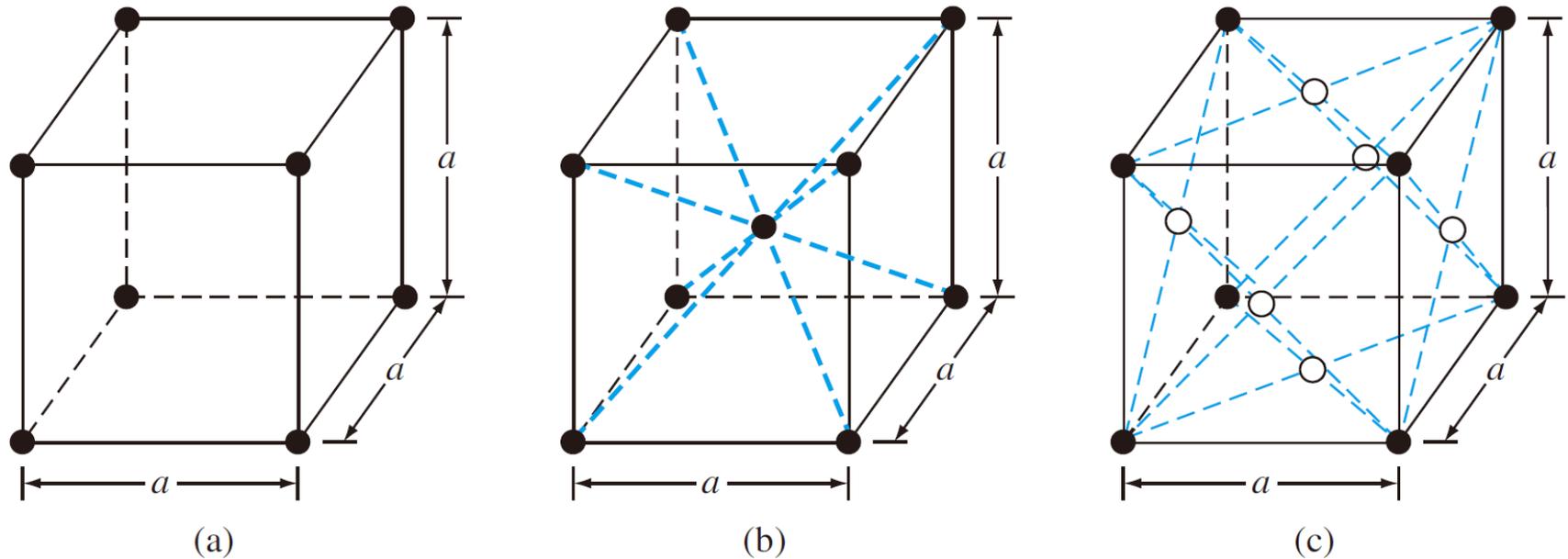


■ 圖 1.2 二維單晶的晶格表示法



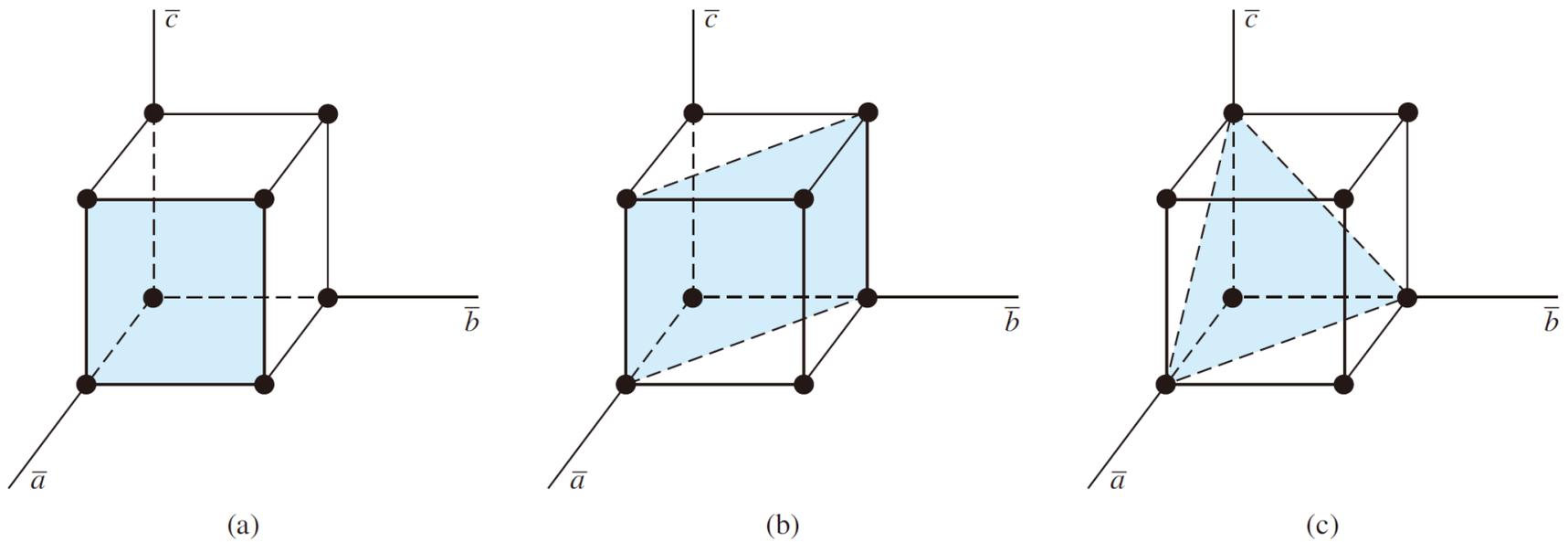
■ 圖 1.3 二維單晶的晶格表示法及各種可能的單元胞

# 1.3.2 基本晶體結構



■ 圖 1.5 三種晶體結構型式：(a) 簡單立方；(b) 體心立方；(c) 面心立方

$$\bar{r} = p\bar{a} + q\bar{b} + s\bar{c}$$



■ 圖 1.8 三種立方晶體晶格平面：(a) (100) 面；(b) (110) 面；(c) (111) 面

# 1.4 鑽石結構

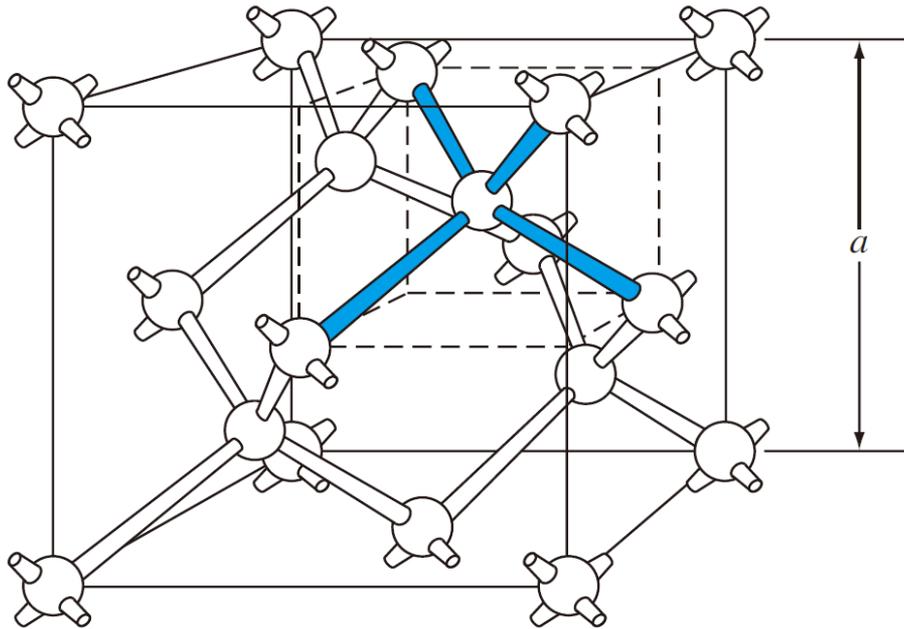


圖 1.11 鑽石晶格結構

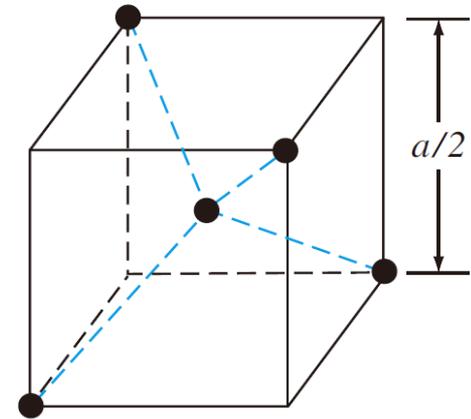


圖 1.12 鑽石晶格結構中相鄰原子所形成的四面體結構

# 鑽石結構(續)

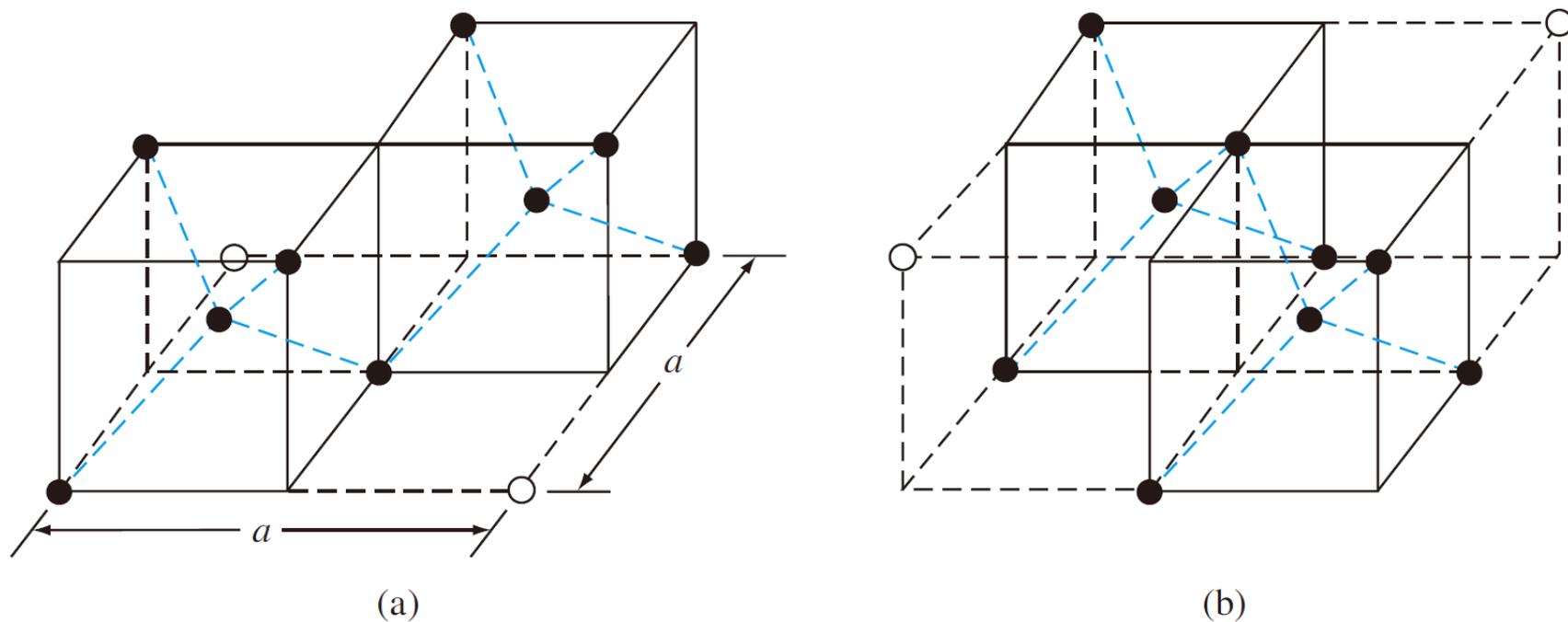
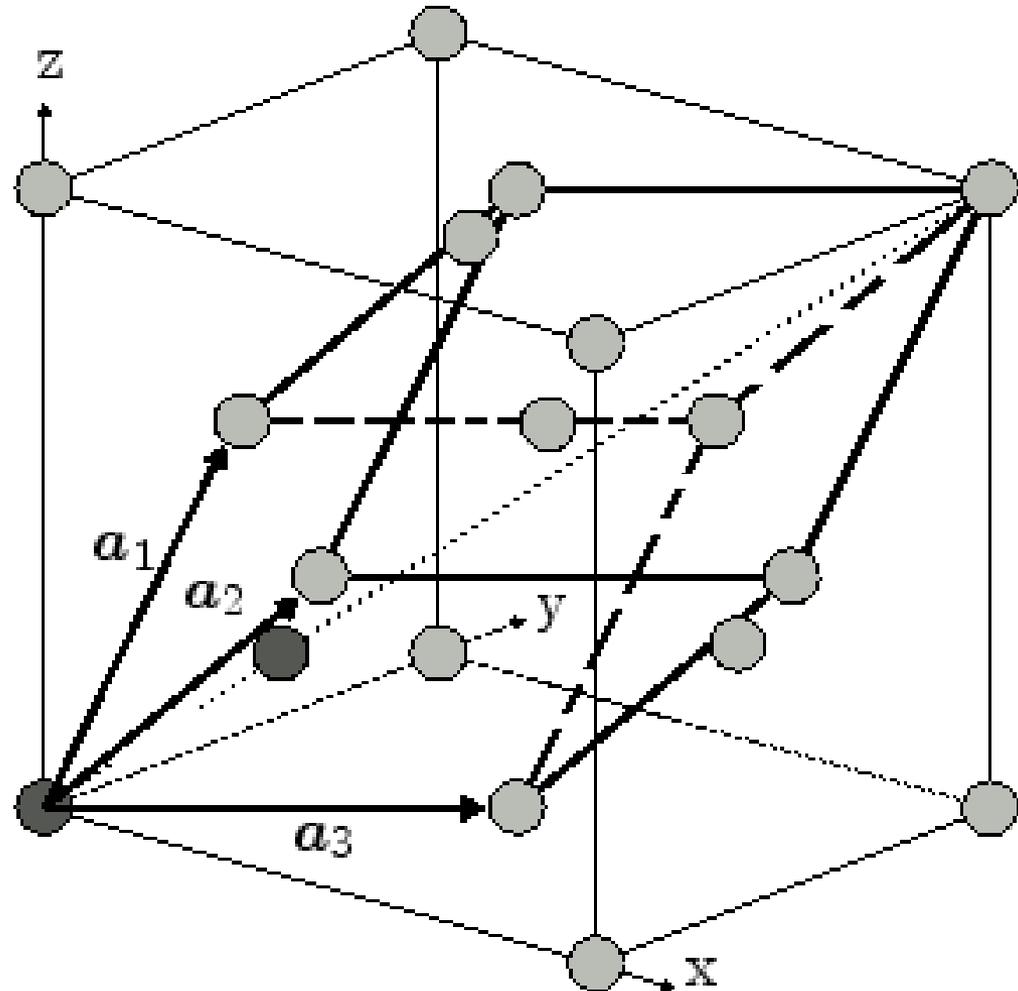


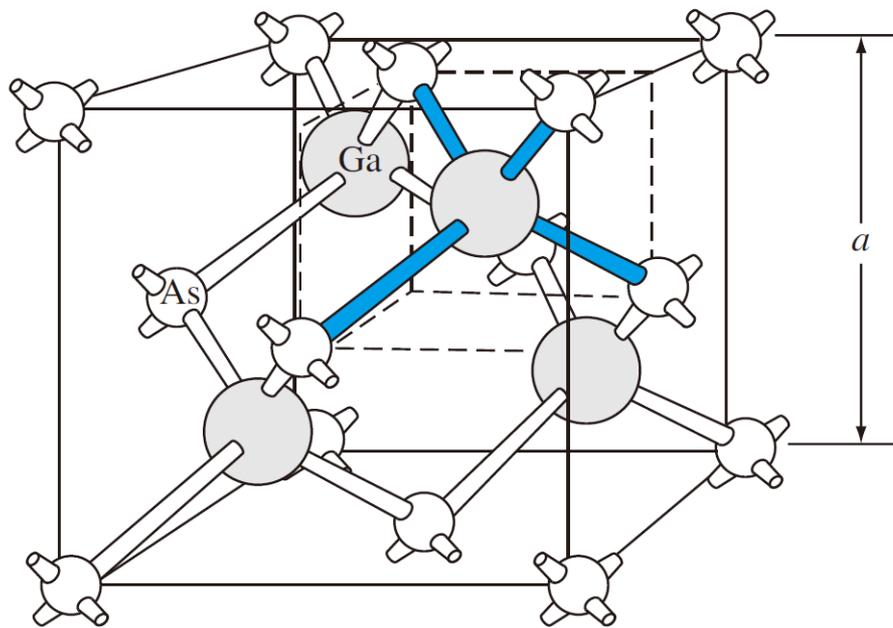
圖 1.13 鑽石晶格結構的：(a) 下半部；及 (b) 上半部

# 鑽石結構(續)

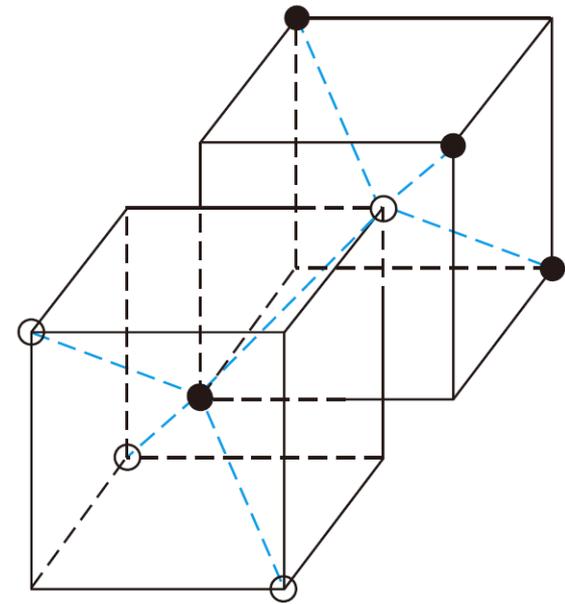
## Primitive Cell



# 鑽石結構(續)



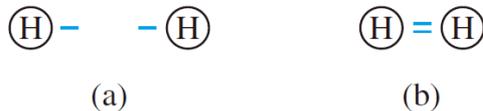
■ 圖 1.14 GaAs 的閃鋅礦晶格



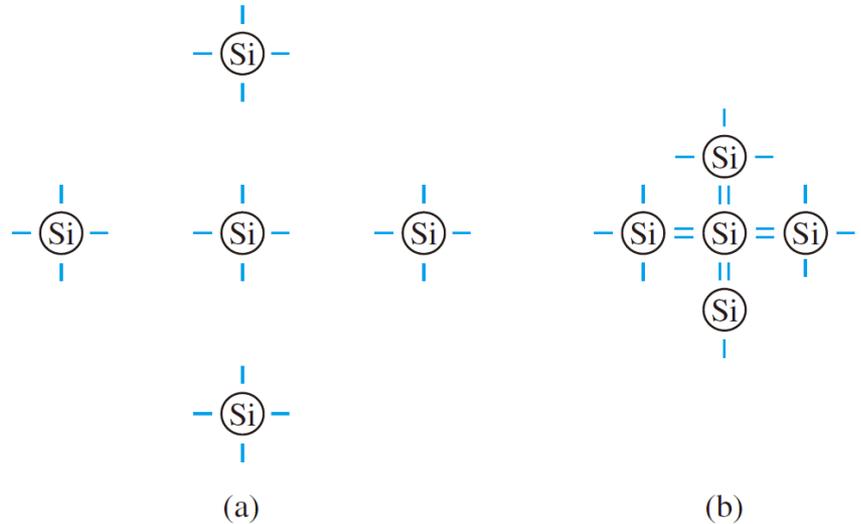
■ 圖 1.15 閃鋅礦晶格中最相鄰原子形成的四面體結構

# 1.5 原子的鍵結

- ❖ 離子鍵(ionic bond)
- ❖ 共價鍵結(covalent bonding)
- ❖ 金屬鍵結(metallic bonding)
- ❖ 凡得瓦 (Van der Waals)鍵結



■ 圖 1.16 (a) 兩個未相互作用的氫原子及其價電子；及 (b) 形成共價鍵的氫分子



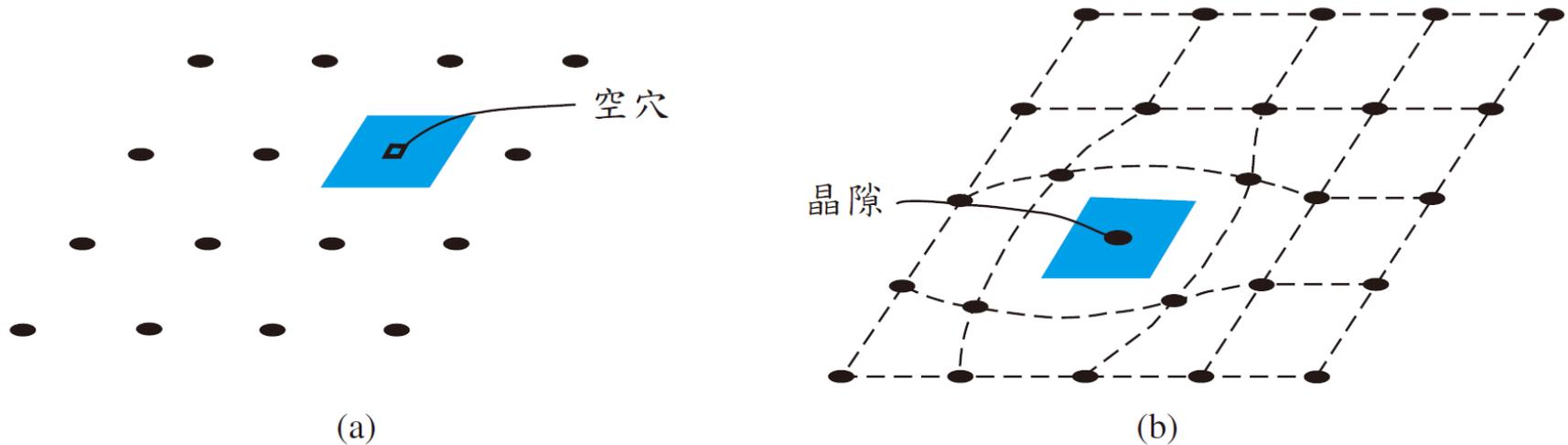
■ 圖 1.17 (a) 五個未相互作用的矽原子及其價電子；及 (b) 形成共價鍵的矽原子群

# 1.6 固體中的缺陷及雜質

## ❖ 1.6.1 固體中的缺陷

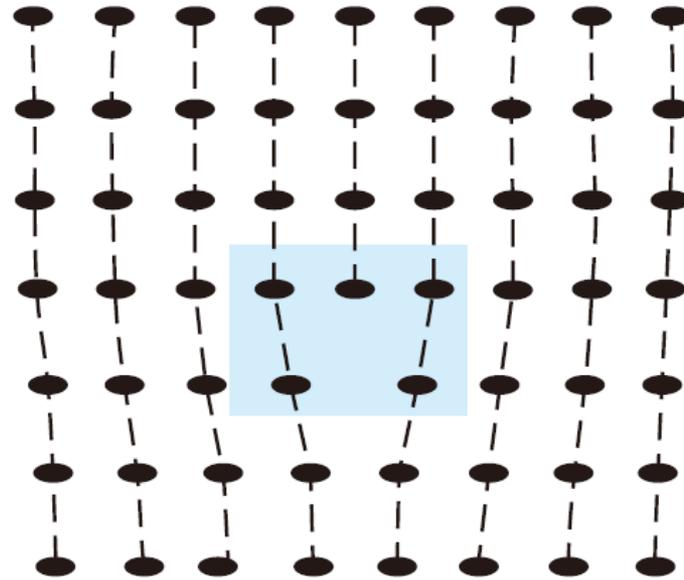
- 晶格振動 (lattice vibration)
- 點缺陷 (point defect)
- 空穴 (vacancy)
- 晶隙 (interstitial)
- 佛朗克缺陷 (Frenkel defect)
- 線差排 (line dislocation)

# 固體中的缺陷



■ 圖 1.18 (a) 空穴缺陷；及 (b) 晶隙缺陷，在單晶晶格的二維方式表示

# 固體中的缺陷



■ 圖 1.19 線差排的二維方式表示

# 1.6.2 固體中的雜質

❖ 替代性(substitutional)雜質

❖ 晶隙(interstitial)雜質

❖ 摻雜(doping)技術

➤ 雜質擴散(impurity diffusion)

➤ 離子佈植(ion implantation)

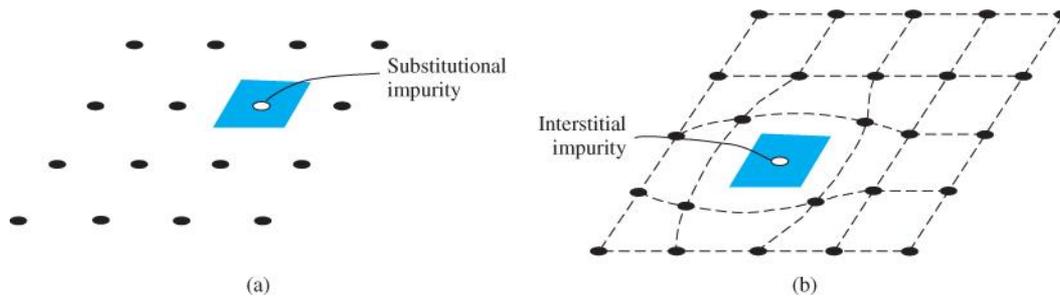
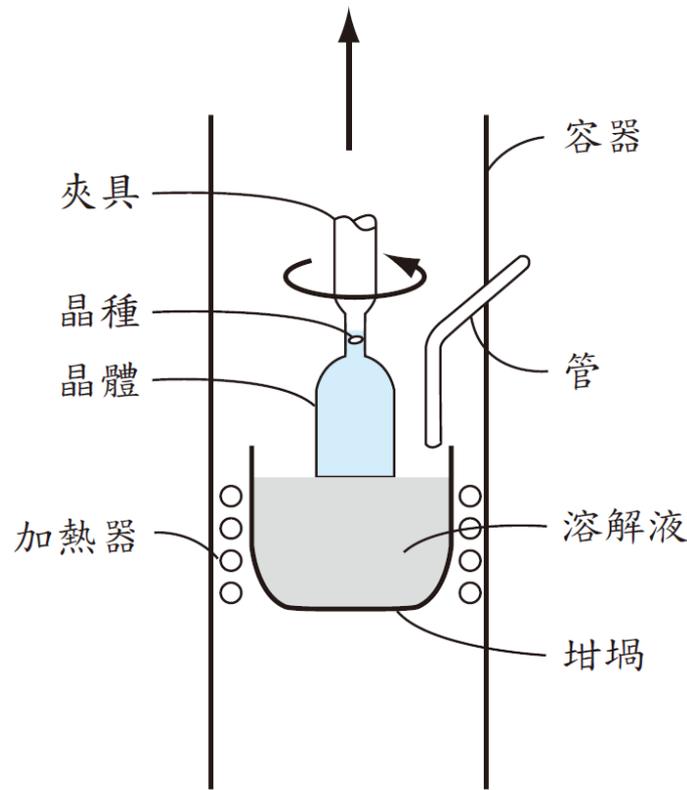


Figure 1.20 | Two-dimensional representation of a single-crystal lattice showing (a) a substitutional impurity and (b) an interstitial impurity.

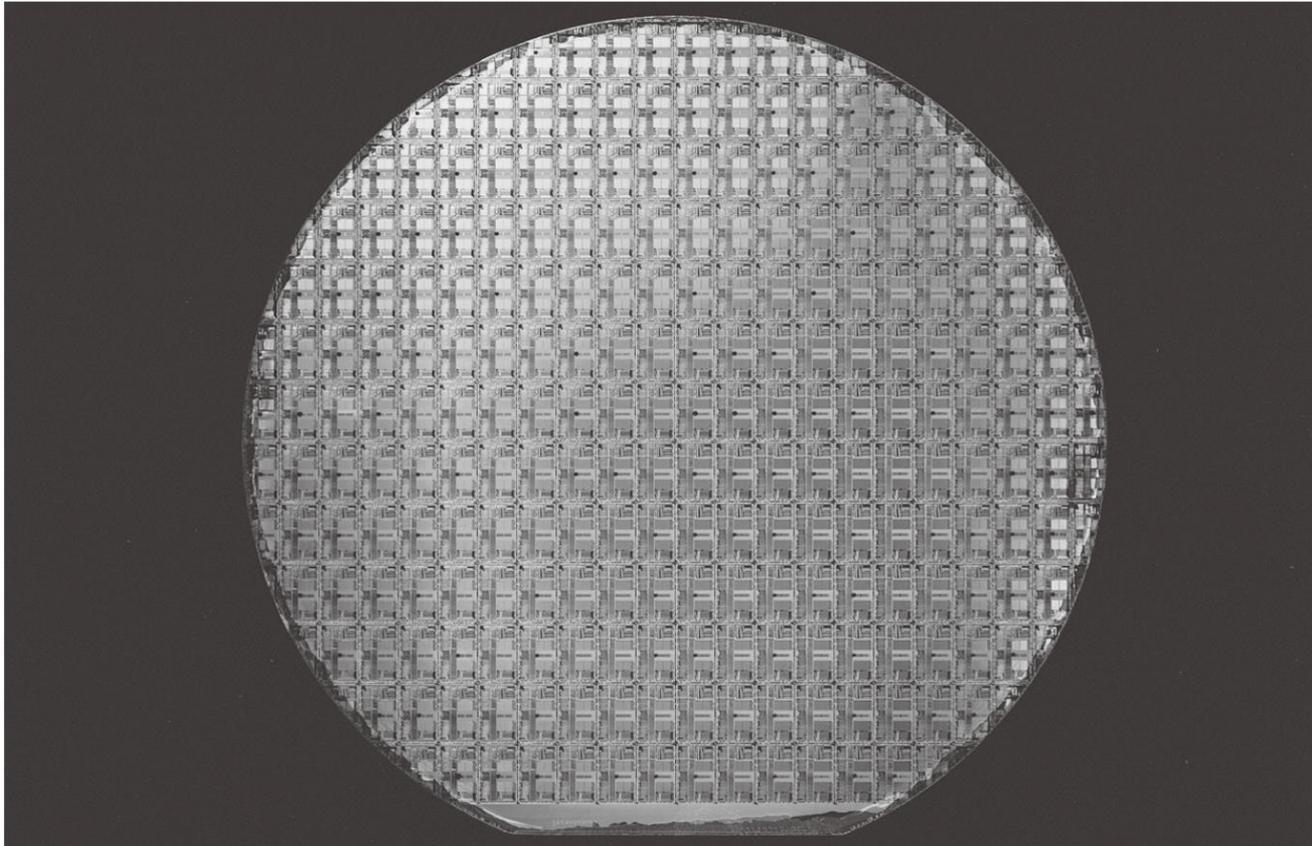
# 1.7 半導體材料的成長

## ❖ 1.7.1 溶質成長

### ➤ 柴可拉斯基法(Czochralski method)



(a)



(b)

■ **圖 1.21** (a) 拉晶模式；及 (b) 含有積體電路的晶圓相片。電路會在晶圓上測試，測試完成後每個電路單元會被切割成為晶片，以配合封裝

# 1.7.2 磊晶成長

## ❖ 磊晶成長(epitaxial growth)

- 同質磊晶(homoepitaxy)
- 異質磊晶(heteroepitaxy)

## ❖ 化學氣相沉積(chemical vapor-phase deposition, CVD)

## ❖ 液相磊晶(liquid-phase epitaxy, LPE)

## ❖ 分子束磊晶(molecular beam epitaxy, MBE)

# 1.8 本章總結

- ◆ 本章列舉了一些常見的半導體材料；矽為最常見的半導體材料。
- ◆ 半導體及一些材料的性質相當大程度的由它們的晶體晶格結構所決定。單元胞為晶體的小單元，可複製單元胞形成晶體。三種基本的單元胞為簡單立方、體心立方及面心立方。
- ◆ 矽具有鑽石(晶格)結構，其每一原子會有相鄰的四個原子而形成一個四面體。二元半導體具有閃鋅礦晶格結構，此結構類似鑽石結構。
- ◆ 密勒指數用以標示晶格的平面、半導體材料的表面及對應晶格的方向。

# 本章總結(續)

- ❖ 缺陷一定存在於半導體中，常見的有空穴缺陷、替代性雜質及晶隙雜質。少量可控制的替代性雜質可用以改變半導體材料的電性，後面的章節將會予以討論。
- ❖ 本章簡要介紹了成長半導體的方法。塊體 (bulk) 的成長可提供起始的半導體材料或基板；磊晶成長則用來改變或控制半導體的表面性質。絕大部分的半導體元件是於磊晶層中製作。







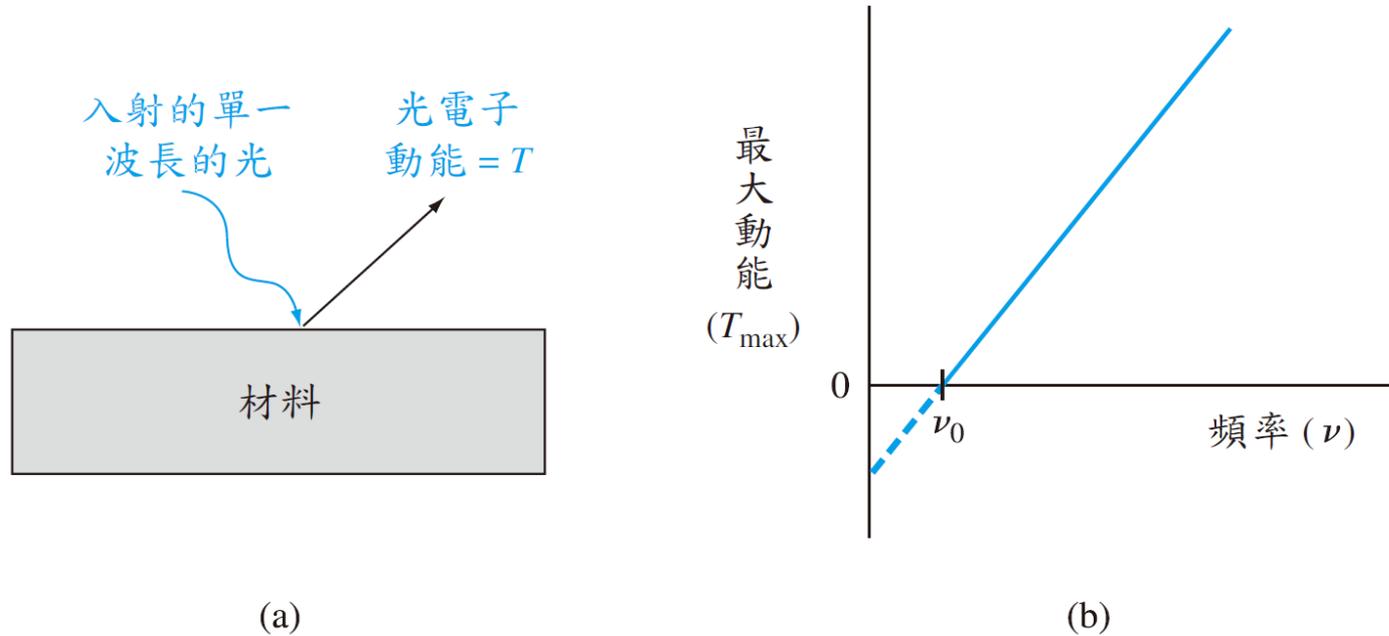


# Chapter 2 量子力學導論

# 本章預定討論內容

- 探討可應用於半導體元件物理的量子力學之基本原理。
- 描述薛丁格波動方程式，並探討波動方程式的物理意義。
- 考慮薛丁格波動方程式應用於各種位勢函數的情況，並分析出電子在晶體中表現的一些基本性質。
- 應用薛丁格波動方程式於具單一個電子的原子。此分析可產出四個基本量子數、分離式能帶的觀念，以及週期表的初始架構原理。

# 2.1 量子力學原理



■ 圖 2.1 (a) 光電效應；及 (b) 光電子的最大動能與入射光頻率的關係曲線

光電子的最大動能

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = h\nu - \Phi = h\nu - h\nu_0 \quad (\nu \geq \nu_0)$$

$$\Phi = h\nu_0$$

## 2.1.2 波動—粒子雙重性

### ❖ 光子的動量

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

其中 $\lambda$ 為光波的波長。

### ❖ 德布羅依假定物質波的波長為

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

其中 $p$ 為粒子的動量，而 $\lambda$ 為物質波的**德布羅依波長**(de Broglie wavelength)。

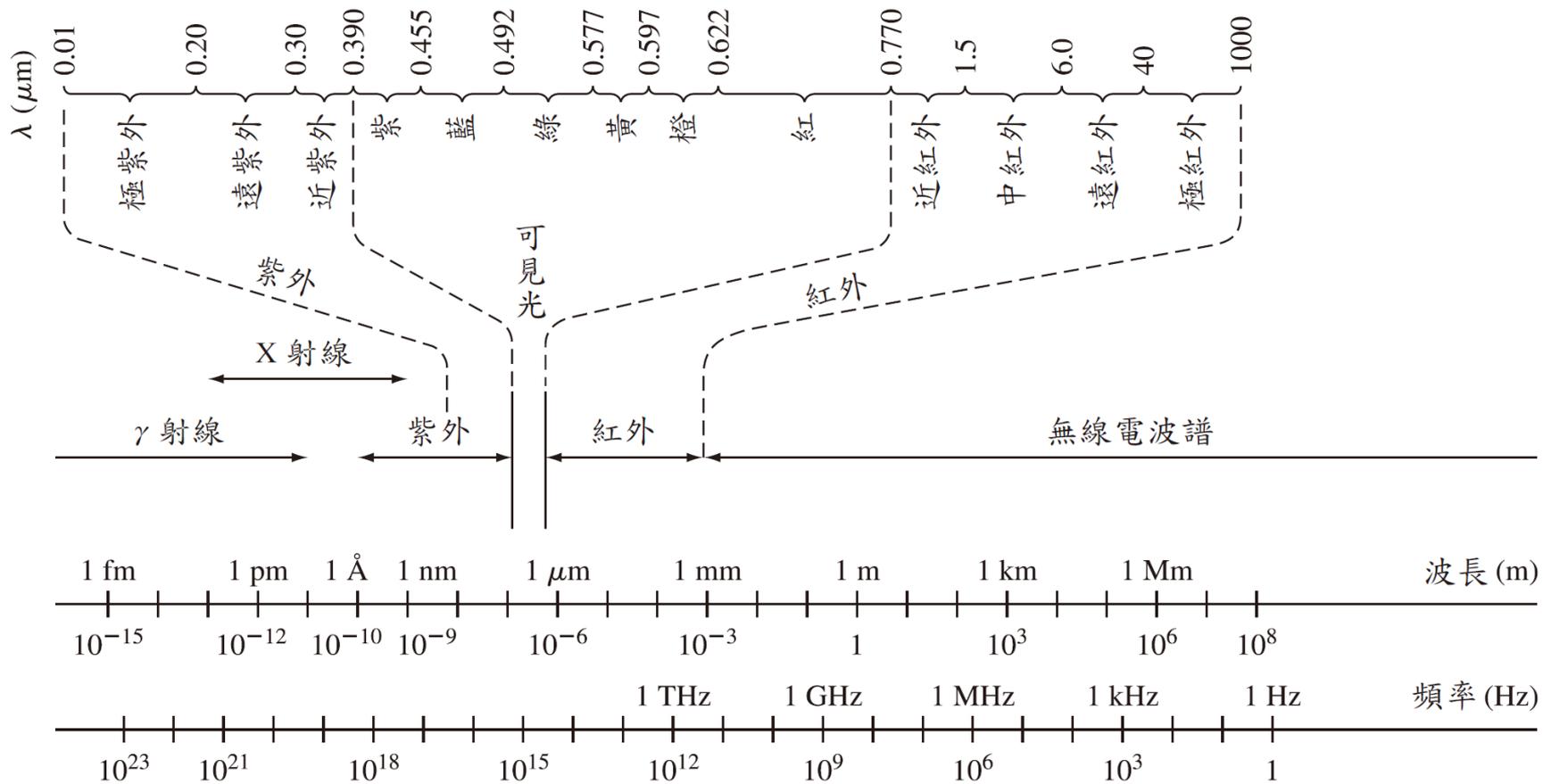


圖 2.4 電磁波頻譜

## 2.1.3 測不準原理

### ❖ 測不準原理 (I)

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar$$

### ❖ 測不準原理 (II)

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Precisely determined momentum

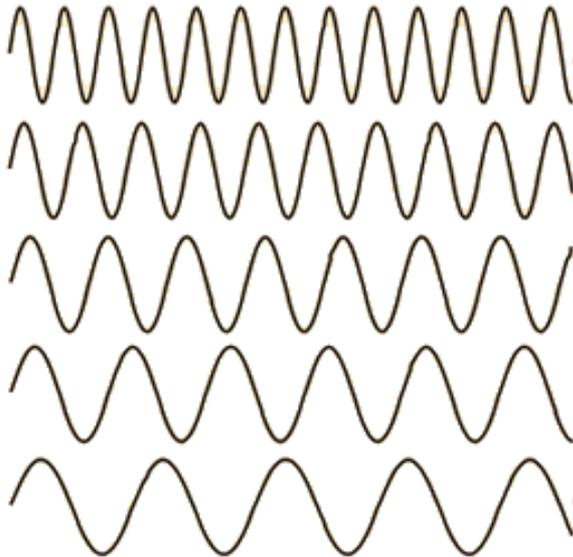


A sine wave of wavelength  $\lambda$  implies that the momentum is precisely known.

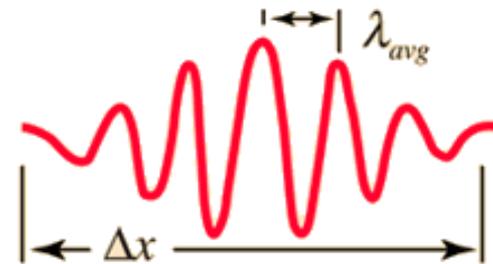
But the wavefunction and the probability of finding the particle  $\Psi^*\Psi$  is spread over all of space!

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

p precise  
x unknown



Adding several waves of different wavelength together will produce an interference pattern which begins to localize the wave.



But that process spreads the momentum values and makes it more uncertain. This is an inherent and inescapable increase in the uncertainty  $\Delta p$  when  $\Delta x$  is decreased.

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2}$$

## 2.2 薛丁格波動方程式

### ❖ 2.2.1 波動方程式

➤ 一維薛丁格波動方程式

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x, t) = j\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t}$$

假設波函數可以寫成

$$\Psi(x, t) = \psi(x)\phi(t)$$

帶入薛丁格波動方程式中，

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \phi(t) \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)\phi(t) = j\hbar\psi(x) \frac{\partial \phi(t)}{\partial t}$$

方程式變為

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi(x)} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V(x) = j\hbar \cdot \frac{1}{\phi(t)} \cdot \frac{\partial \phi(t)}{\partial t}$$

# 波動方程式(續)

時間相關的部分改寫為

$$\eta = j\hbar \cdot \frac{1}{\phi(t)} \cdot \frac{\partial \phi(t)}{\partial t}$$

上式的解可以改寫為

$$\phi(t) = e^{-j(\eta/\hbar)t}$$

其中  $\eta/\hbar$  是角頻率  $\omega$ 。可寫為

$$\phi(t) = e^{-j(E/\hbar)t} = e^{-j\omega t}$$

# 波動方程式(續)

❖ 薛丁格波動方程式中非時變部分可改寫為

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \frac{1}{\psi(x)} \cdot \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V(x) = E$$

其中分離常數是粒子的總能量 $E$ 。

❖ 上式可改寫為

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x))\psi(x) = 0$$

其中 $m$ 是粒子的質量， $V(x)$ 為粒子所經歷的位勢， $E$ 為粒子的總能量。

## 2.2.2 波函數的物理意義

❖ 整個波函數是位置相關的函數(即非時變的函數)與時間相關的函數的乘積

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \phi(t) = \psi(x) e^{-j(E/\hbar)t} = \psi(x) e^{-j\omega t}$$

波函數與其共軛複數的乘積為

$$\Psi(x, t) \Psi^*(x, t) = [\psi(x) e^{-j(E/\hbar)t}] [\psi^*(x) e^{+j(E/\hbar)t}] = \psi(x) \psi^*(x)$$

得到

$$|\Psi(x, t)|^2 = \psi(x) \psi^*(x) = |\psi(x)|^2$$

其為一個與時間無關的機率密度函數。

## 2.2.3 邊界條件

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

- ❖ 上式將波函數歸一化(normalized)，因此可知道在每個位置處發現到粒子確定的機率值，並可做為決定波函數的係數所需的邊界條件。
- ❖ 若粒子的總能量 $E$ 以及任何位置處的位勢 $V(x)$ 皆為有限的量，則波函數及其一階微分必然具有下列的性質：
  - (I)  $\psi(x)$  必為有限的、單一的值，及連續的。
  - (II)  $\partial\psi(x)/\partial x$  必為有限的、單一的值，及連續的。

## 2.3 薛丁格波動方程式的應用

### ❖ 2.3.1 自由空間中的電子

➤ 非時變的波動方程式

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) = 0$$

此微分方程式的解我們可以表示為

$$\psi(x) = A \exp\left[\frac{jx\sqrt{2mE}}{\hbar}\right] + B \exp\left[\frac{-jx\sqrt{2mE}}{\hbar}\right]$$

或 
$$\psi(x) = A \exp(jkx) + B \exp(-jkx)$$

其中 
$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

# 自由空間中的電子(續)

❖ 時間部分的解為

$$\phi(t) = e^{-j(E/\hbar)t} = e^{-j\omega t}$$

所以，波函數完整的解為

$$\Psi(x, t) = A \exp[j(kx - \omega t)] + B \exp[-j(kx + \omega t)]$$

此波函數的解為一個行進波。

# 自由空間中的電子(續)

❖ 把行進波的解寫成下面的型式：

$$\Psi(x, t) = A \exp[j(kx - \omega t)]$$

其中 $k$ 是波數，為

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{p^2}{\hbar^2}} = \frac{p}{\hbar}$$

或

$$p = \hbar k$$

# 自由空間中的電子(續)

❖ 德布羅依的波長可以表示為

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

則波長可以表示為

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

或

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

## 2.3.2 無限位勢井

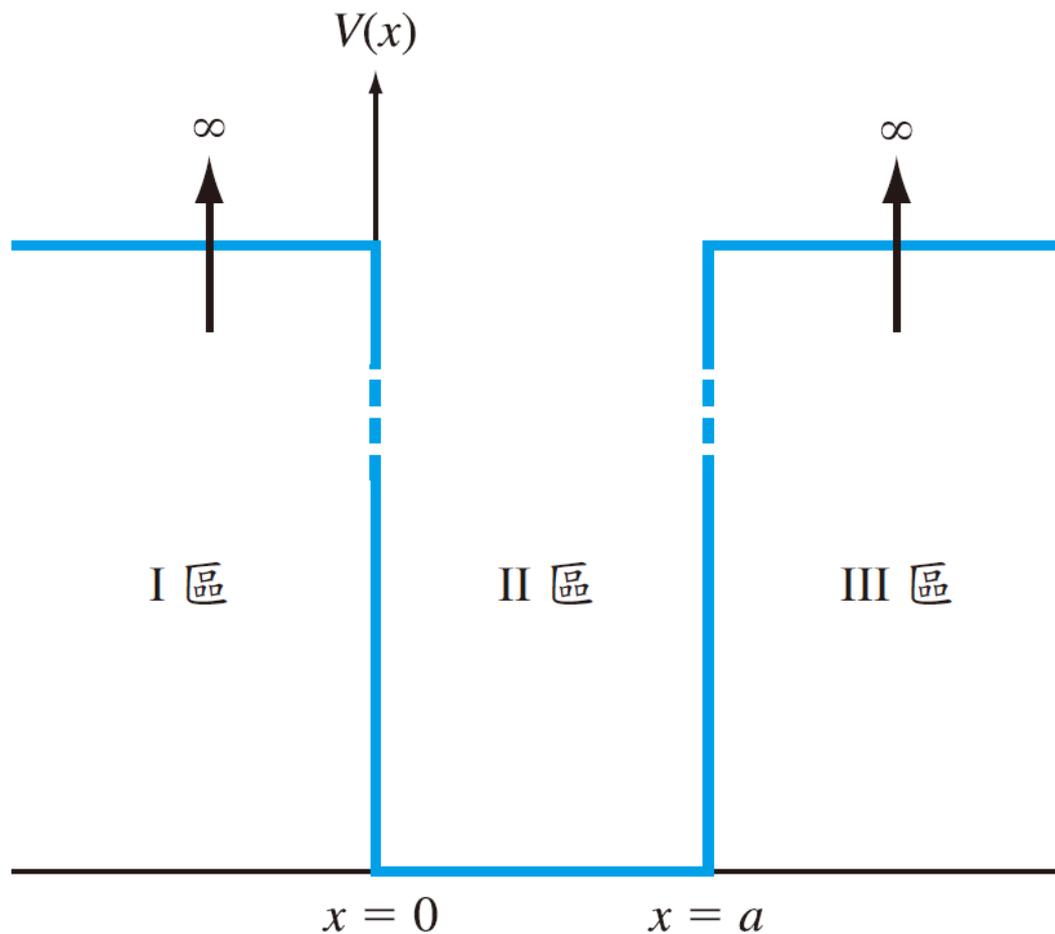


圖 2.6 無限位勢井的位勢函數

# 無限位勢井(續)

❖ 區域II中， $V=0$ ，非時變的薛丁格波動方程式為

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi(x) = 0$$

方程式的特殊解可表示為

$$\psi(x) = A_1 \cos kx + A_2 \sin kx$$

其中

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

# 無限位勢井(續)

❖ 波函數  $\Psi(x)$  必須連續，因此

$$\psi(x = 0) = \psi(x = a) = 0$$

套入邊界條件於  $x = 0$  處，可得  $A_1 = 0$ 。

套入邊界條件於  $x = a$  處，可得

$$\psi(x = a) = 0 = A_2 \sin ka$$

此方程式僅在  $ka = n\pi$  的條件下方成立，其中參數  $n$  為一個正整數，即  $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

此參數  $n$  成一個量子數(quantum number)。

# 無限位勢井(續)

❖ 若波函數的解  $\Psi(x)$  為一個實數的函數

$$\int_0^a A_2^2 \sin^2 kx \, dx = 1$$

非時變波動的解為

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad \text{其中 } n = 1, 2, 3, \dots$$

# 無限位勢井(續)

❖ 波函數中的參數 $k$

$$k^2 \rightarrow k_n^2 = \frac{2mE_n}{\hbar^2} = \frac{n^2\pi^2}{a^2}$$

❖ 總能量 $E$ 可以表示為

$$E = E_n = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2}$$

其中  $n = 1, 2, 3, \dots$

# 例題 2.3

## ■ 題說

考慮電子在一個寬度為  $5 \text{ \AA}$  的無限位勢井中。

## ■ 解答

$$E_n = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2} = \frac{n^2 (1.054 \times 10^{-34})^2 \pi^2}{2(9.11 \times 10^{-31})(5 \times 10^{-10})^2} = n^2 (2.41 \times 10^{-19}) \text{ J}$$

$$E_n = \frac{n^2 (2.41 \times 10^{-19})}{1.6 \times 10^{-19}} = n^2 (1.51) \text{ eV}$$

$$E_1 = 1.51 \text{ eV}, \quad E_2 = 6.04 \text{ eV}, \quad E_3 = 13.59 \text{ eV}$$

## 2.3.4 位勢障與穿隧

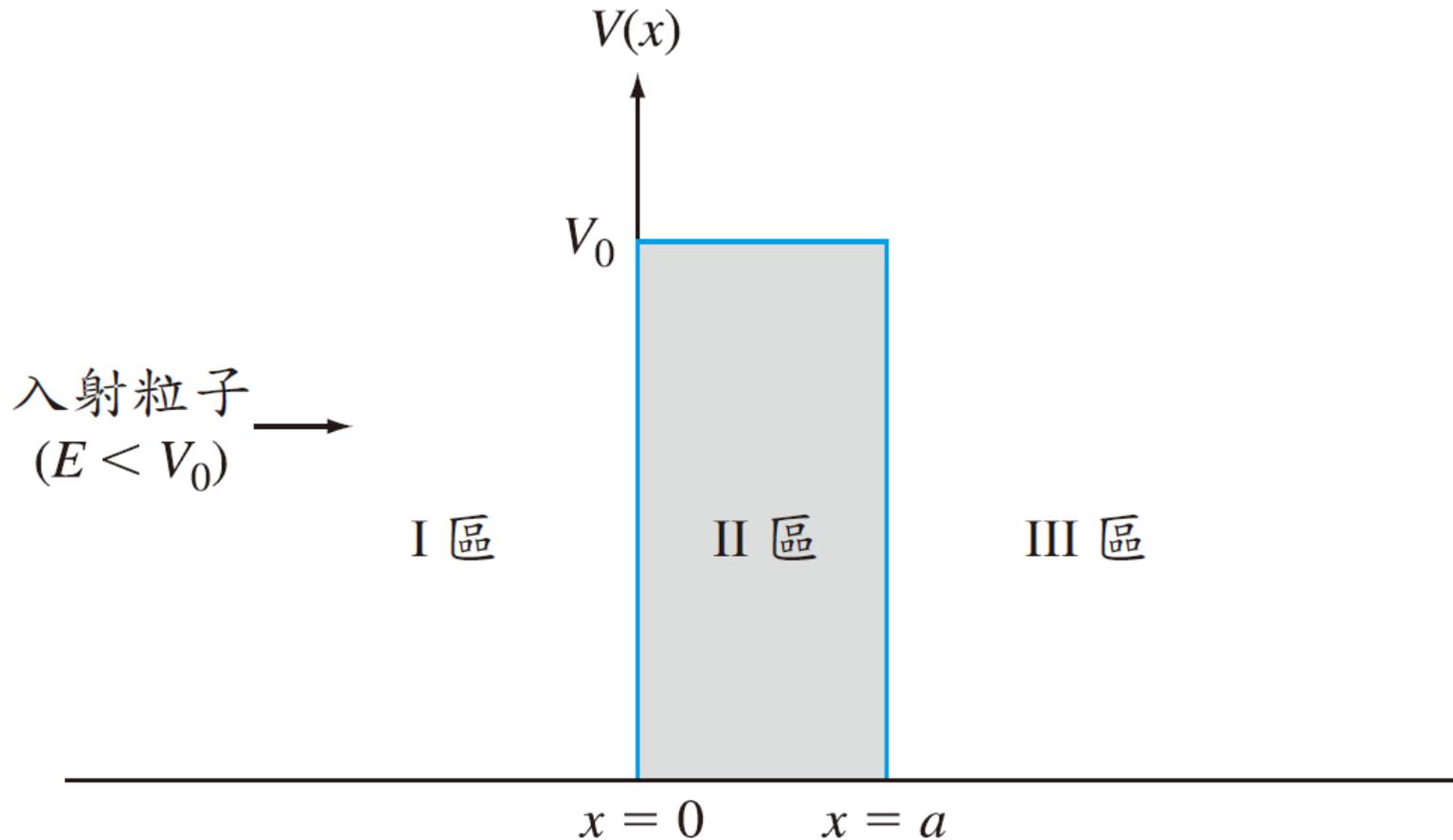


圖 2.9 位勢障函數

❖ 在區域I、II、III中波動方程式的解分別為

$$\psi_1(x) = A_1 e^{jk_1 x} + B_1 e^{-jk_1 x}$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x}$$

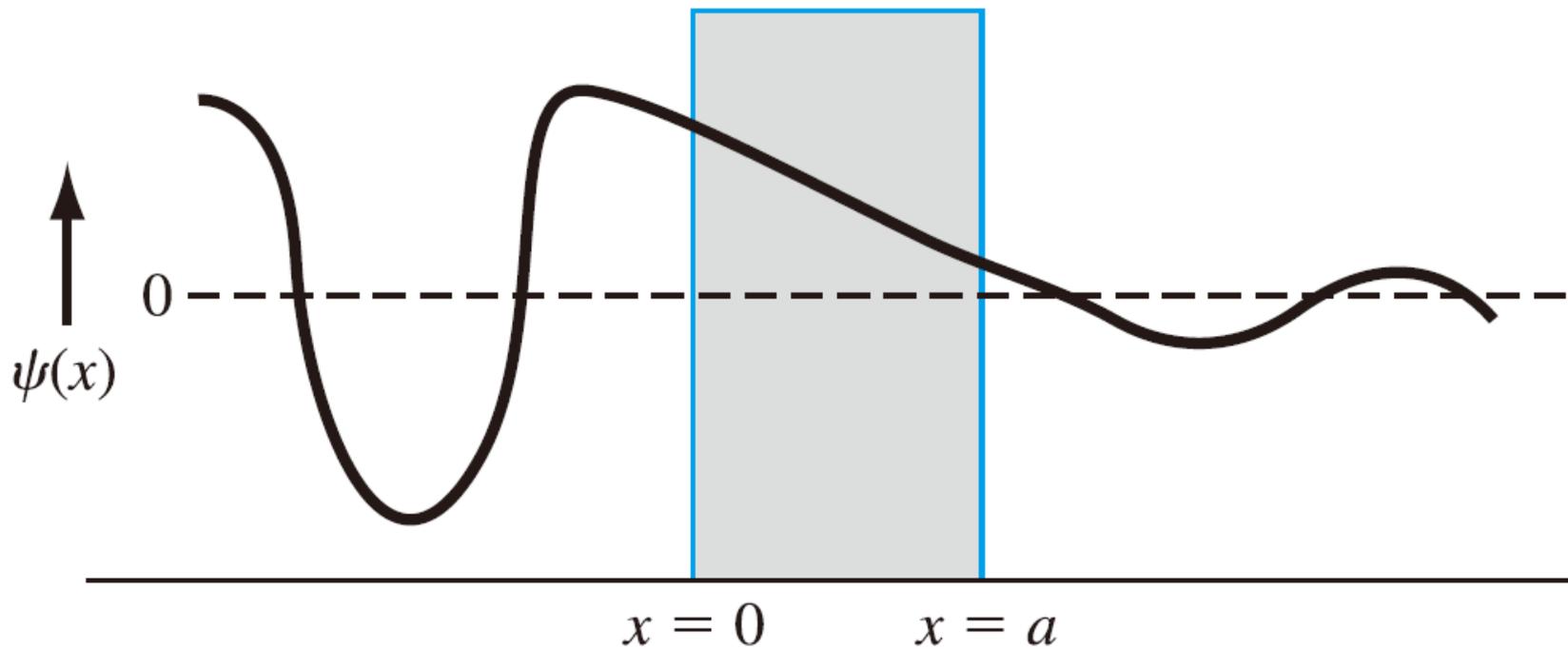
$$\psi_3(x) = A_3 e^{jk_1 x} + B_3 e^{-jk_1 x}$$

其中

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

及

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)}$$



■ 圖 2.10 通過位勢障的波函數

# 位勢障與穿隧(續)

❖ 透射係數  $T$  為

$$T = \frac{v_t \cdot A_3 \cdot A_3^*}{v_i \cdot A_1 \cdot A_1^*} = \frac{A_3 \cdot A_3^*}{A_1 \cdot A_1^*}$$

其中  $v_t$ 、 $v_i$  分別為粒子的透射與入射速率。

在  $E \ll V_0$  的情況下，可以得到

$$T \approx 16 \left( \frac{E}{V_0} \right) \left( 1 - \frac{E}{V_0} \right) \exp(-2k_2a)$$

# 例題 2.5

## ■ 題說

考慮能量為 2 eV 的電子撞擊一個  $V_0 = 20$  eV、寬度為 3 Å 的位勢障。

## ■ 解答

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2(9.11 \times 10^{-31})(20 - 2)(1.6 \times 10^{-19})}{(1.054 \times 10^{-34})^2}}$$

$$k_2 = 2.17 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

$$T = 16(0.1)(1 - 0.1) \exp[-2(2.17 \times 10^{10})(3 \times 10^{-10})]$$

$$T = 3.17 \times 10^{-6}$$

## 2.4 波動理論延伸於原子架構

### ❖ 2.4.1 單電子原子

➤ 位勢函數

$$V(r) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

此處  $e$  為電子的電荷量， $\epsilon_0$  為自由空間中的介電常數 (permittivity of free space)。

➤ 電子能量可表示為

$$E_n = \frac{-m_0 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2}$$

其中， $n$  為主量子數。負的能量代表電子被原子核束縛。

# 單電子原子(續)

❖ 波動方程式的解可用  $\Psi_{n/l/m}$  表示，其中  $n, l$  與  $m$  為不同的量子數。最低能量狀態所對應的量子數為  $n = 1, l = 0$  及  $m = 0$ ，其波函數為

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$$

其函數為球形對稱的，參數  $a_0$  稱為波爾半徑，為

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_0 e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

## 2.4.2 週期表

### ❖ 電子自旋(electron spin)

- 電子具有一個固有的旋轉角動量或稱自旋，其亦為量子化的，且具有兩個可能的值。

### ❖ 包利不相容原理(Pauli exclusion principle)

- 在任何系統中(無論是原子、分子或晶體)不可能同時有兩個電子佔據同一個量子狀態。

■ 表 2.1 週期表的開頭部分

元素	符號	$n$	$l$	$m$	$s$
氫 (Hydrogen)	$1s^1$	1	0	0	$+\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$
氦 (Helium)	$1s^2$	1	0	0	$+\frac{1}{2}$ 及 $-\frac{1}{2}$
鋰 (Lithium)	$1s^2 2s^1$	2	0	0	$+\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$
鈹 (Beryllium)	$1s^2 2s^2$	2	0	0	$+\frac{1}{2}$ 及 $-\frac{1}{2}$
硼 (Boron)	$1s^2 2s^2 2p^1$	2	1	}	$m = 0, -1, +1$ $s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
碳 (Carbon)	$1s^2 2s^2 2p^2$	2	1		
氮 (Nitrogen)	$1s^2 2s^2 2p^3$	2	1		
氧 (Oxygen)	$1s^2 2s^2 2p^4$	2	1		
氟 (Fluorine)	$1s^2 2s^2 2p^5$	2	1		
氖 (Neon)	$1s^2 2s^2 2p^6$	2	1		

## 2.5 本章總結

- ◆ 我們考慮了一些量子力學的基本觀念，其可用來描述電子在各種位勢下的行為。了解電子的行為是了解半導體物理的重要關鍵。
- ◆ 波動—粒子雙重性原理是量子力學中重要的部分。此原理論述：粒子具有似波的特徵，而波具有似粒子的性質。
- ◆ 薛丁格波動方程式建構了描述並預測電子行為之基礎。
- ◆ 馬克斯波恩提出了  $|\Psi(x)|^2$  代表機率密度函數的理論。

# 本章總結(續)

- ◆ 應用薛丁格波動方程式於一個被侷限的粒子上，得知此粒子的能量為量子化的(quantized)。
- ◆ 應用薛丁格波動方程式於入射至位勢障的電子上，得知電子有機會穿隧(tunneling)通過位勢障。
- ◆ 應用薛丁格波動方程式於單電子原子的結果，發展出量子數的概念。
- ◆ 週期表的基本架構可藉由應用薛丁格波動方程式於單電子原子中而預測出來。





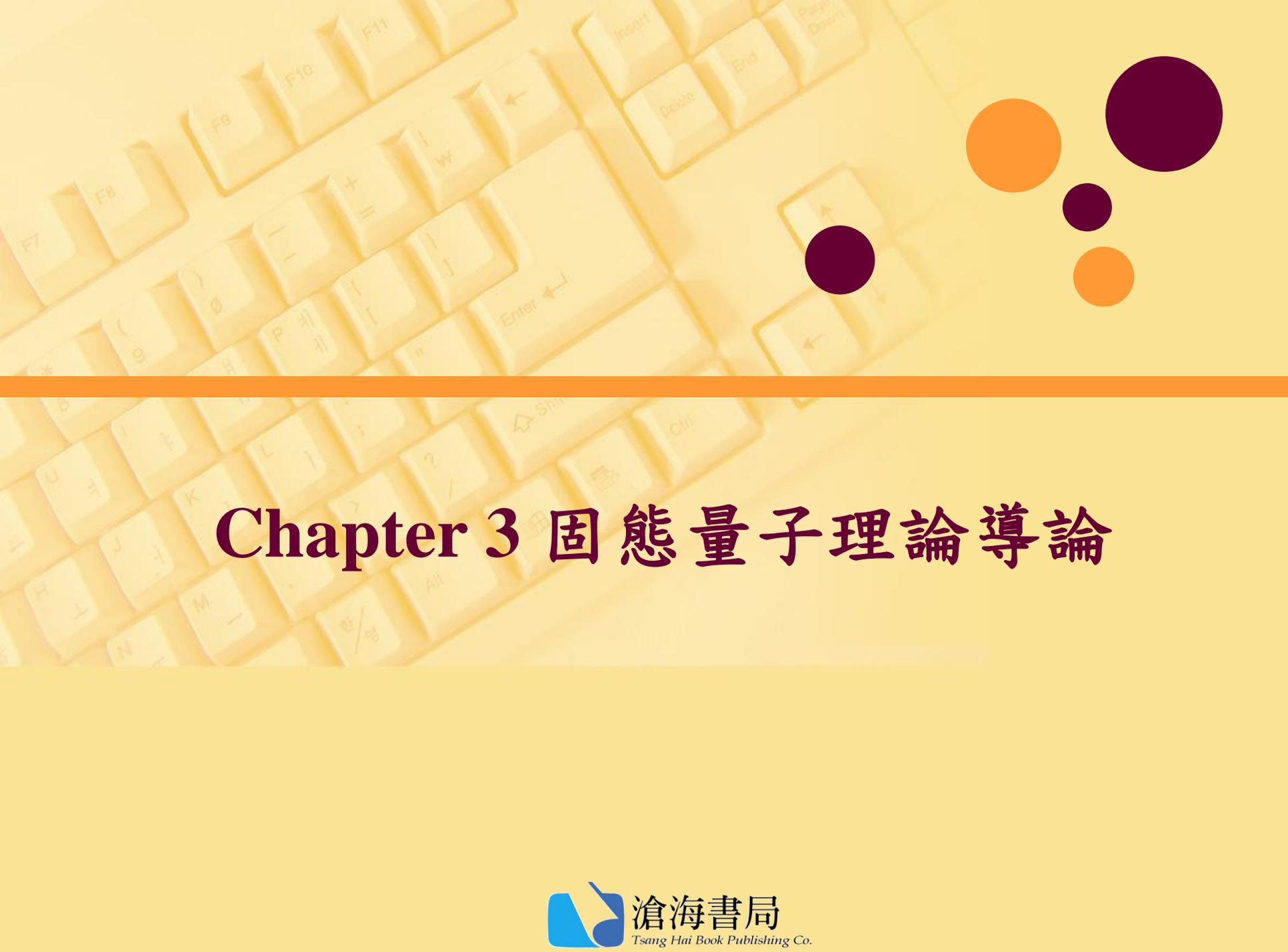












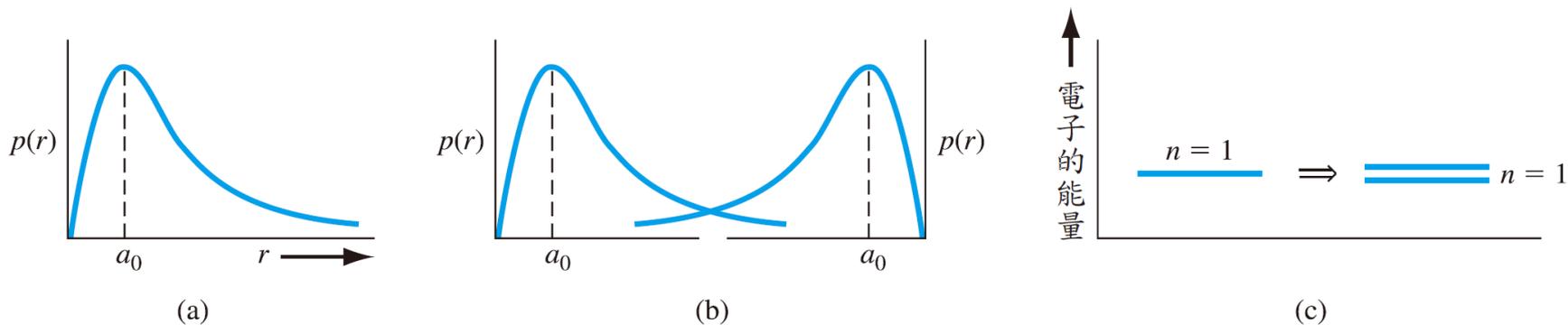
# Chapter 3 固態量子理論導論

# 章預定討論內容

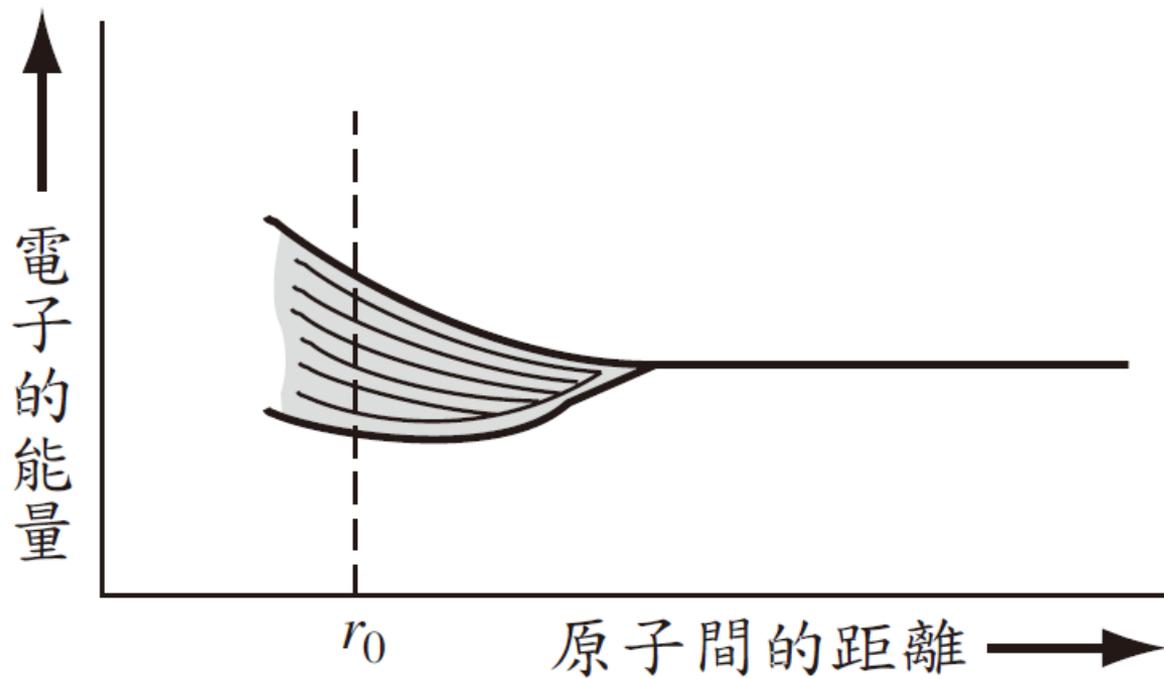
- 引出單晶材料具有的允許及禁止電子能帶的觀念，並描述半導體材料的傳導帶及價電帶。
- 討論帶負電荷的電子以及帶正電荷的電洞成為半導體材料中兩種不同電荷載子 (carrier) 的觀念。
- 導出單晶材料中電子能量相對於動量關係的曲線，並據以定義出直接能隙及間接能隙的半導體材料。
- 討論電子及電洞的等效質量之觀念。
- 推導出允許能帶所具有的量子態密度。
- 發展出用以描述電子落於允許能階的統計分布狀況的費米-狄拉克 (Fermi-Dirac) 機密函數，並定義出費米能階。

# 3.1 允許能帶及禁止能帶

## ❖ 3.1.1 能帶的形成



■ 圖 3.1 (a) 一個孤立氫原子的機率密度函數；(b) 兩個相鄰的氫原子其機率密度函數重疊；(c)  $n = 1$  狀態的分裂



■ 圖 3.2 能階分裂成一條允許的能帶

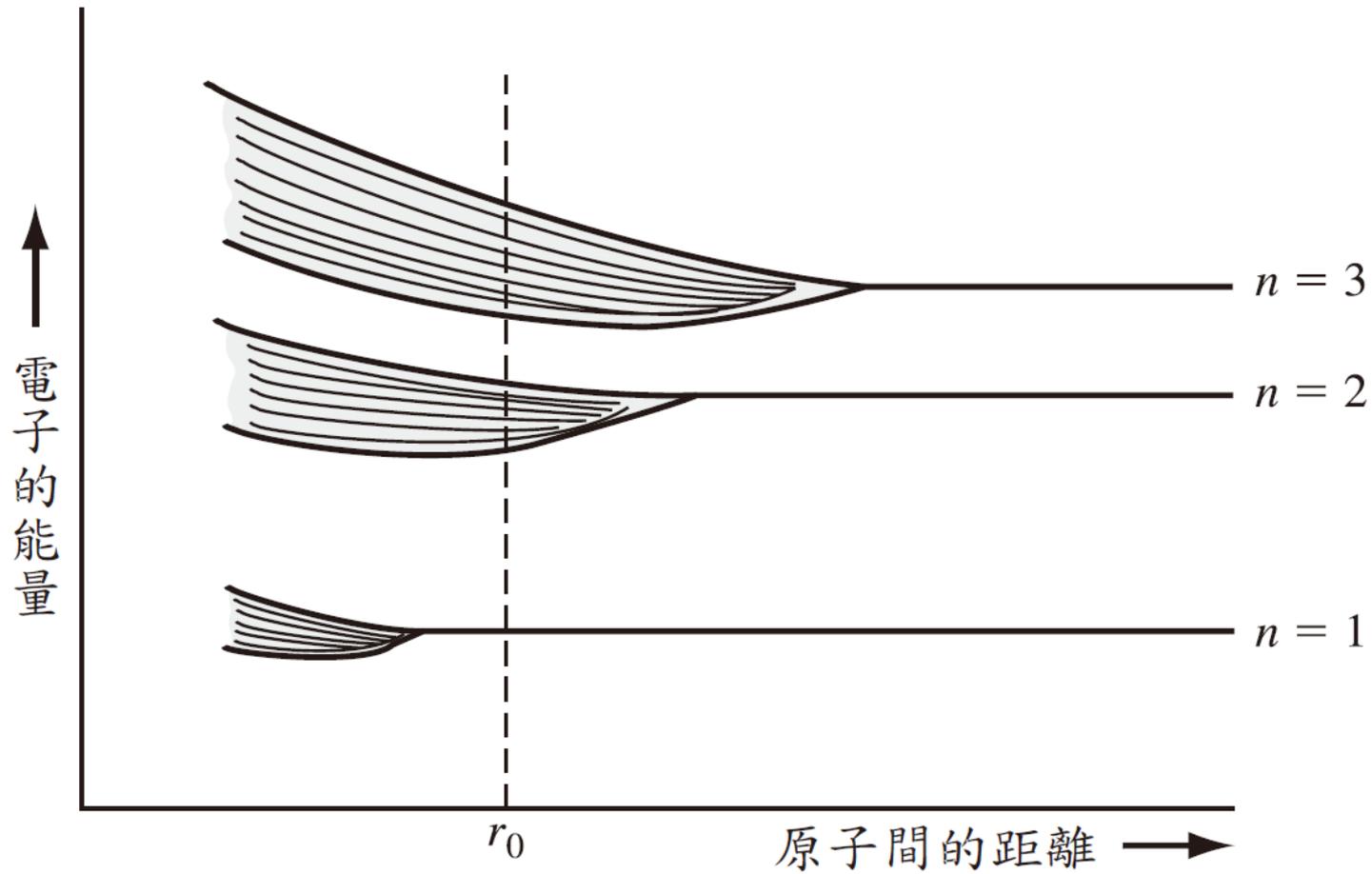
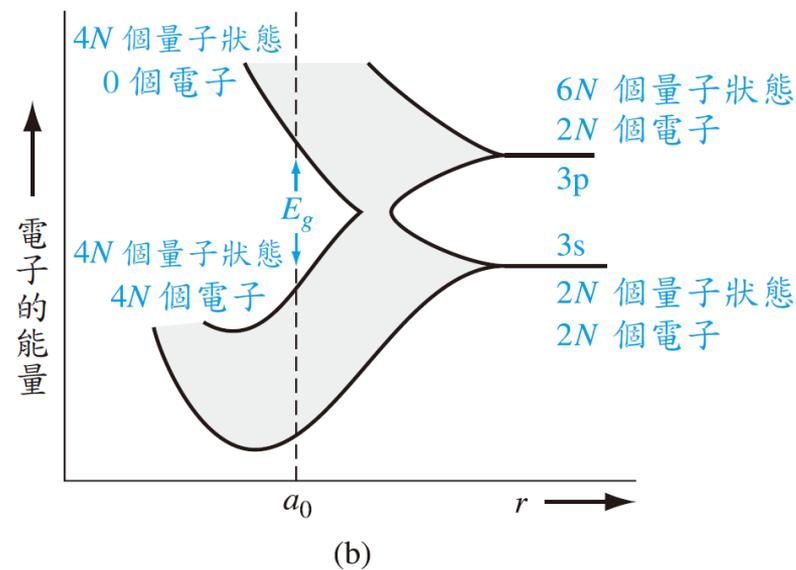
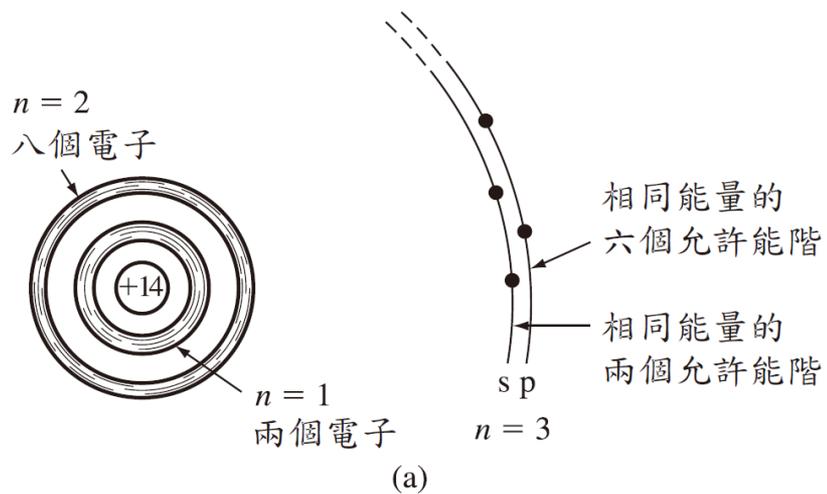
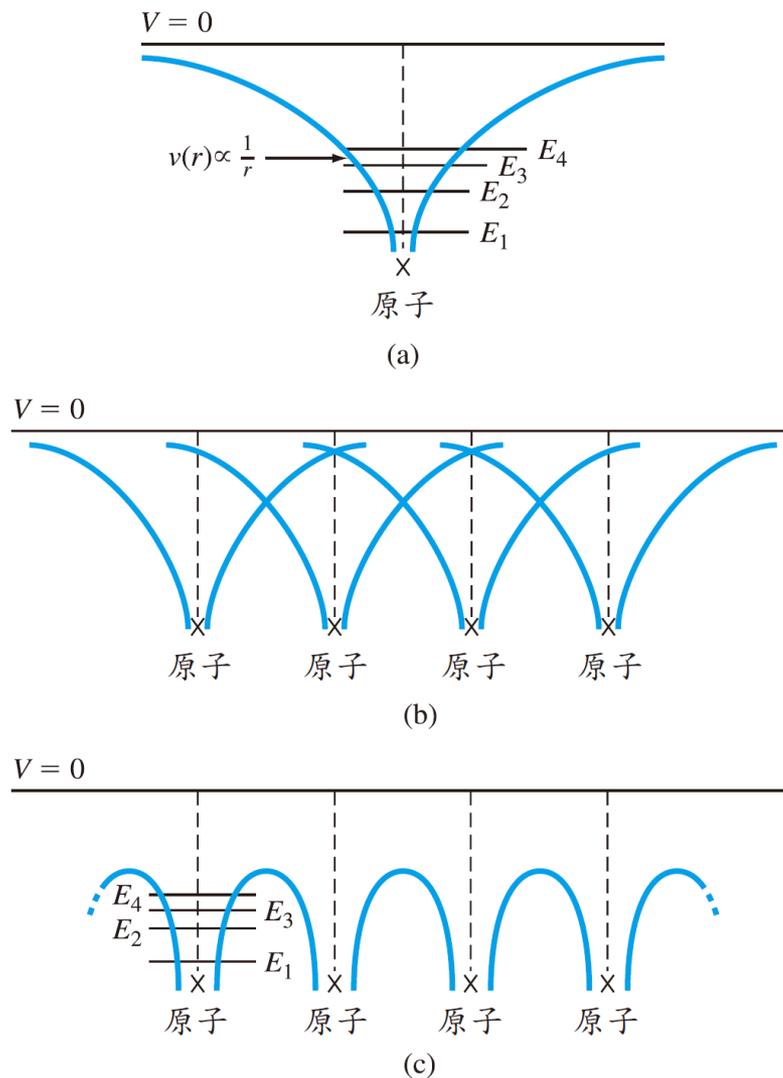


圖 3.3 三個能階分裂為允許的能帶



■ 圖 3.4 (a) 孤立的矽原子；(b) 矽的 3s 及 3p 狀態能階分裂為允許能帶及禁止能帶

# 3.1.2 科尼－潘尼模型



Chapter 3 **圖 3.5** (a) 單一孤立原子的位勢函數；(b) 相鄰原子重疊的位勢函數；(c) 疊加後一維單一晶格的淨位勢函數

# 科尼－潘尼模型(續)

❖ 布羅克(Bloch)的數學理論說明所有涉及到週期性位勢函數的單電子波函數，必有下列的型式：

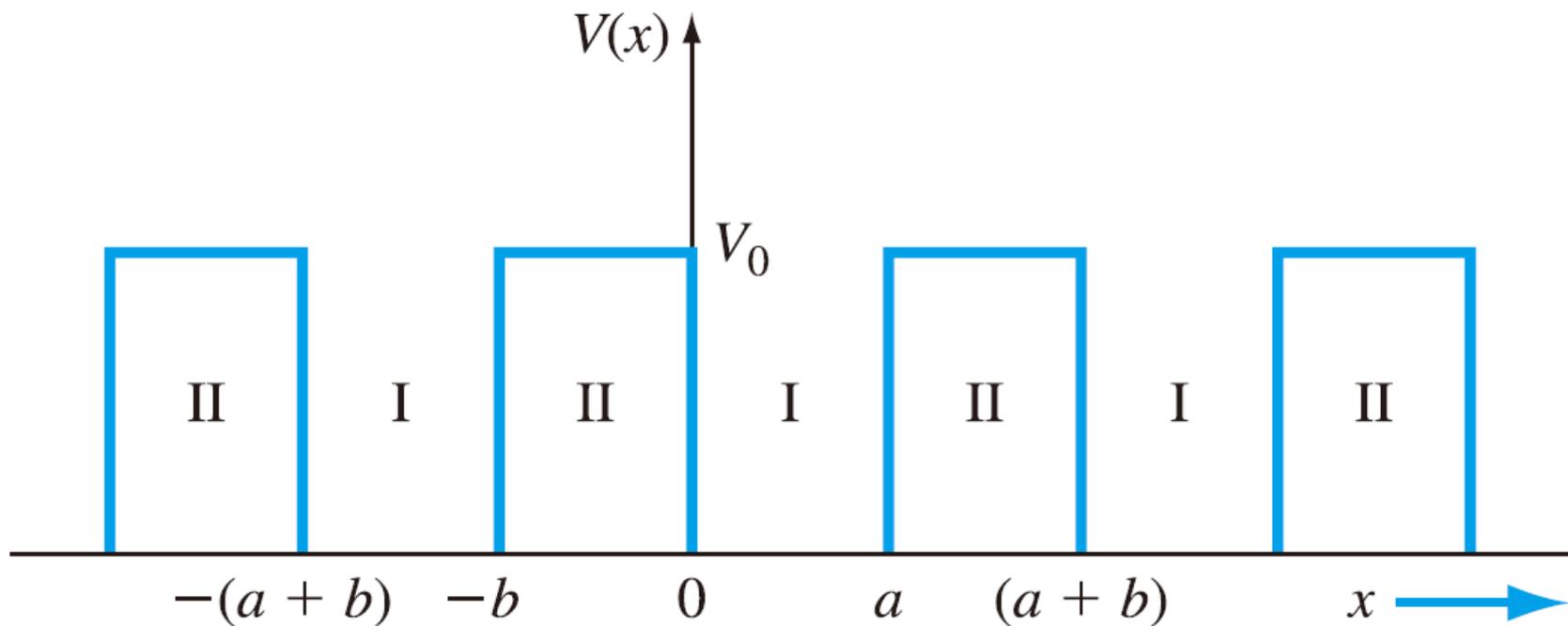
$$\psi(x) = u(x)e^{jkx}$$

參數 $k$ 為一種運動常數。函數 $u(x)$ 是一個週期性函數，其週期為 $(a + b)$ 。

❖ 
$$\Psi(x, t) = \psi(x)\phi(t) = u(x)e^{jkx} \cdot e^{-j(E/\hbar)t}$$

$$\Psi(x, t) = u(x)e^{j(kx - (E/\hbar)t)}$$

行進波的解代表在一個單晶材料中電子的運動情形。行進波的振幅是一個週期性的函數。



■ 圖 3.6 科尼—潘尼一維的週期性位勢函數

# 科尼－潘尼模型(續)

❖ 考慮圖3.6中的區域I ( $0 < x < a$ )，其位勢函數  $V(x) = 0$ ，將

$$\psi(x) = u(x)e^{jkx}$$

兩次微分且代入非時變的薛丁格波動方程式中，可得

$$\frac{d^2u_1(x)}{dx^2} + 2jk\frac{du_1(x)}{dx} - (k^2 - \alpha^2)u_1(x) = 0$$

函數  $u_1(x)$  是指在區域I中波函數的振幅，參數  $\alpha$  為

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

# 科尼－潘尼模型(續)

❖ 考慮  $-b < x < 0$  的區域II，其位勢函數  $V(x) = V_0$ ，應用薛丁格波動方程式可得下列關係式：

$$\frac{d^2 u_2(x)}{dx^2} + 2jk \frac{du_2(x)}{dx} - \left( k^2 - \alpha^2 + \frac{2mV_0}{\hbar^2} \right) u_2(x) = 0$$

其中  $u_2(x)$  是指在區域II中波函數的振幅。我們可以定義：

$$\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0) = \alpha^2 - \frac{2mV_0}{\hbar^2} = \beta^2$$

# 科尼－潘尼模型(續)

❖ 對應於區域I的(3.4)式的解，其型式為

$$u_1(x) = Ae^{j(\alpha-k)x} + Be^{-j(\alpha+k)x} \quad \text{對 } (0 < x < a)$$

❖ 對應於區域II的(3.8)式的解，其型式為

$$u_2(x) = Ce^{j(\beta-k)x} + De^{-j(\beta+k)x} \quad \text{對 } (-b < x < 0)$$

❖ 由於位勢函數 $V(x)$ 為一個有限的函數，因此波函數 $\Psi(x)$ 及其一階導數 $\partial\Psi(x)/\partial(x)$ 也必定是連續的函數。

# 科尼－潘尼模型(續)

$$P' \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos ka$$

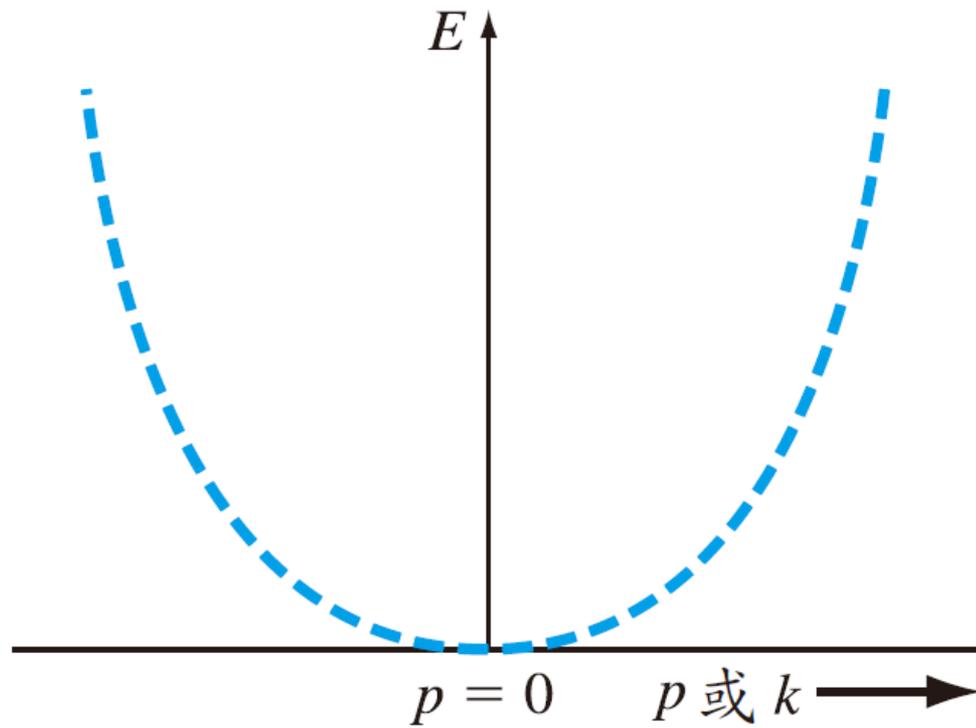
- ❖ 上式表現出參數 $k$ 與總能量 $E$ 及位勢障 $V_0$ 間的關係。
- ❖ 如果我們假設晶體是無限大，則上式之中的 $k$ 值為連續變化的，而且一定是一個實數。

### 3.1.3 $k$ 空間圖形

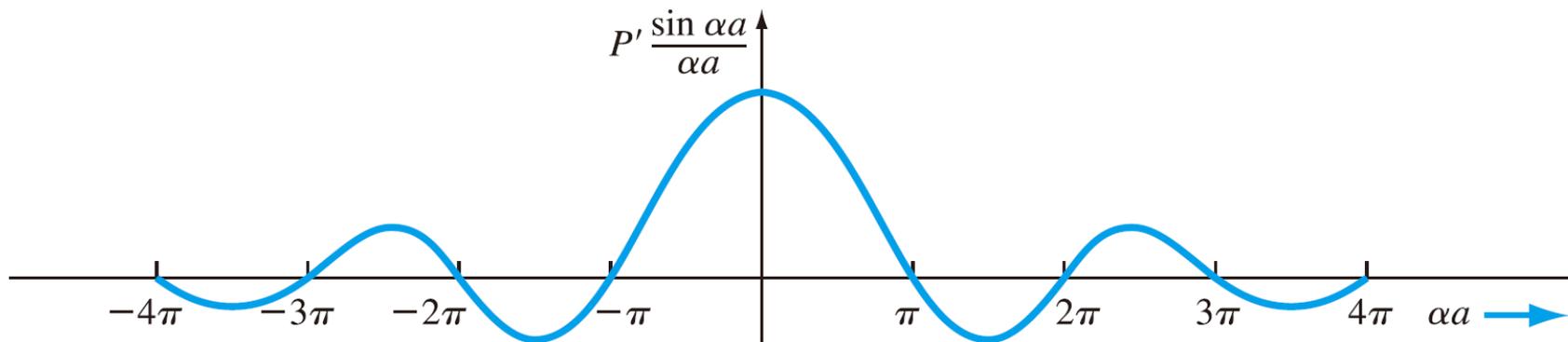
$$\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2m\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{\hbar^2}} = \frac{p}{\hbar} = k$$

- ❖ 其中 $p$ 是粒子的動量(momentum)。移動參數 $k$ 與自由電子的動量有關。
- ❖ 自由粒子的能量與動量之間的關係可表示為

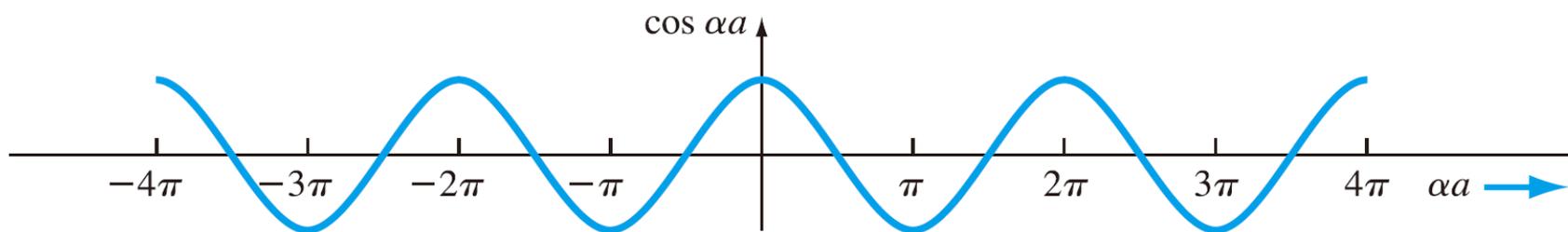
$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{k^2\hbar^2}{2m}$$



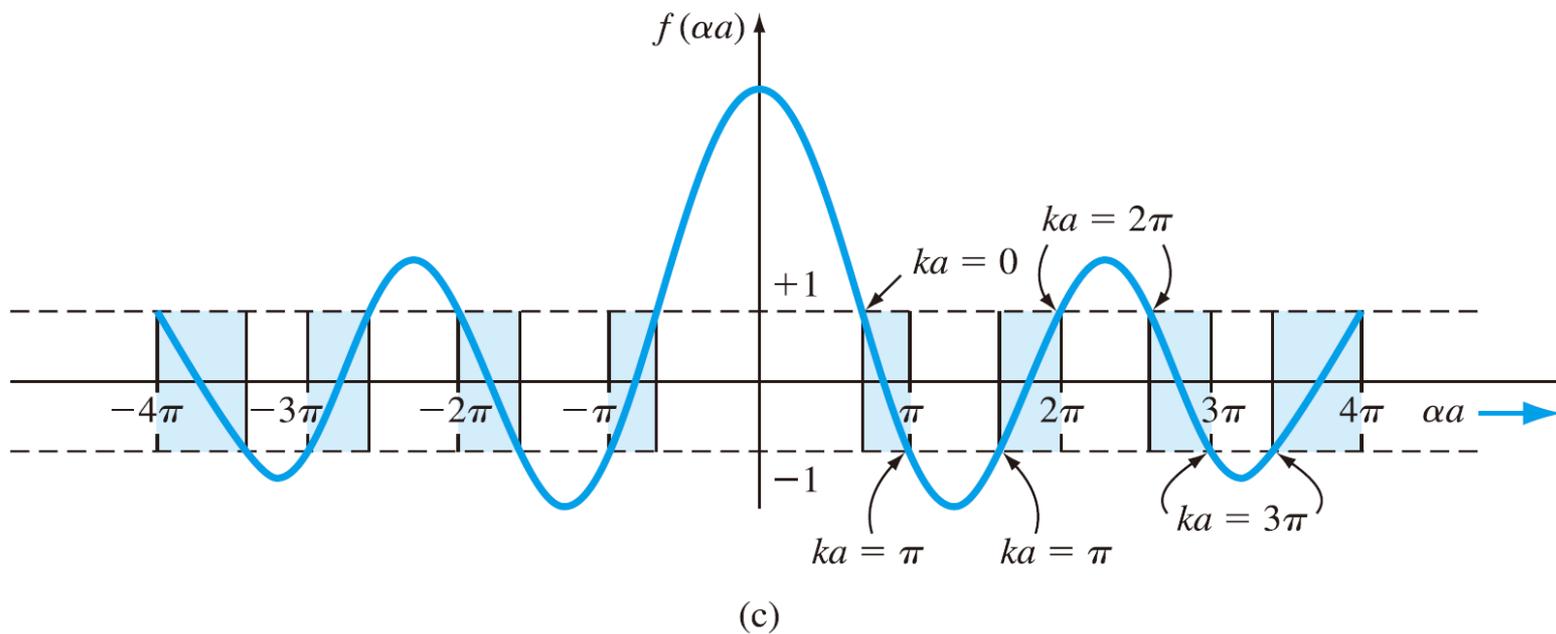
■ 圖 3.7 自由電子的  $E-k$  拋物線圖



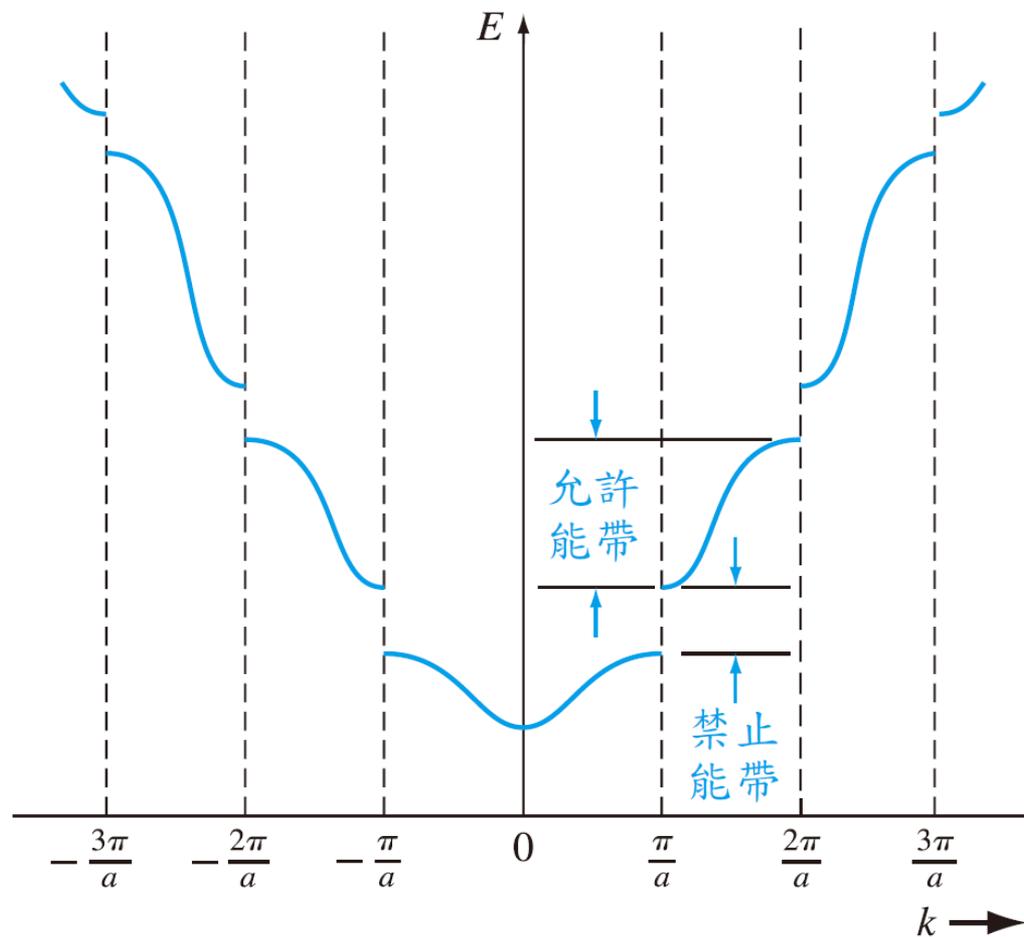
(a)



(b)



■ 圖 3.8 (a) (3.29)式中的第一項；(b) (3.29)式中的第二項；及 (c)  $f(\alpha a)$  函數的曲線。色塊區域顯示對應於實數  $k$  所允許的  $\alpha a$  值



■ 圖 3.9 由圖 3.8 所產生的  $E-k$  圖。允許能帶與禁止能隙如圖中所示

# 例題 3.2

## ■ 題說

假設係數  $P' = 8$ ，而位勢寬為  $a = 4.5 \text{ \AA}$  時，試求於  $ka = \pi$  處禁止能隙的寬度 (見圖 3.9)。

## ■ 解答

$$\cos ka = P' \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a$$

$$-1 = 8 \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a$$

$$\alpha_1 a = \sqrt{\frac{2mE_1}{\hbar^2}} \cdot a = \pi$$

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = \frac{\pi^2 (1.054 \times 10^{-34})^2}{2(9.11 \times 10^{-31})(4.5 \times 10^{-10})^2} = 2.972 \times 10^{-19} \text{ J}$$

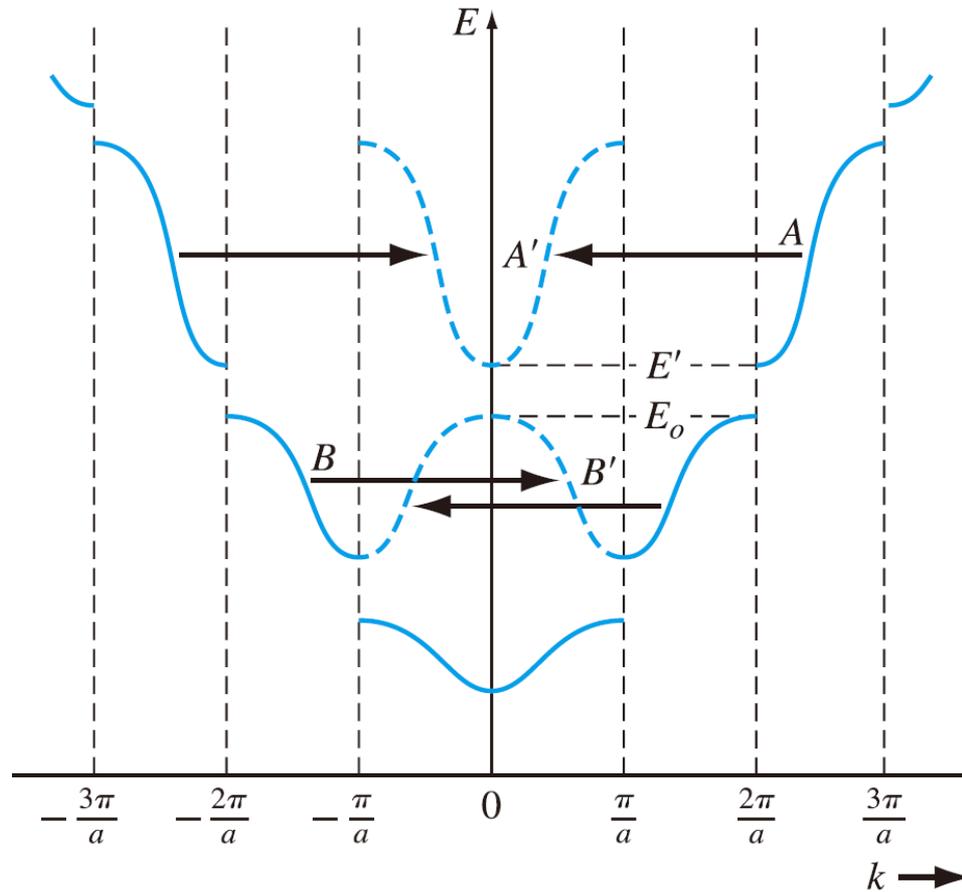
## 例題 3.2(續)

$$\alpha_2 a = \sqrt{\frac{2mE_2}{\hbar^2}} \cdot a = 5.141$$

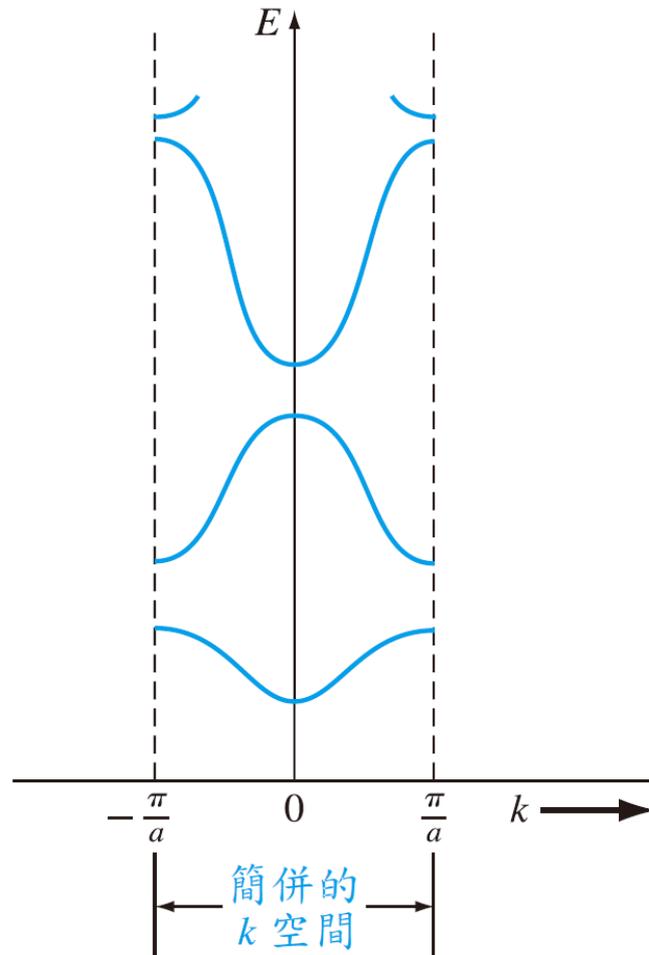
$$E_2 = \frac{(5.141)^2 \hbar^2}{2ma^2} = \frac{(5.141)^2 (1.054 \times 10^{-34})^2}{2(9.11 \times 10^{-31})(4.5 \times 10^{-10})^2} = 7.958 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_g = E_2 - E_1 = 7.958 \times 10^{-19} - 2.972 \times 10^{-19} = 4.986 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_g = \frac{4.986 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.12 \text{ eV}$$



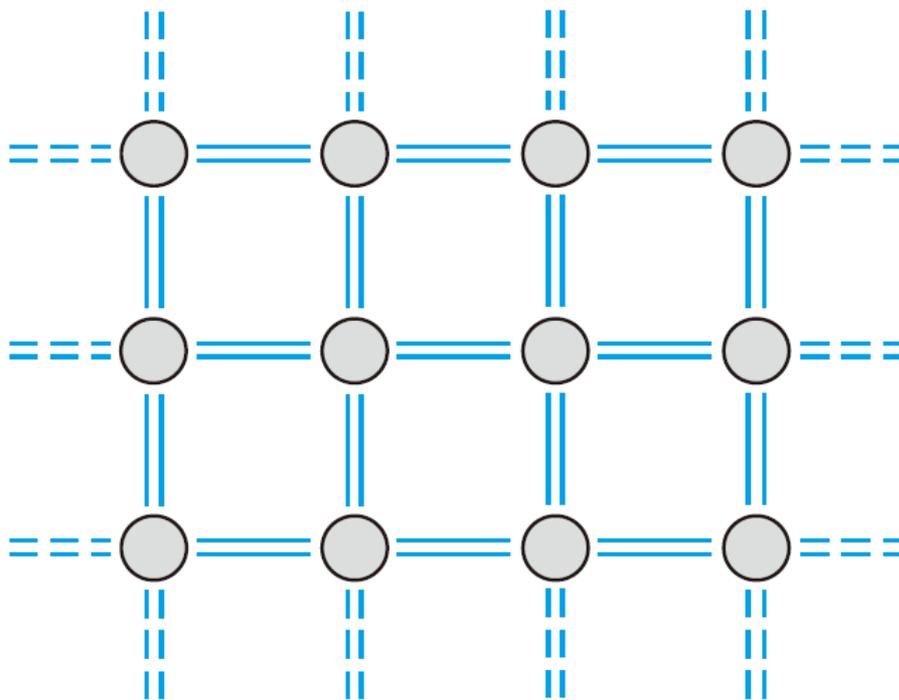
■ 圖 3.10  $E-k$  圖。允許能帶的許多區段有  $2\pi$  的位移



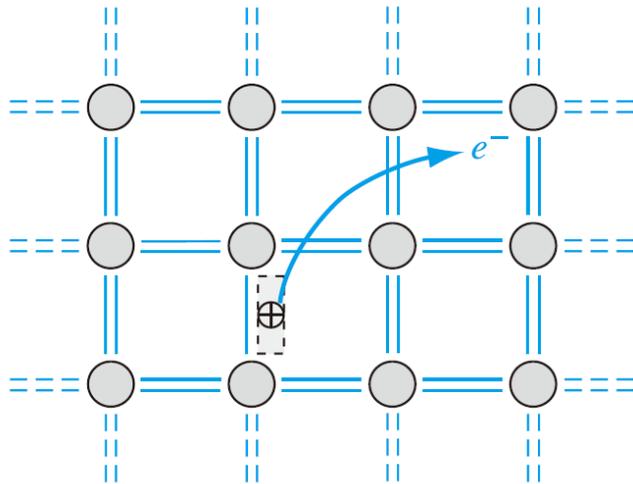
■ 圖 3.11 簡併的  $E-k$  圖

## 3.2 固體中的電傳導

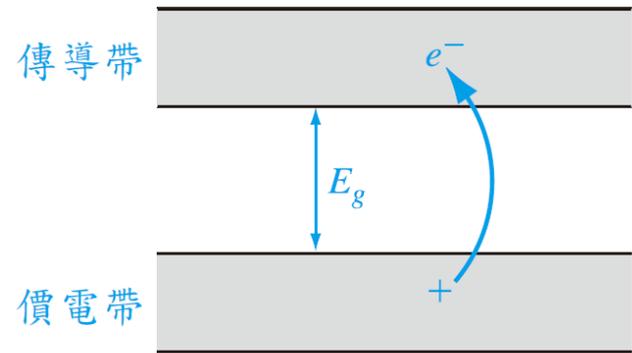
### ❖ 3.2.1 能帶與鍵結模型



■ 圖 3.12 在  $T = 0 \text{ K}$ ，半導體中共價鍵的二維示意圖



(a)



(b)

■ 圖 3.13 (a) 共價鍵被破壞的二維示意圖；(b) 對應的能帶圖以及被共價鍵破壞所產生的負電荷與正電荷

## 3.2.2 漂移電流

❖ 若有體密度為  $N$  ( $\text{cm}^{-3}$ ) 的帶正電離子，以平均漂移速度  $v_d$  ( $\text{cm/s}$ ) 移動，則所形成的漂移電流密度 (drift current density) 為

$$J = qNv_d \quad \text{A/cm}^2$$

❖ 若考慮個別離子的速度而非平均漂移速度，則漂移電流密度可以寫成

$$J = q \sum_{i=1}^N v_i$$

其中  $v_i$  是第  $i$  個離子的速度。

# 漂移電流(續)

❖ 電子移動所造成的漂移電流密度寫成

$$J = -e \sum_{i=1}^n v_i$$

其中， $e$ 是電子的電荷量，而 $n$ 是傳導帶中單位體積的電子數。

電流密度的單位為 $\text{A}/\text{cm}^2$ 。

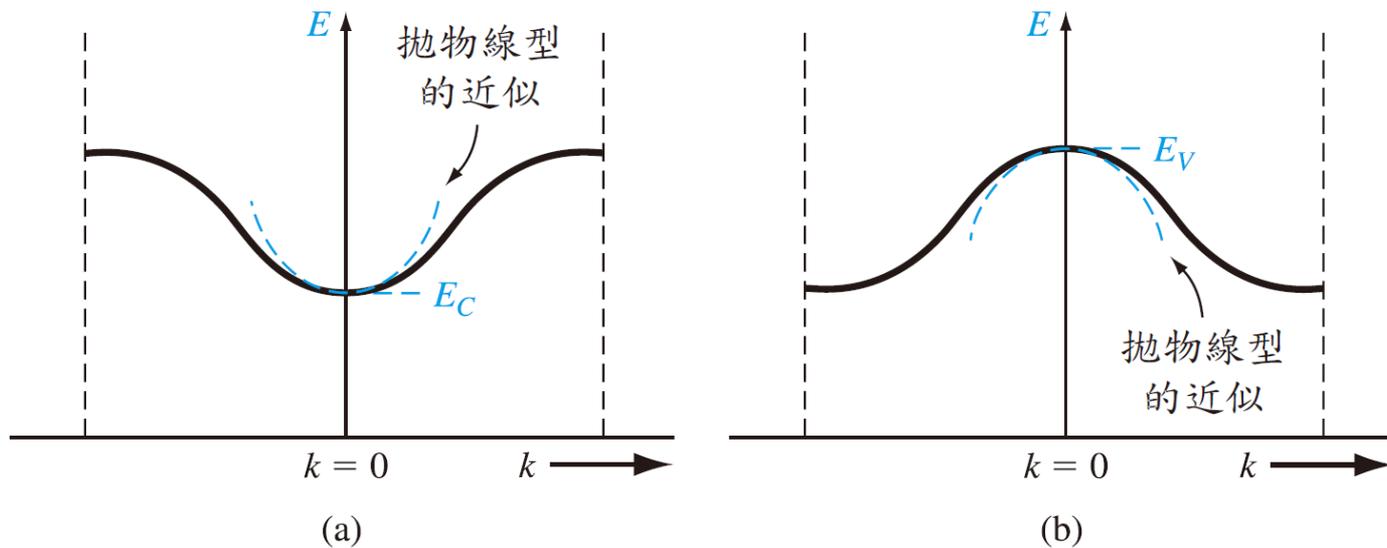
## 3.2.3 電子的等效質量

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m} = \frac{\hbar p}{m}$$

$$\frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{p}{m} = v$$

$$\frac{d^2E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m}$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{1}{m}$$



■ 圖 3.16 (a) 傳導帶在簡併  $k$  空間的圖形及拋物線的近似；(b) 價電帶在簡併  $k$  空間的圖形及拋物線的近似

# 電子的等效質量(續)

$$E - E_c = C_1(k)^2$$

$$\frac{d^2E}{dk^2} = 2C_1$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{2C_1}{\hbar^2}$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{2C_1}{\hbar^2} = \frac{1}{m^*}$$

# 3.2.4 電洞的觀念

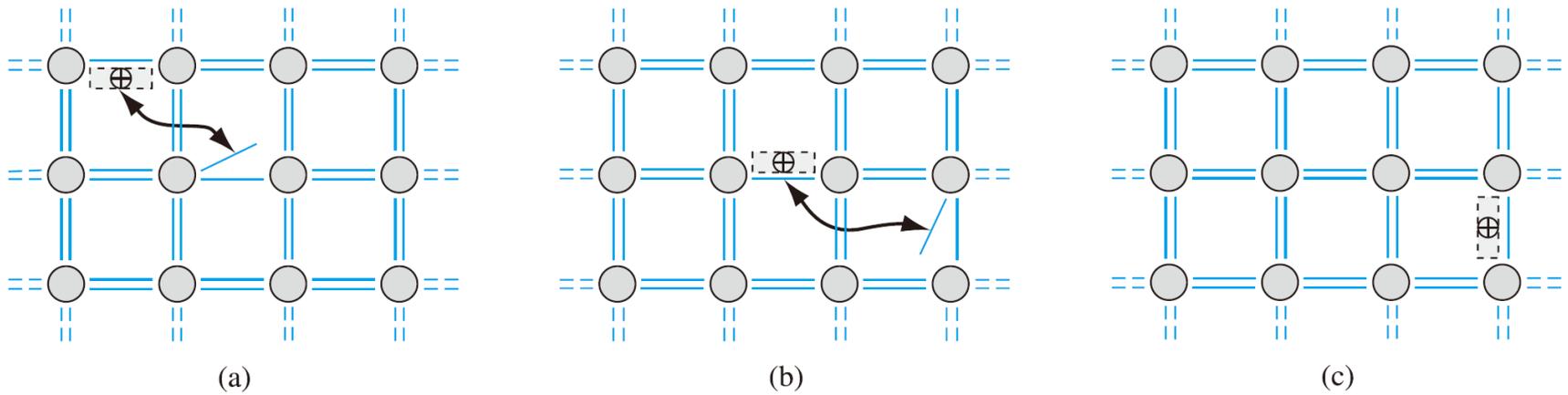


圖 3.17 圖解半導體電洞的移動

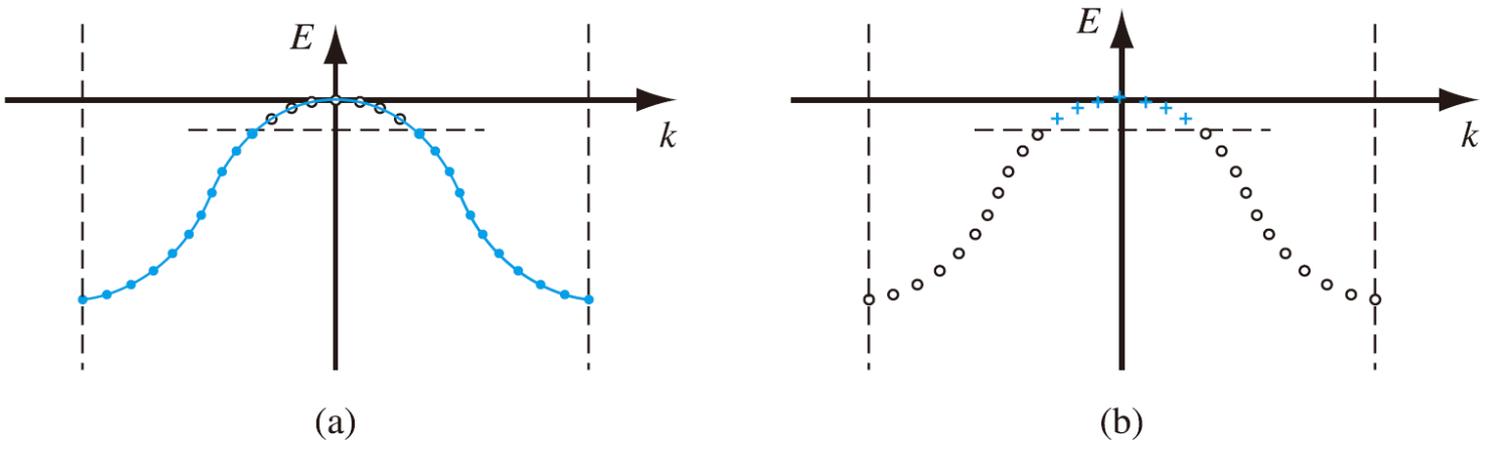
# 電洞的觀念(續)

$$J = -e \sum_{i(\text{佔據的})} v_i$$

$$J = -e \sum_{i(\text{總量})} v_i + e \sum_{i(\text{空缺的})} v_i$$

$$-e \sum_{i(\text{總量})} v_i \equiv 0$$

$$J = +e \sum_{i(\text{空缺的})} v_i$$



■ 圖 3.18 (a) 價電帶具有傳統方式表示的電子填滿狀態及空缺狀態；(b) 正電荷佔據原本空缺狀態的觀念

# 電洞的觀念(續)

$$(E - E_v) = -C_2(k)^2$$

$$\frac{d^2E}{dk^2} = -2C_2$$

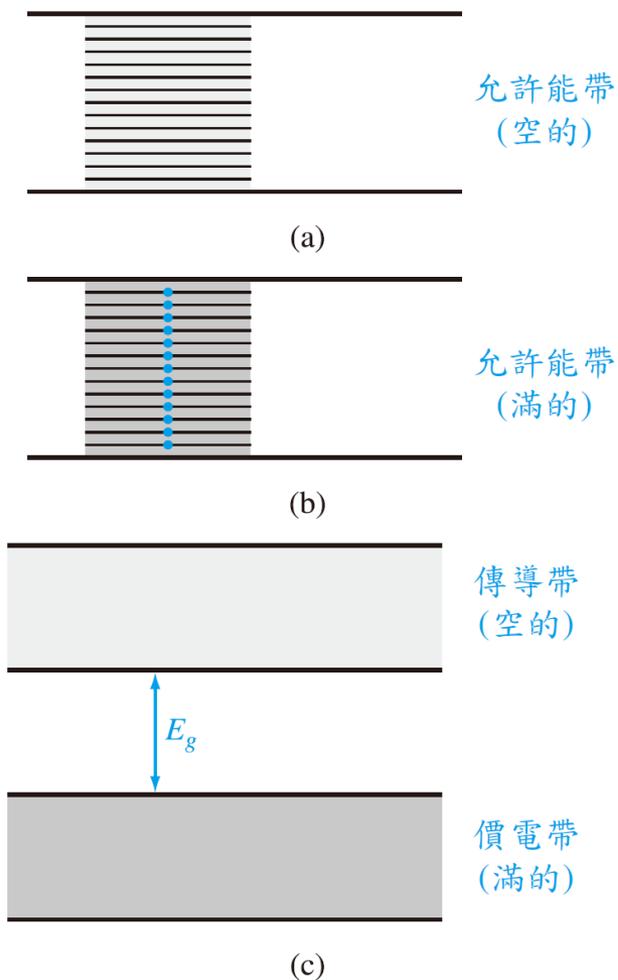
$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{-2C_2}{\hbar^2}$$

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{-2C_2}{\hbar^2} = \frac{1}{m^*}$$

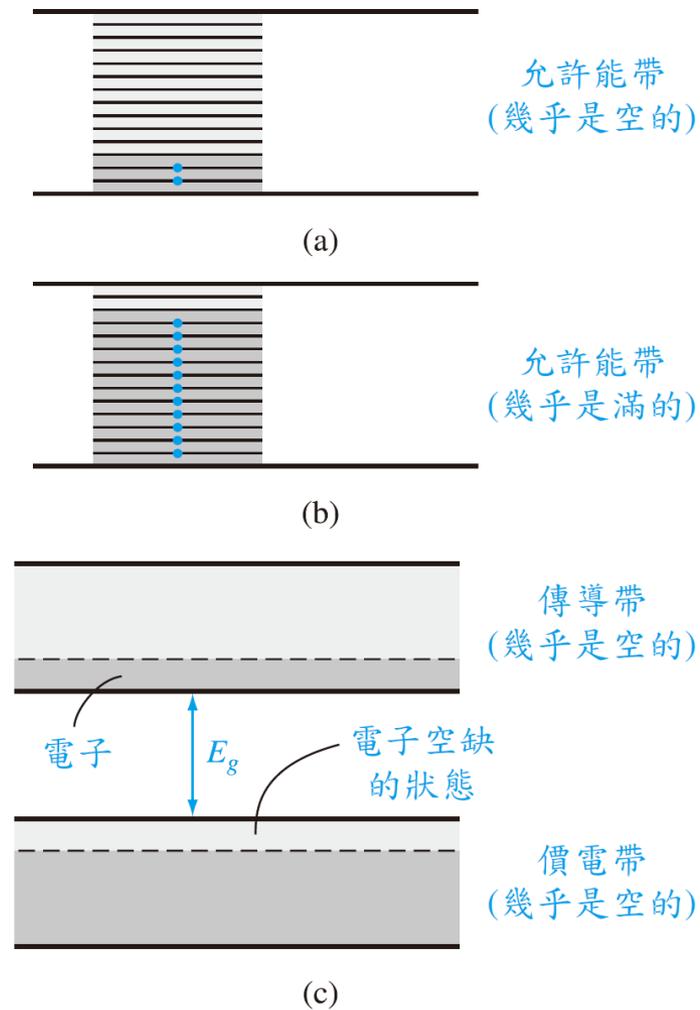
$$F = m^*a = -eE$$

$$a = \frac{-eE}{-|m^*|} = \frac{+eE}{|m^*|}$$

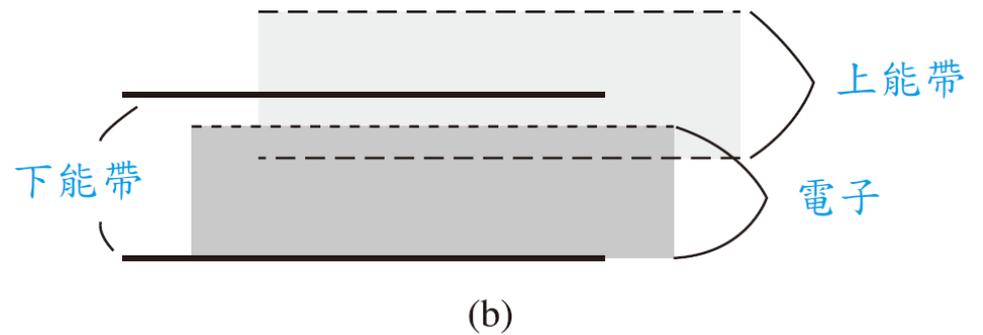
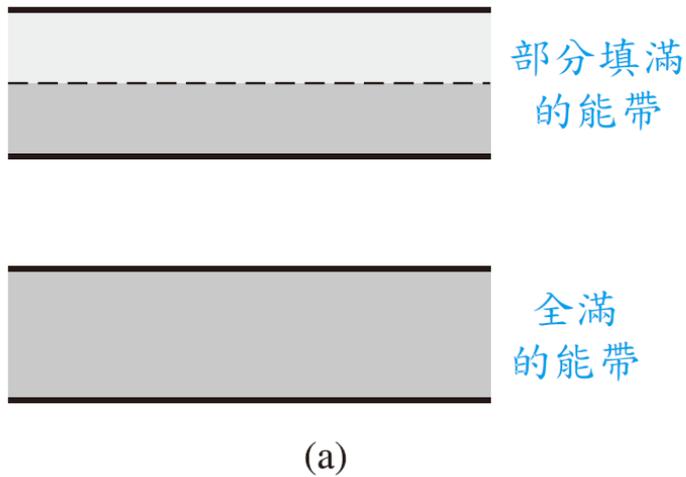
## 3.2.5 金屬、絕緣體與半導體



■ 圖 3.19 允許能帶為：(a) 一個空的能帶；  
(b) 一個完全填滿的能帶；及 (c)  
兩個允許能帶間的能隙

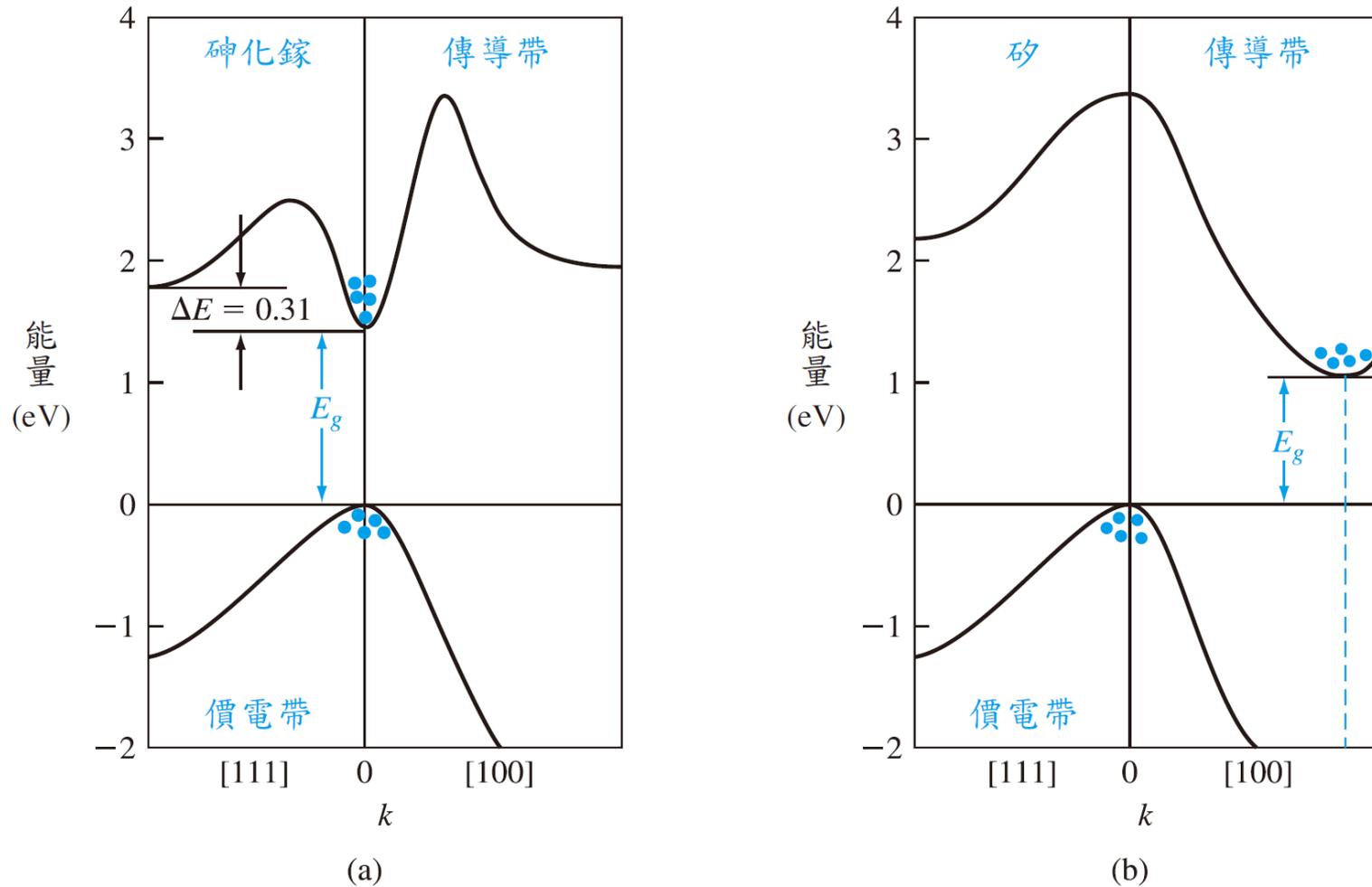


■ 圖 3.20 允許能帶為：(a) 一個幾乎空缺的能帶；(b) 一個幾乎填滿的能帶；及 (c) 兩個允許能帶間的能隙



■ 圖 3.21 金屬兩種可能的能帶：(a) 部分填滿的能帶；及 (b) 重疊的允許能帶

# 3.3.1 矽及砷化鎵的 $E-k$ 圖



■ 圖 3.25 (a) 砷化鎵；及 (b) 矽的能帶結構

# 3.4 狀態密度函數

## ❖ 3.4.1 數學推導

➤ 無限位勢井的位勢定義為

$$V(x, y, z) = 0 \quad \text{對 } 0 < x < a$$

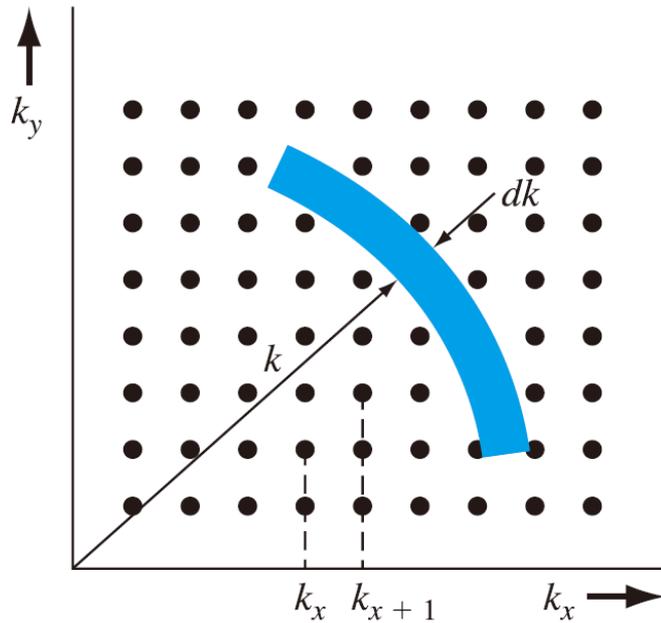
$$0 < y < a$$

$$0 < z < a$$

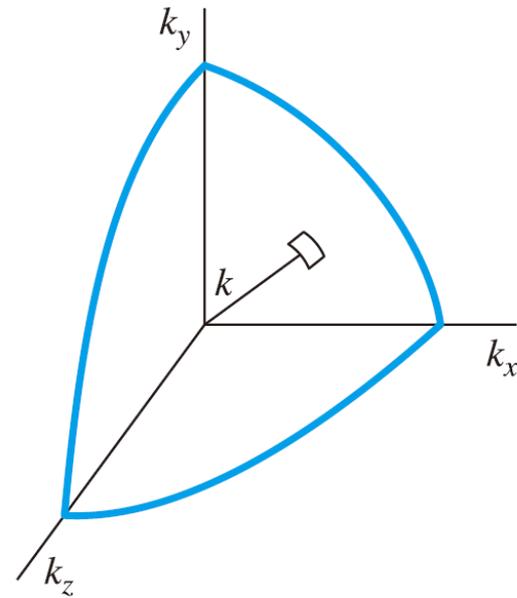
$$V(x, y, z) = \infty \quad \text{其他}$$

其中，我們假設了晶體是一個長度為 $a$ 的立方體。

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \left( \frac{\pi^2}{a^2} \right)$$



(a)



(b)

■ 圖 3.26 (a) 在  $k$  空間中，二維的允許量子狀態陣列；(b) 正的八分之一的球形  $k$  空間

# 數學推導(續)

$$k_{x+1} - k_x = (n_x + 1) \left( \frac{\pi}{a} \right) - n_x \left( \frac{\pi}{a} \right) = \frac{\pi}{a}$$

$$g_T(k) dk = 2 \left( \frac{1}{8} \right) \frac{4\pi k^2 dk}{\left( \frac{\pi}{a} \right)^3}$$

$$g_T(k) dk = \frac{\pi k^2 dk}{\pi^3} \cdot a^3$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$dk = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}} dE$$

$$g_T(E) dE = \frac{4\pi a^3}{h^3} \cdot (2m)^{3/2} \cdot \sqrt{E} dE$$

## 3.4.2 延伸至半導體

$$E = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$$

$$E - E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$$

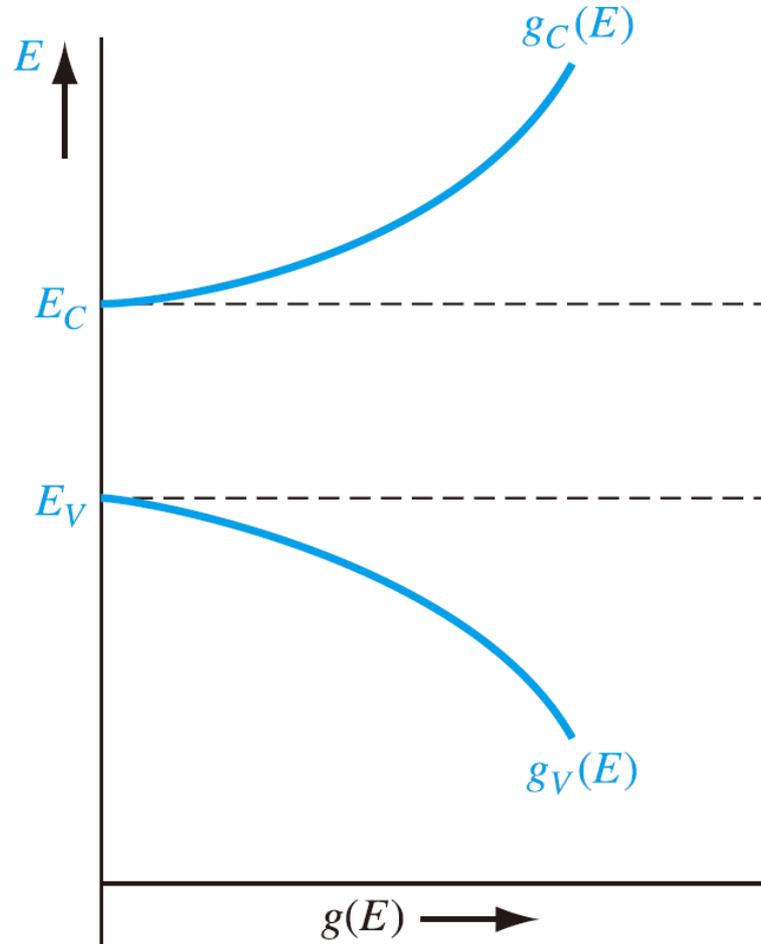
$$g_c(E) = \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c}$$

# 延伸至半導體(續)

$$E = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p^*}$$

$$E_v - E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p^*}$$

$$g_v(E) = \frac{4\pi(2m_p^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_v - E}$$



■ 圖 3.27 傳導帶狀態密度與價電帶狀態密度為能量的函數

# 例題 3.4

計算在  $T = 300 \text{ K}$  時，矽於  $E_c$  到  $E_c + kT$  之間單位體積的量子狀態數 (以  $\#/ \text{cm}^3$  為單位)。

## ■ 解答

$$\begin{aligned} N &= \int_{E_c}^{E_c + kT} \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c} \cdot dE \\ &= \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{2}{3} \cdot (E - E_c)^{3/2} \Big|_{E_c}^{E_c + kT} \\ &= \frac{4\pi[2(1.08)(9.11 \times 10^{-31})]^{3/2}}{(6.625 \times 10^{-34})^3} \cdot \frac{2}{3} \cdot [(0.0259)(1.6 \times 10^{-19})]^{3/2} \\ &= 2.12 \times 10^{25} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

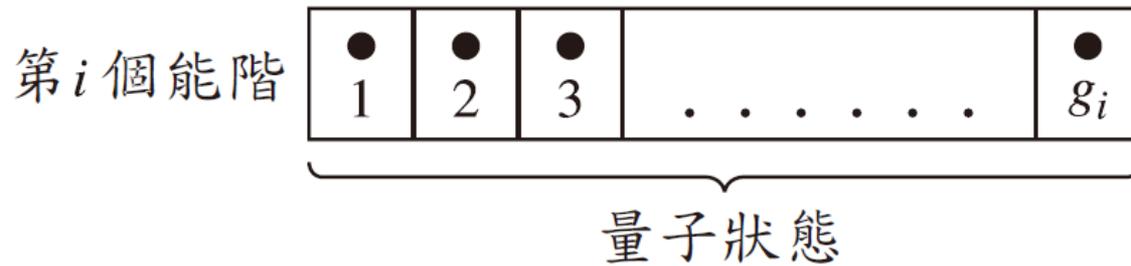
$$N = 2.12 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

# 3.5 統計力學

## ❖ 3.5.1 統計定律

- 馬克士威—波茲曼(Maxwell-Boltzmann)機率函數
- 波斯—愛因斯坦(Bose-Einstein)函數
- 費米—狄拉克(Fermi-Dirac)機率函數

## 3.5.2 費米－狄拉克機率函數



■ 圖 3.28 第  $i$  個能階具有  $g_i$  個量子狀態

- ❖ 在第  $i$  個能階中放置  $N_i$  個粒子方式的總數 ( $N_i \leq g_i$ ) 為

$$(g_i)(g_i - 1) \cdots (g_i - (N_i - 1)) = \frac{g_i!}{(g_i - N_i)!}$$

- ❖ 第  $i$  個能階有  $N_i$  個不可區分的粒子分布之實際數目為

$$W_i = \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

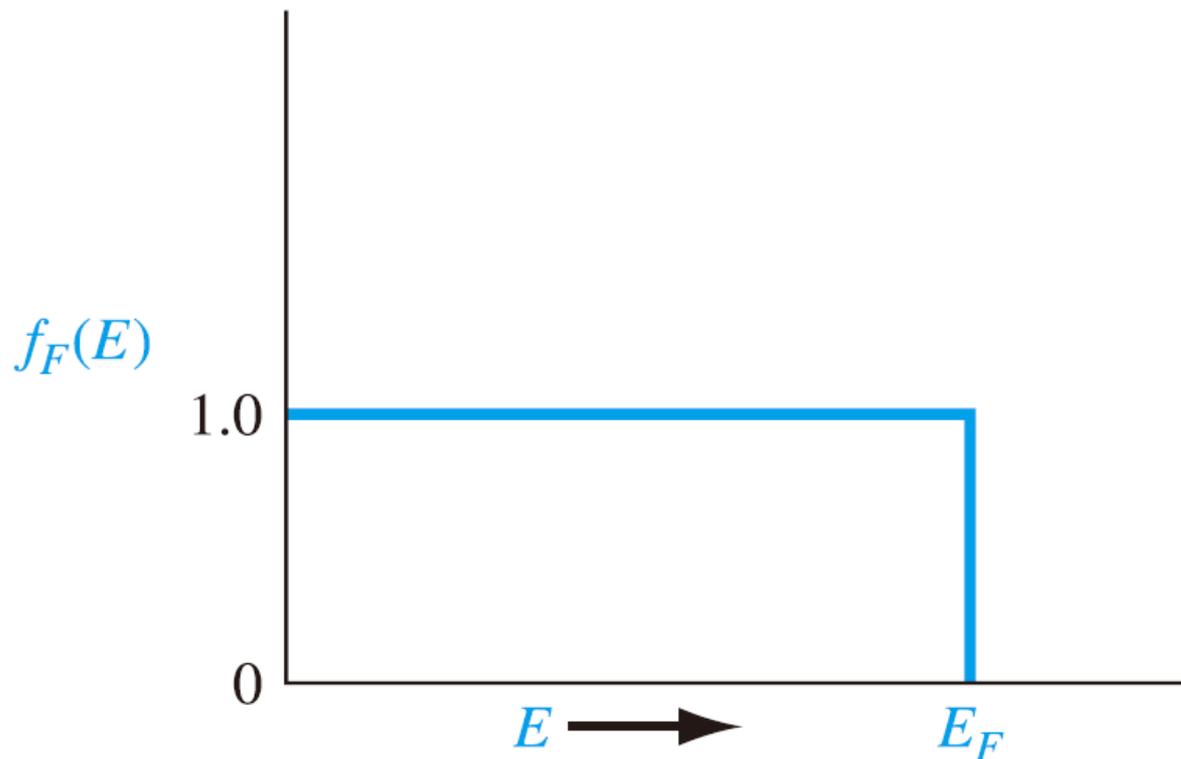
# 費米－狄拉克機率函數(續)

$$W = \prod_{i=1}^n \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

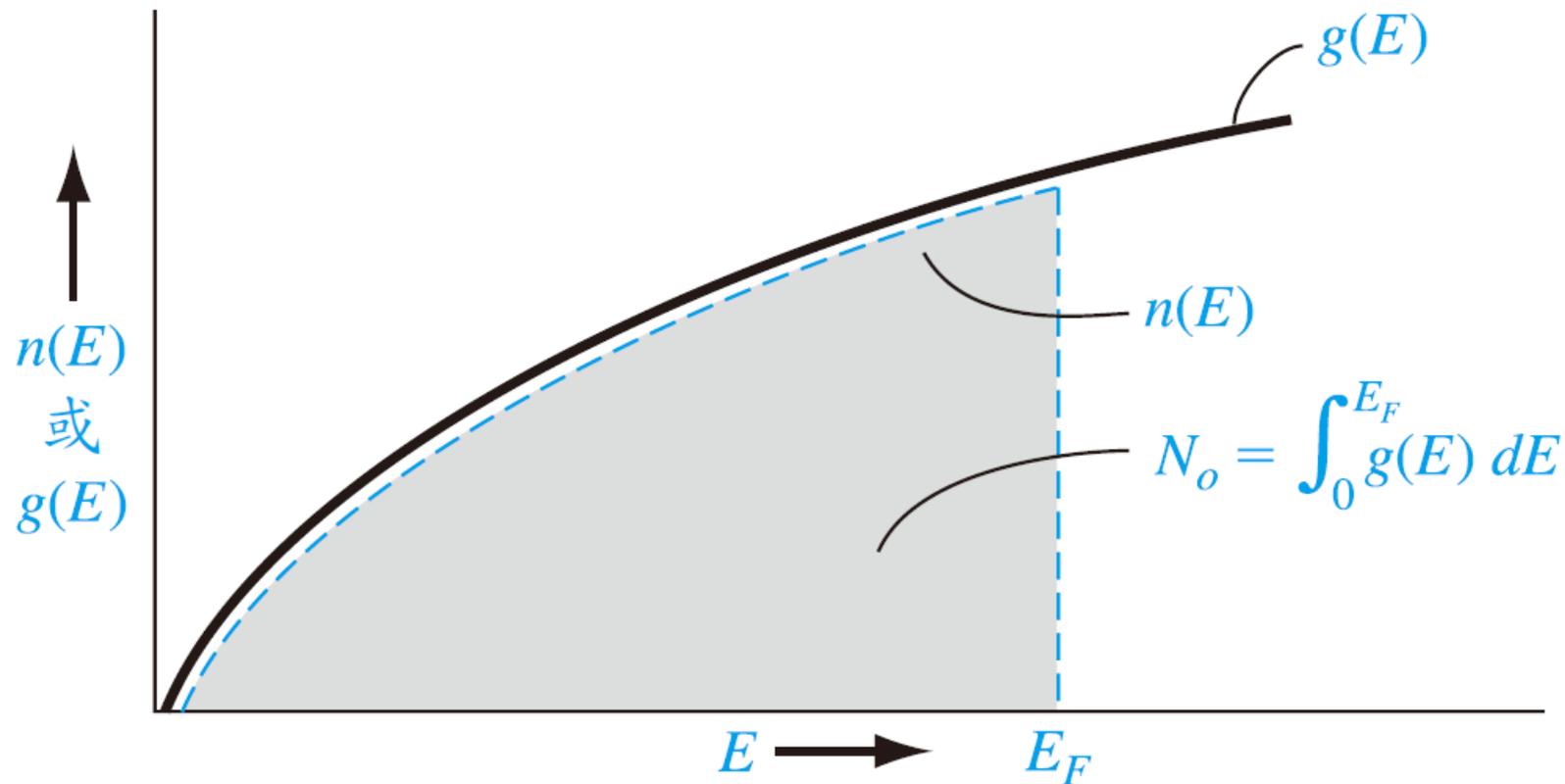
$$\frac{N(E)}{g(E)} = f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

- ❖  $E_F$  稱為費米能量(Fermi energy)或稱為費米能階(Fermi level)。
- ❖ 函數  $f_F(E)$  稱為費米－狄拉克分布函數(Fermi-Dirac distribution function)或費米－狄拉克機率函數(Fermi-Dirac probability function)

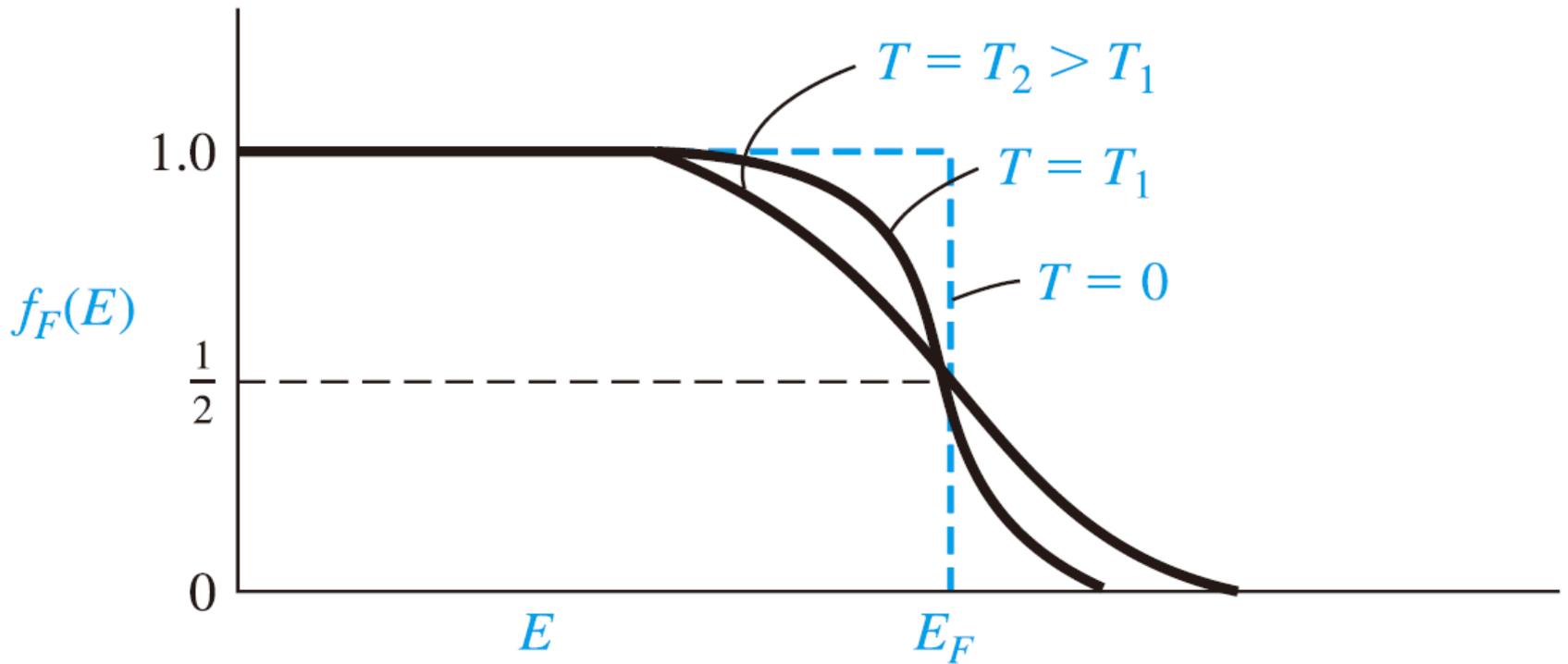
## 3.5.3 分布函數以及費米能量



■ 圖 3.29  $T = 0$  K 時，費米機率函數對能量的關係



**圖 3.31**  $T = 0 \text{ K}$  時，連續能量的系統之量子狀態密度及電子密度



■ 圖 3.33 不同溫度的費米機率函數對能量的關係

# 例題 3.6

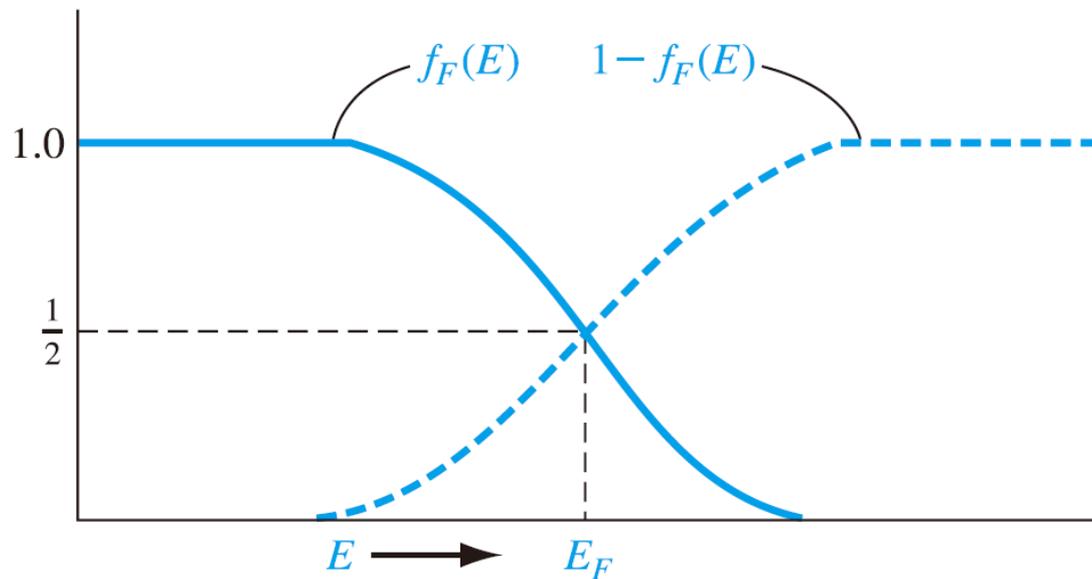
## ■ 題說

令  $T = 300 \text{ K}$ ，求高出費米能階  $3kT$  的能階被電子佔據的機率。

## ■ 解答

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{3kT}{kT}\right)}$$

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + 20.09} = 0.0474 = 4.74\%$$



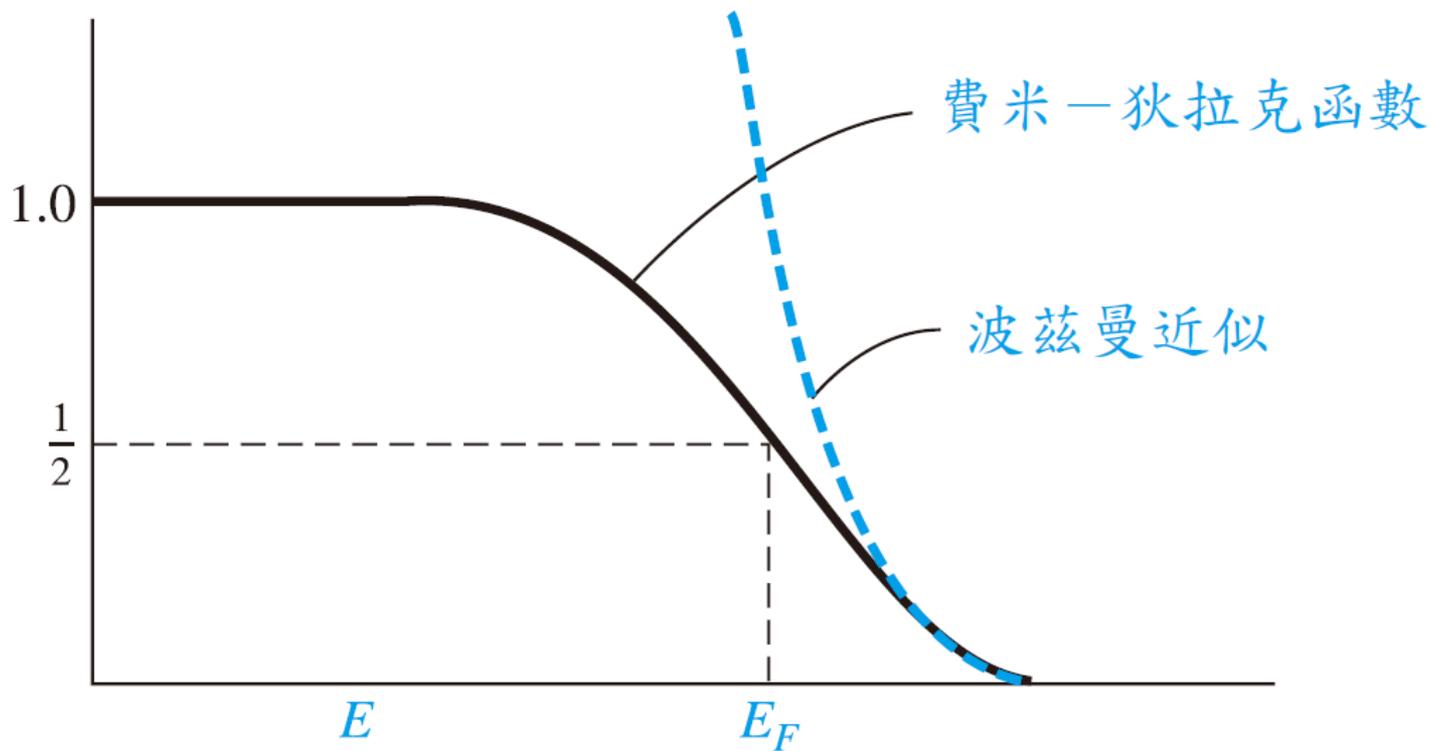
■ 圖 3.34 能量狀態被佔據的機率  $f_F(E)$  以及能量狀態為空缺的機率  $1 - f_F(E)$

# 分布函數以及費米能量(續)

- ❖ 考慮當  $E - E_F \gg kT$  時，(3.79)式中分母的指數項非常大，我們可以忽略分母中1的項，因此費米-狄拉克分布函數變成

$$f_F(E) \approx \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right]$$

該式為馬克士威-波茲曼近似(Maxwell-Boltzmann approximation)，或簡稱為波茲曼近似(Boltzmann approximation)。



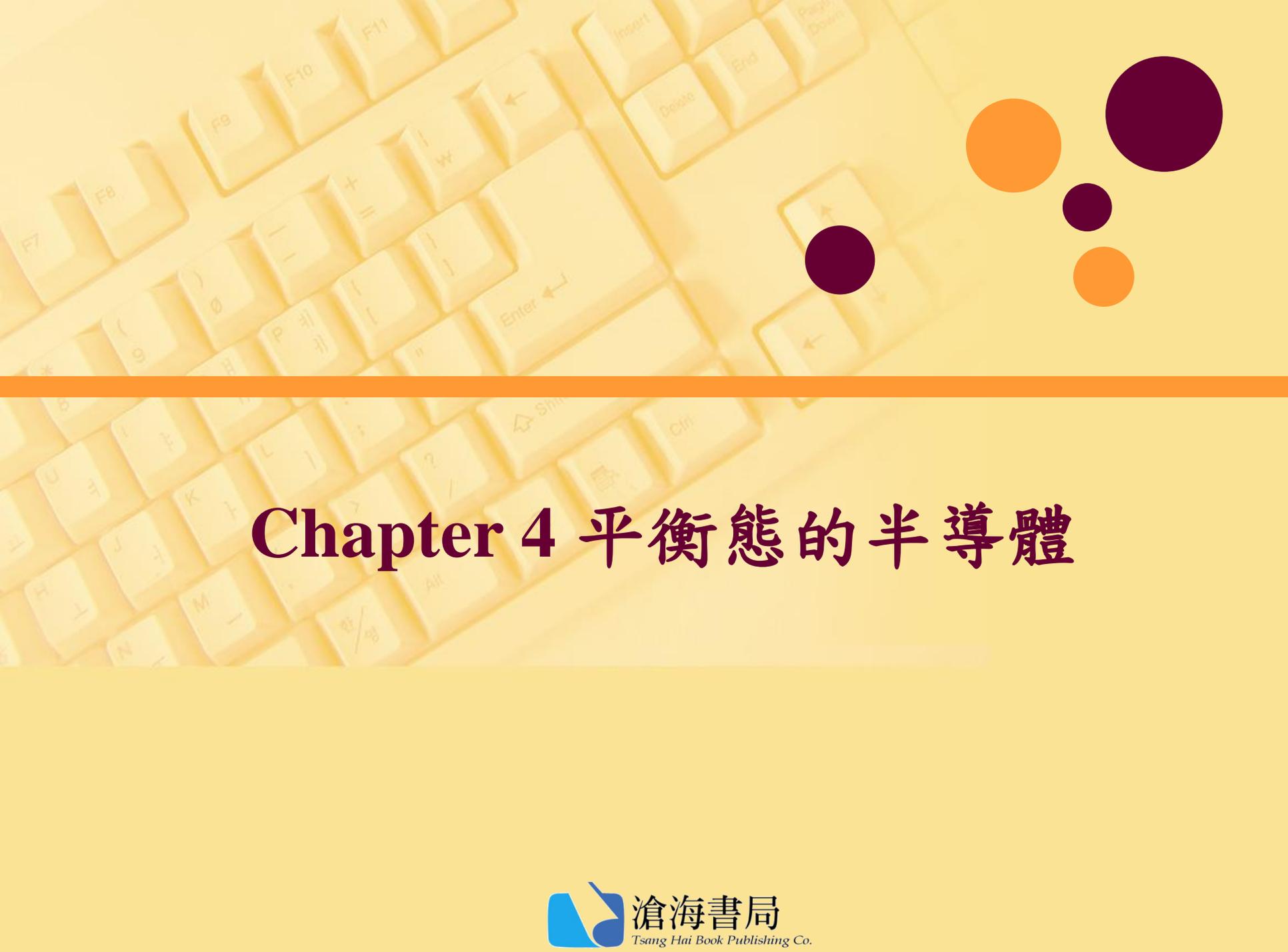
■ 圖 3.35 費米-狄拉克機率函數以及馬克士威-波茲曼近似

## 3.6 本章總結

- ◆ 當原子在一起而成為一個晶體時，原為離散的電子能量會分裂而成為允許能帶。
- ◆ 透過代表單晶材料位勢函數的科尼—潘尼模型來考慮量子力學以及薛丁格波動方程式，我們可以更嚴謹的發展出允許能帶以及禁止能帶的觀念。其結果引導出半導體的能帶理論。
- ◆ 我們發展出等效質量的觀念。等效質量考慮晶體晶格對粒子在晶體中受外力作用時影響的程度。
- ◆ 半導體中有兩種帶電粒子。電子帶負電並存在於允許能帶的底部；電洞則帶正電並存在於允許能帶的頂部。

# 本章總結(續)

- ◆ 本章提出矽與砷化鎵的 $E-k$ 圖，並討論了直接能隙與間接能隙半導體的概念。
- ◆ 位於允許能帶中的能量實際上是離散的能階，而每個能階皆僅有有限的量子狀態數。藉由三維系統的無限位勢井模型，可以決定出單位能量的狀態密度。
- ◆ 當處理大量的電子和電洞時，我們必須考慮這些粒子的統計行為。費米-狄拉克機率函數提供能量為 $E$ 的量子狀態被電子佔據的機率，費米能量也可因此而定義出來。



# Chapter 4 平衡態的半導體

# 本章預定討論內容

- 推導出平衡態的半導體電子及電洞濃度隨費米能階變化的關係。
- 討論受到什麼影響使得半導體材料在雜質加到半導體時，其性質會有傾向性改變。
- 決定半導體材料中電子及電洞的熱平衡濃度與摻入雜質濃度的關係。
- 決定熱平衡下半導體費米能階的位置與半導體摻入雜質濃度的關係。

# 4.1 半導體中的電荷載子

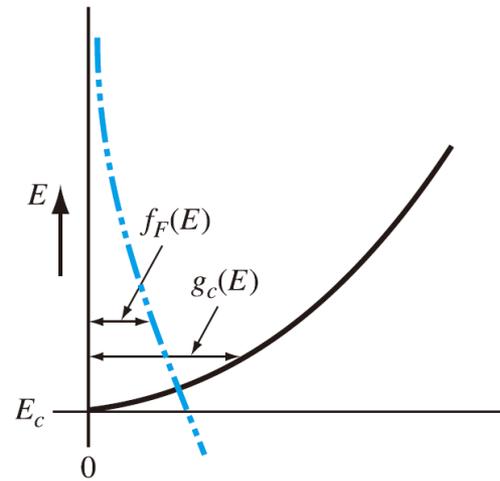
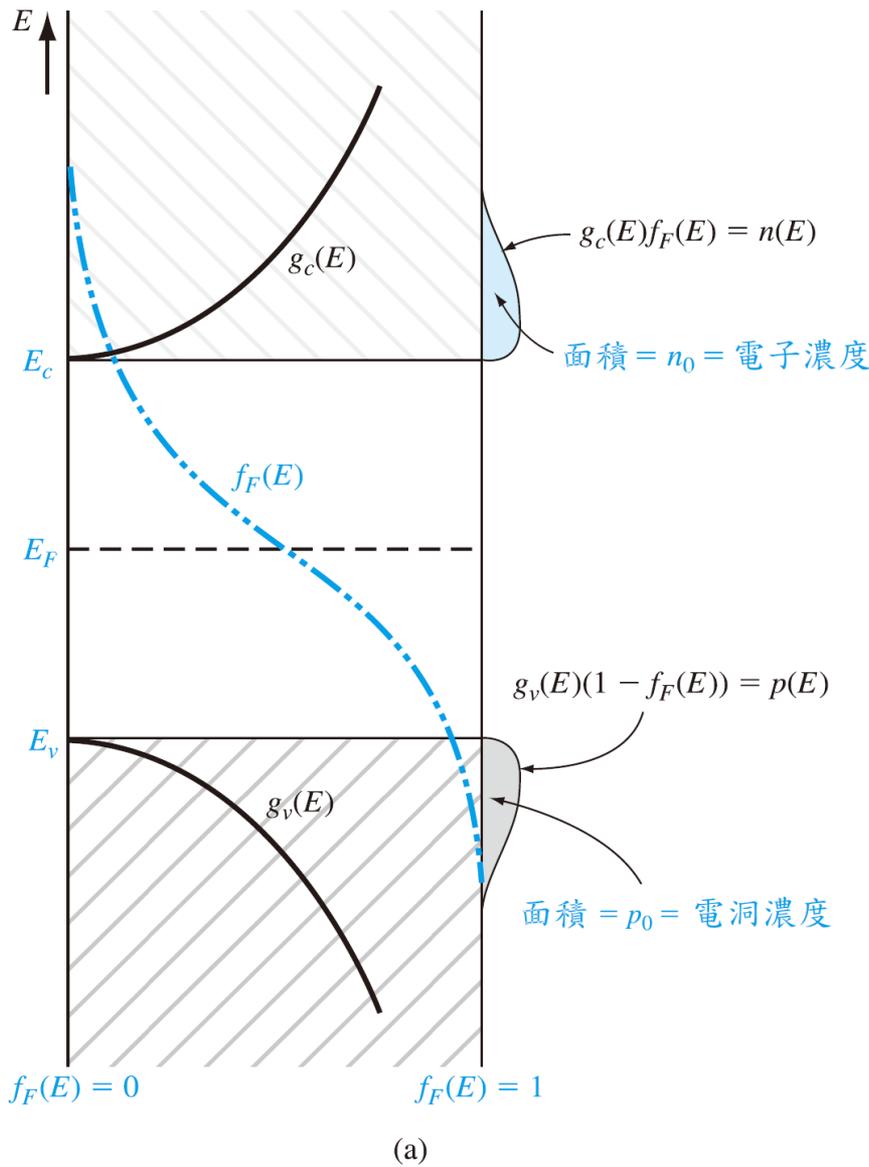
## ❖ 4.1.1 電子與電洞的平衡分布

➤ 傳導帶中電子的分布(就能量 $E$ 為變數)為

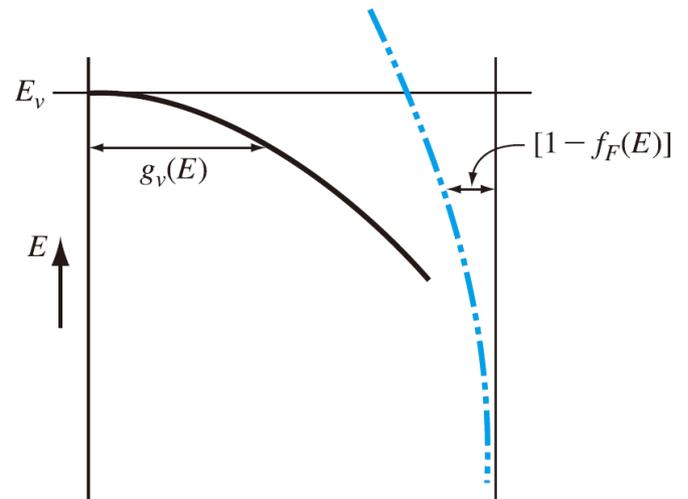
$$n(E) = g_c(E)f_F(E)$$

➤ 將價電帶中電洞的能量分布，可表示為

$$p(E) = g_v(E)[1 - f_F(E)]$$



(b)



(c)

■ 圖 4.1 (a) 當  $E_F$  接近能帶隙中央時的狀態密度函數、費米-狄拉克機率函數以及代表電子和電洞濃度的區域面積；(b) 傳導帶底部的區域放大；(c) 價電帶頂端的區域放大

## 4.1.2 $n_0$ 與 $p_0$ 方程式

### ❖ 熱平衡態的電子濃度

$$n_0 = \int g_c(E) f_F(E) dE$$

➤ 假設費米能階是位於禁止能隙之內

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{(E - E_F)}{kT}\right]} \approx \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right]$$

$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} \frac{4\pi (2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c} \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] dE$$

# $n_0$ 與 $p_0$ 方程式(續)

➤ 令  $\eta = \frac{E - E_c}{kT}$

$$n_0 = \frac{4\pi (2m_n^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] \int_0^\infty \eta^{1/2} \exp(-\eta) d\eta$$

$$n_0 = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right]$$

# $n_0$ 與 $p_0$ 方程式(續)

➤ 定義參數 $N_c$ 為

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

➤ 熱平衡時傳導帶的電子濃度可以表示為

$$n_0 = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_F)}{kT} \right]$$

參數 $N_c$ 稱為傳導帶等效狀態密度函數。

# 例題 4.1

計算出矽在  $T = 300 \text{ K}$  熱平衡狀況下，傳導帶中一個狀態被電子佔據的機率及其電子濃度。

## ■ 解答

$$f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \cong \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] = \exp\left[\frac{-(E_c + (kT/2) - E_F)}{kT}\right]$$

$$f_F(E) = \exp\left[\frac{-(0.25 + (0.0259/2))}{0.0259}\right] = 3.90 \times 10^{-5}$$

$$n_0 = N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] = (2.8 \times 10^{19}) \exp\left[\frac{-0.25}{0.0259}\right]$$

$$n_0 = 1.80 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

# 熱平衡態的電洞濃度

## ❖ 熱平衡態的電洞濃度

$$p_0 = \int g_v(E)[1 - f_F(E)] dE$$

$$1 - f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)}$$

## ❖ 假如 $(E_F - E_v) \gg kT$

$$1 - f_F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right)} \approx \exp\left[\frac{-(E_F - E)}{kT}\right]$$

$$p_0 = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{4\pi (2m_p^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E_v - E} \exp\left[\frac{-(E_F - E)}{kT}\right] dE$$

# 熱平衡態的電洞濃度(續)

❖ 令

$$\eta' = \frac{E_v - E}{kT}$$

$$p_0 = \frac{-4\pi(2m_p^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right] \int_{+\infty}^0 (\eta')^{1/2} \exp(-\eta') d\eta'$$

$$p_0 = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right]$$

# 熱平衡態的電洞濃度(續)

❖ 定義參數  $N_v$  為

$$N_v = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

參數  $N_v$  稱為價電帶等效狀態密度函數。熱平衡態價電帶的電洞濃度可以表示成

$$p_0 = N_v \exp \left[ \frac{-(E_F - E_v)}{kT} \right]$$

## 4.1.3 本質載子濃度

■ 表 4.1 等效狀態密度函數值與等效質量值

	$N_c$ (cm <sup>-3</sup> )	$N_v$ (cm <sup>-3</sup> )	$m_n^*/m_0$	$m_p^*/m_0$
矽	$2.8 \times 10^{19}$	$1.04 \times 10^{19}$	1.08	0.56
砷化鎵	$4.7 \times 10^{17}$	$7.0 \times 10^{18}$	0.067	0.48
鍺	$1.04 \times 10^{19}$	$6.0 \times 10^{18}$	0.55	0.37

# 本質載子濃度(續)

❖ 本質半導體中的費米能階稱為本質費米能階，或以  $E_F = E_{Fi}$  來表示。

$$n_0 = n_i = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right]$$

$$p_0 = p_i = n_i = N_v \exp \left[ \frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT} \right]$$

$$n_i^2 = N_c N_v \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right] \cdot \exp \left[ \frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT} \right]$$

$$n_i^2 = N_c N_v \exp \left[ \frac{-(E_c - E_v)}{kT} \right] = N_c N_v \exp \left[ \frac{-E_g}{kT} \right]$$

其中  $E_g$  是能隙的能量。

# 本質載子濃度(續)

■ 表 4.2 一般可接受的在  $T = 300 \text{ K}$  時，  
半導體材料之  $n_i$  值

矽	$n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
砷化鎵	$n_i = 1.8 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$
鍺	$n_i = 2.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

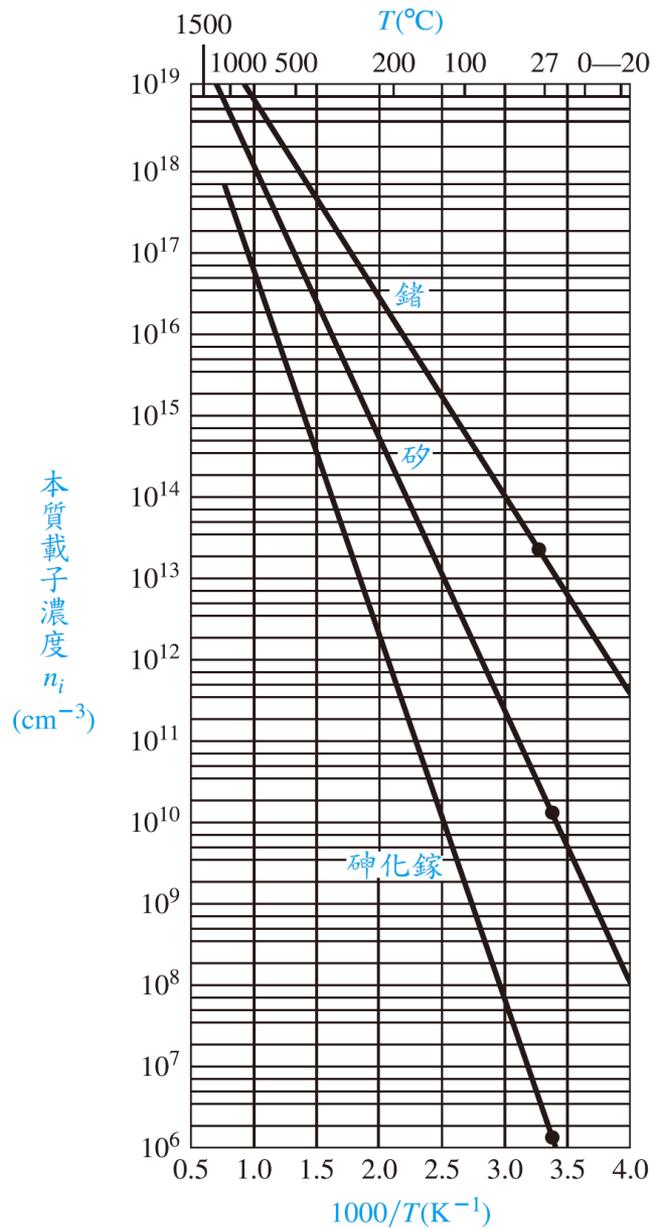


圖 4.2 鍺、矽和砷化鎵的本質載子濃度隨溫度變化的情形

## 4.1.4 本質費米能階位置

$$N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right] = N_v \exp \left[ \frac{-(E_{Fi} - E_v)}{kT} \right]$$

$$E_{Fi} = \frac{1}{2} (E_c + E_v) + \frac{1}{2} kT \ln \left( \frac{N_v}{N_c} \right)$$

➤ 中隙能量( $E_{midgap}$ )定義為

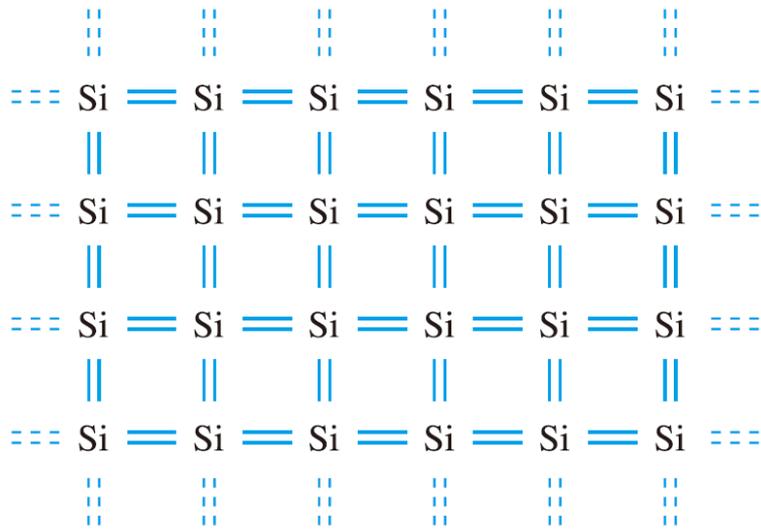
$$E_{Fi} = \frac{1}{2} (E_c + E_v) + \frac{3}{4} kT \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right)$$

因此  $\frac{1}{2} (E_c + E_v) = E_{midgap}$

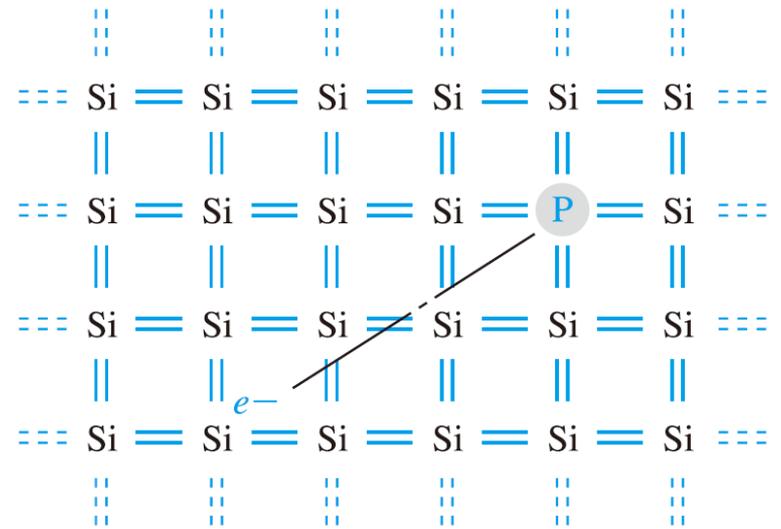
$$E_{Fi} - E_{midgap} = \frac{3}{4} kT \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right)$$

# 4.2 摻雜原子和能階

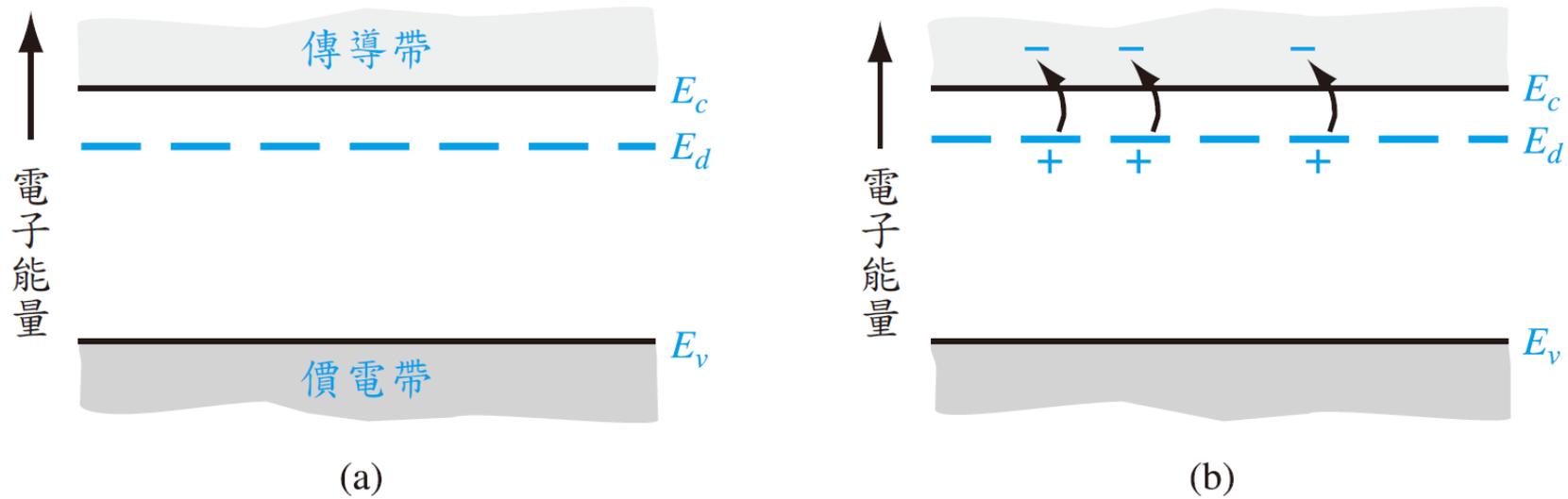
## ❖ 4.2.1 定性的描述



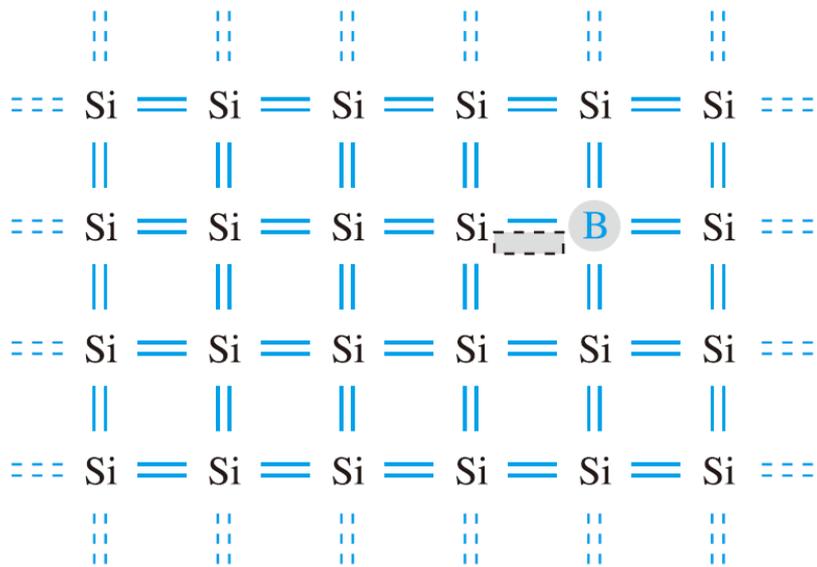
■ 圖 4.3 本質矽晶格二維型式的表示



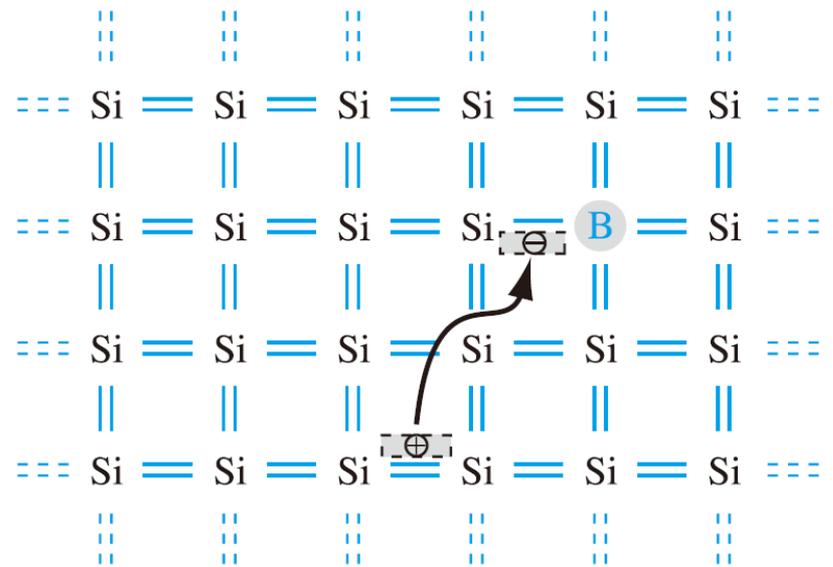
■ 圖 4.4 摻雜磷原子的矽晶格二維型式的表示



■ 圖 4.5 能帶圖中顯示：(a) 離散的施體能量狀態；及 (b) 施體狀態被游離的效應

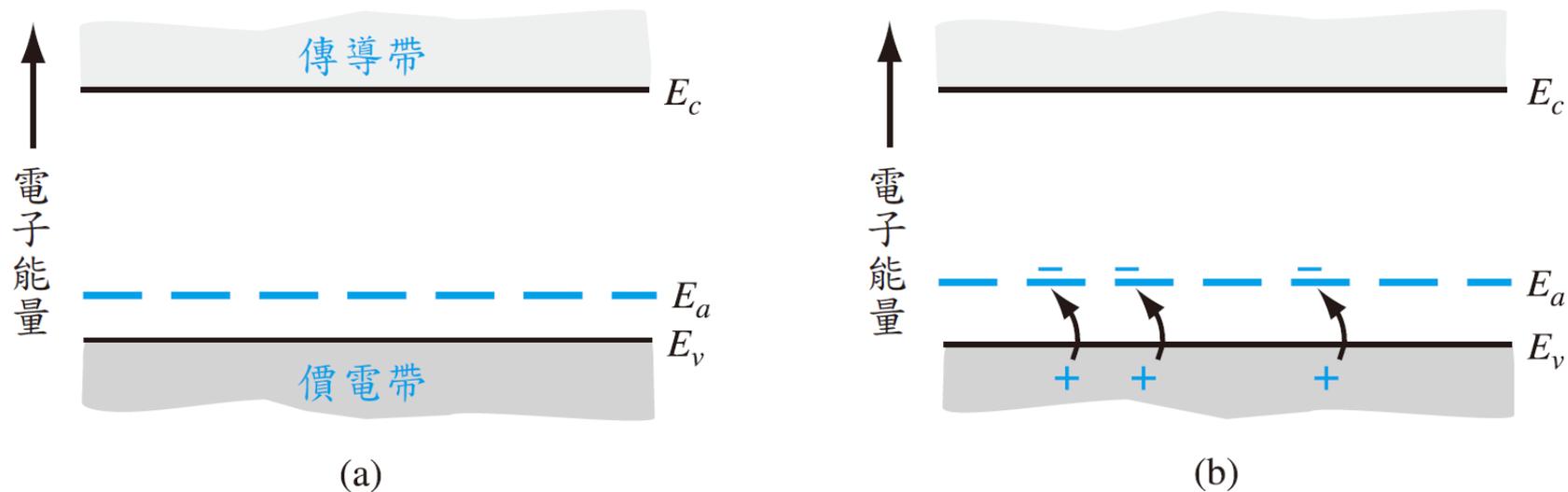


(a)



(b)

■ 圖 4.6 矽晶格二維型式表示：(a) 摻雜硼原子；以及 (b) 硼原子游離後造成一電洞



■ 圖 4.7 能帶圖中顯示：(a) 離散的受體能量狀態；及 (b) 受體狀態被游離的效應

## 4.2.2 游離能

❖ 令電子與離子之間的庫倫吸引力等於軌道電子的向心力。

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon r_n^2} = \frac{m^*v^2}{r_n}$$

若我們假設角動量是量子化的狀態，則可得到

$$m^* r_n v = n\hbar$$

其中 $n$ 是一正整數。

角動量量子化的假設可導致其半徑也被量子化

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\epsilon}{m^* e^2}$$

# 游離能(續)

❖ 定義波耳半徑為

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_0e^2} = 0.53 \text{ \AA}$$

❖ 我們將施體的軌道半徑對波耳半徑常規化，而得

$$\frac{r_n}{a_0} = n^2\epsilon_r \left( \frac{m_0}{m^*} \right)$$

# 游離能(續)

■ 表 4.3 在矽與鍺中的雜質游離能

雜質	游離能 (eV)	
	矽	鍺
施體		
磷	0.045	0.012
砷	0.05	0.0127
受體		
硼	0.045	0.0104
鋁	0.06	0.0102

## 4.2.3 三五族半導體

■ 表 4.4 砷化鎵中雜質的游離能

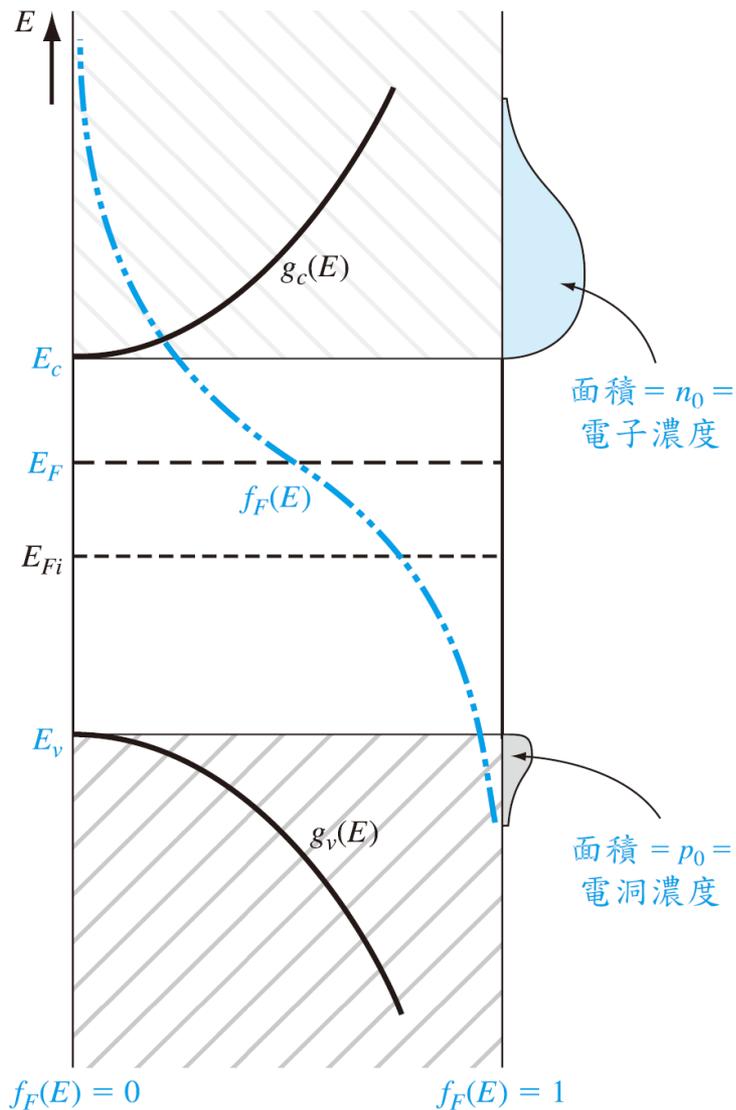
雜質	游離能 (eV)
施體	
硒	0.0059
碲	0.0058
矽	0.0058
鍺	0.0061
受體	
鉍	0.028
鋅	0.0307
鎘	0.0347
矽	0.0345
鍺	0.0404

# 4.3 外質半導體

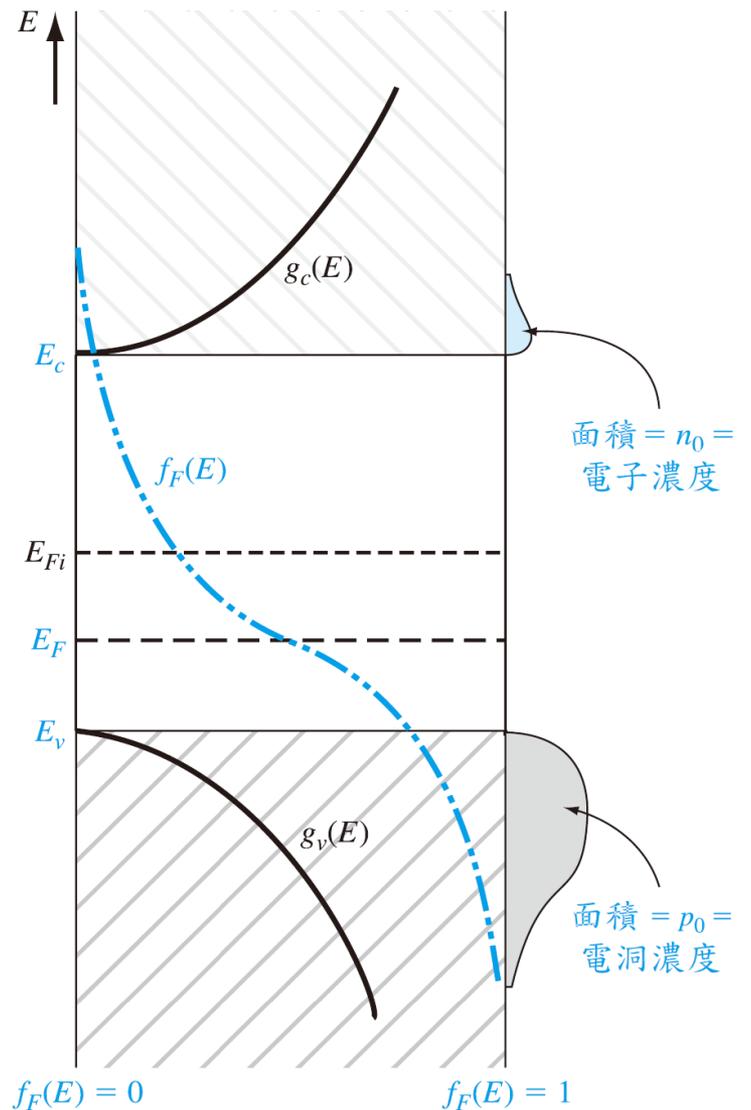
## ❖ 4.3.1 電子與電洞的平衡分布

$$n_0 = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_F)}{kT} \right]$$

$$p_0 = N_v \exp \left[ \frac{-(E_F - E_v)}{kT} \right]$$



■ 圖 4.8 當  $E_F$  高於本質費米能量時的狀態密度函數、費米-狄拉克機率函數以及代表電子和電洞濃度的區域面積



■ 圖 4.9 當  $E_F$  低於本質費米能量時的狀態密度函數、費米-狄拉克機率函數以及代表電子和電洞濃度的區域面積

# 電子與電洞的平衡分布(續)

❖ 其他型式的熱平衡電子與電洞濃度的表示式

$$n_0 = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi}) + (E_F - E_{Fi})}{kT} \right]$$

$$n_0 = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right] \exp \left[ \frac{(E_F - E_{Fi})}{kT} \right]$$

➤ 本質載子濃度為

$$n_i = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_{Fi})}{kT} \right]$$

# 電子與電洞的平衡分布(續)

➤ 因此熱平衡時的電子濃度可以寫成

$$n_0 = n_i \exp \left[ \frac{E_F - E_{Fi}}{kT} \right]$$

➤ 同理可以得到

$$p_0 = n_i \exp \left[ \frac{-(E_F - E_{Fi})}{kT} \right]$$

$$n_0 p_0 = N_c N_v \exp \left[ \frac{-E_g}{kT} \right]$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

## 4.3.3 費米－狄拉克積分

❖ 如果波茲曼近似不成立，熱平衡電子濃度可以寫成

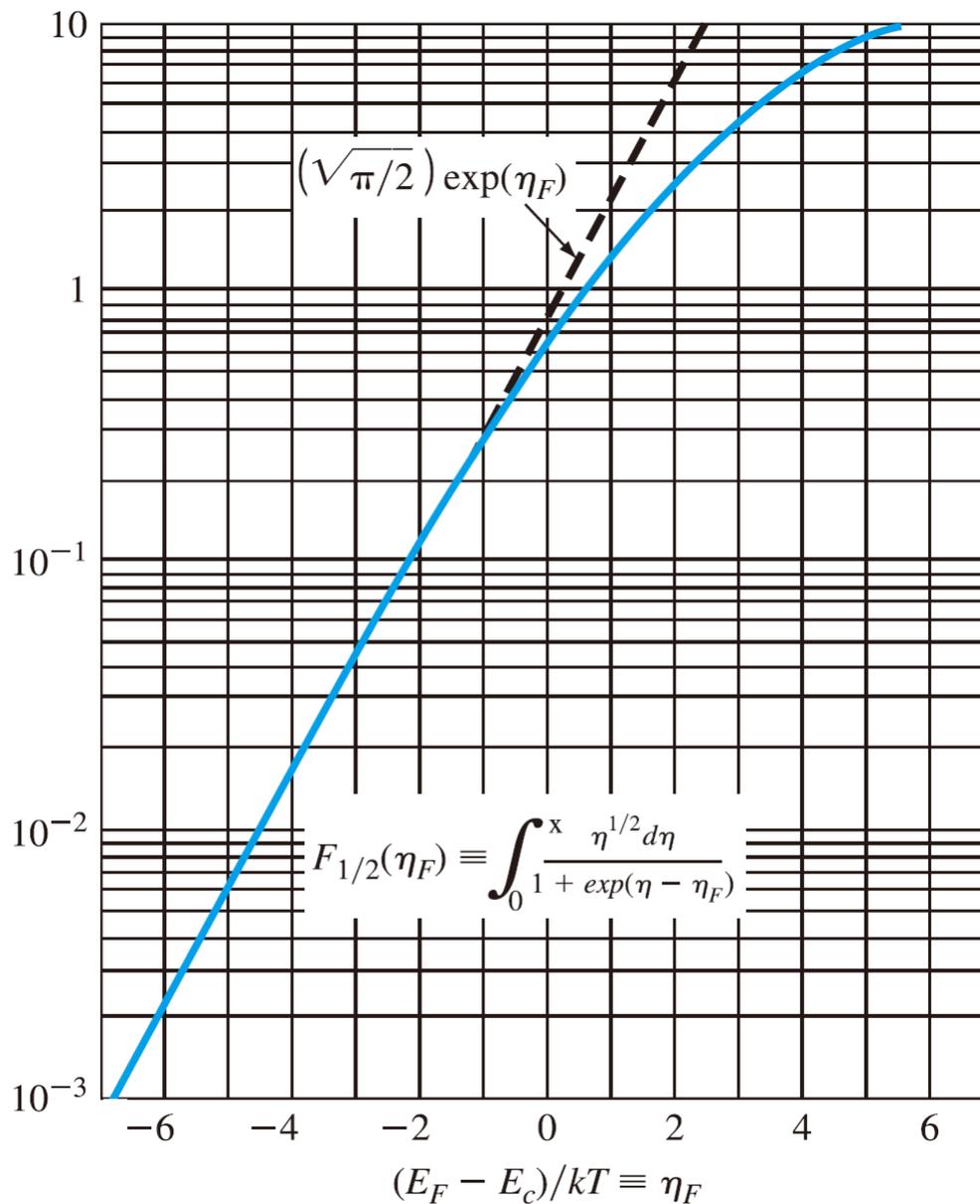
$$n_0 = \frac{4\pi}{h^3} (2m_n^*)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

$$n_0 = 4\pi \left(\frac{2m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + \exp(\eta - \eta_F)}$$

$$F_{1/2}(\eta_F) = \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + \exp(\eta - \eta_F)}$$

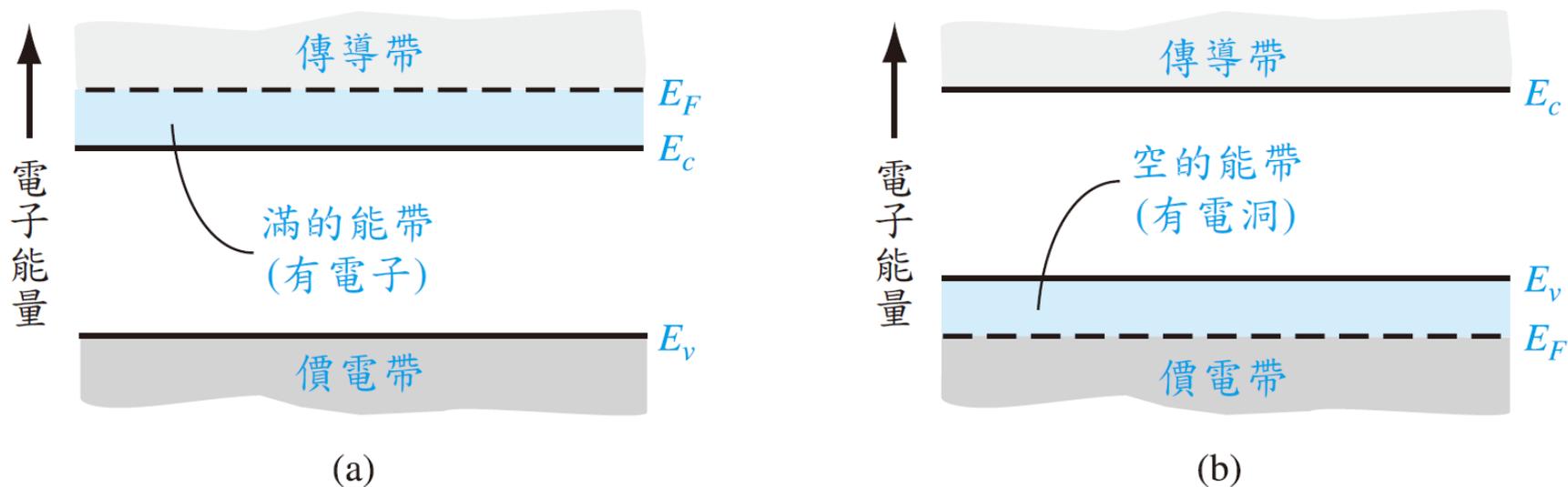
此函數稱為費米－狄拉克積分，為變數  $\eta_F$  的函數。

費米—狄拉克積分  
( $F_{1/2}$ )



■ 圖 4.10 費米—狄拉克積分  $F_{1/2}$  表示為費米能量的函數

## 4.3.4 簡併與非簡併半導體



■ 圖 4.11 摻雜簡併下的能帶示意圖：(a) n 型；及 (b) p 型半導體

# 4.4 施體與受體的統計學

## ❖ 4.4.1 機率函數

➤ 電子佔據施體能態的機率函數：

$$n_d = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_d - E_F}{kT}\right)}$$

其中 $n_d$ 為佔據施體能階的電子密度，而 $E_d$ 則是施體能階的能量。

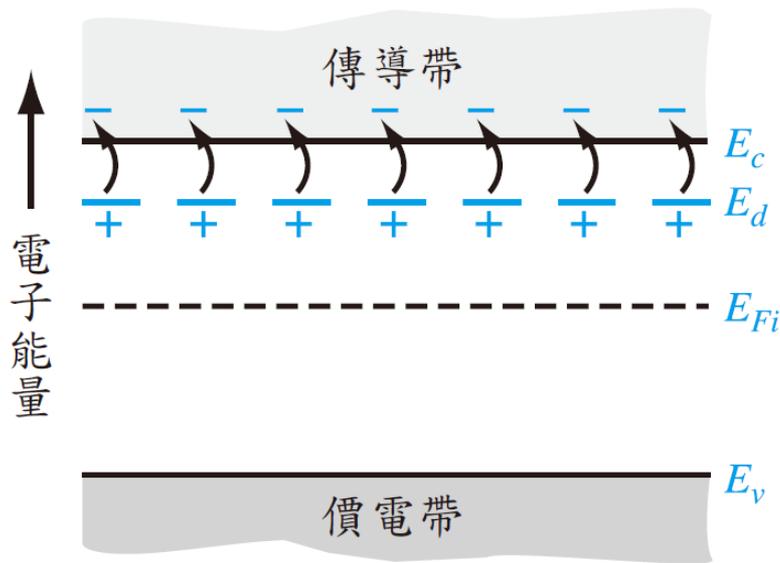
$$n_d = N_d - N_d^+$$

# 機率函數(續)

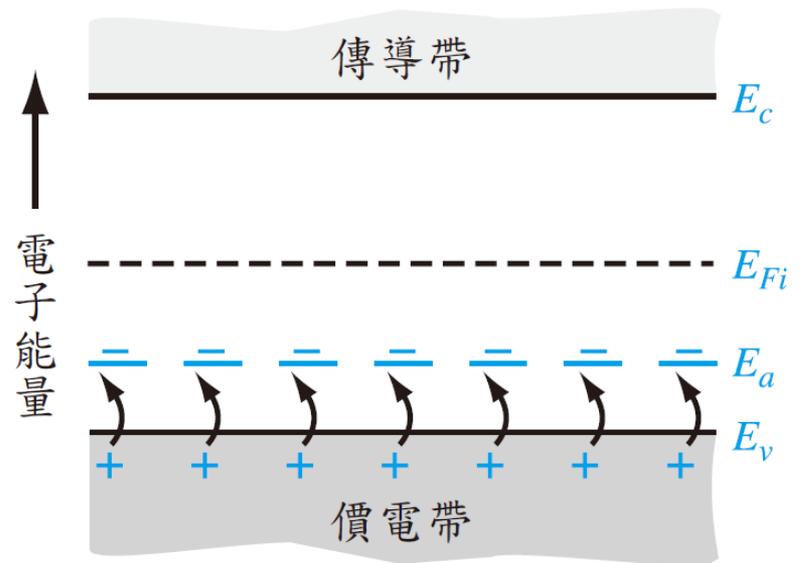
❖ 對受體原子可以得到：

$$p_a = \frac{N_a}{1 + \frac{1}{g} \exp\left(\frac{E_F - E_a}{kT}\right)} = N_a - N_a^-$$

➤ 其中 $N_a$ 是受體原子的濃度， $E_a$ 是受體能階的能量， $p_a$ 是在受體狀態內的電洞濃度，而 $N_a^-$ 則是游離受體的濃度。

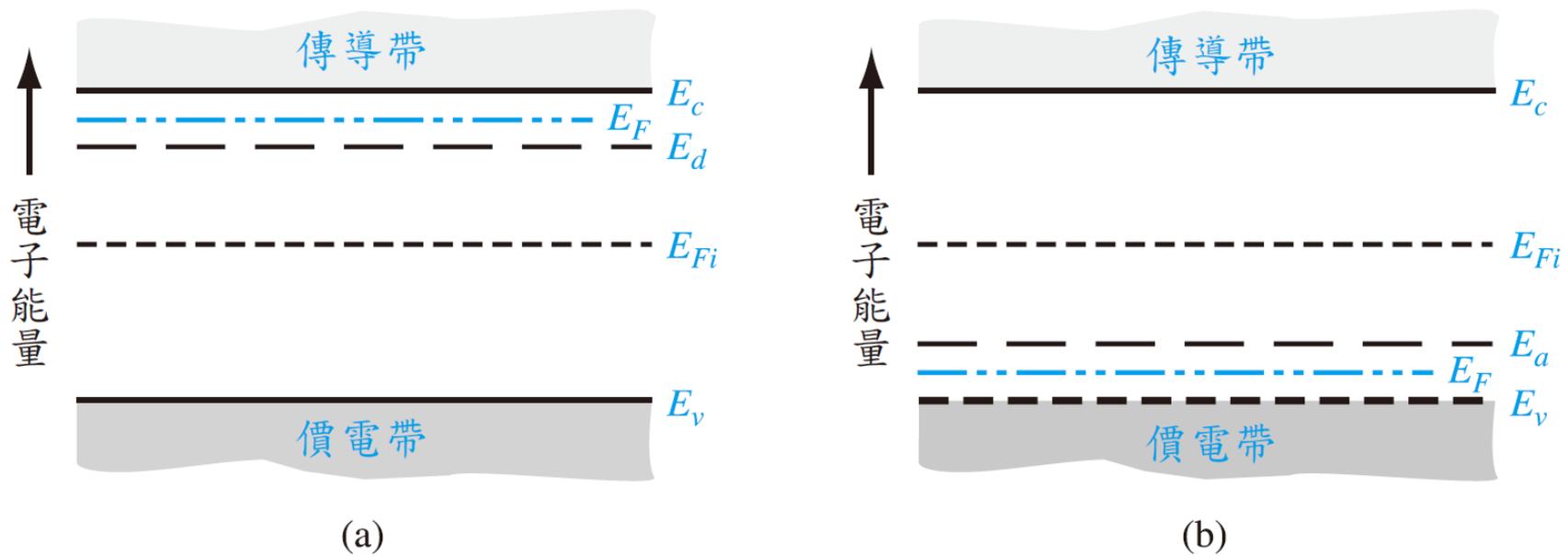


(a)



(b)

■ 圖 4.12 完全游離的能帶示意圖：(a) 施體能態；及 (b) 受體能態



■ 圖 4.13 (a) n 型；及 (b) p 型半導體在  $T = 0\text{ K}$  時的能帶圖

# 4.5 電中性

## ❖ 4.5.1 補償型半導體

- 在同一個區域中有施體原子與受體原子的半導體稱為**補償型半導體**(compensated semiconductor)。
- 當 $N_d > N_a$ 時，則產生n型的補償型半導體，當 $N_a > N_d$ 時，則形成p型的補償型半導體。
- 若是 $N_d = N_a$ ，則形成一個完全補償型的半導體。

# 4.5.2 平衡時的電子與電洞濃度

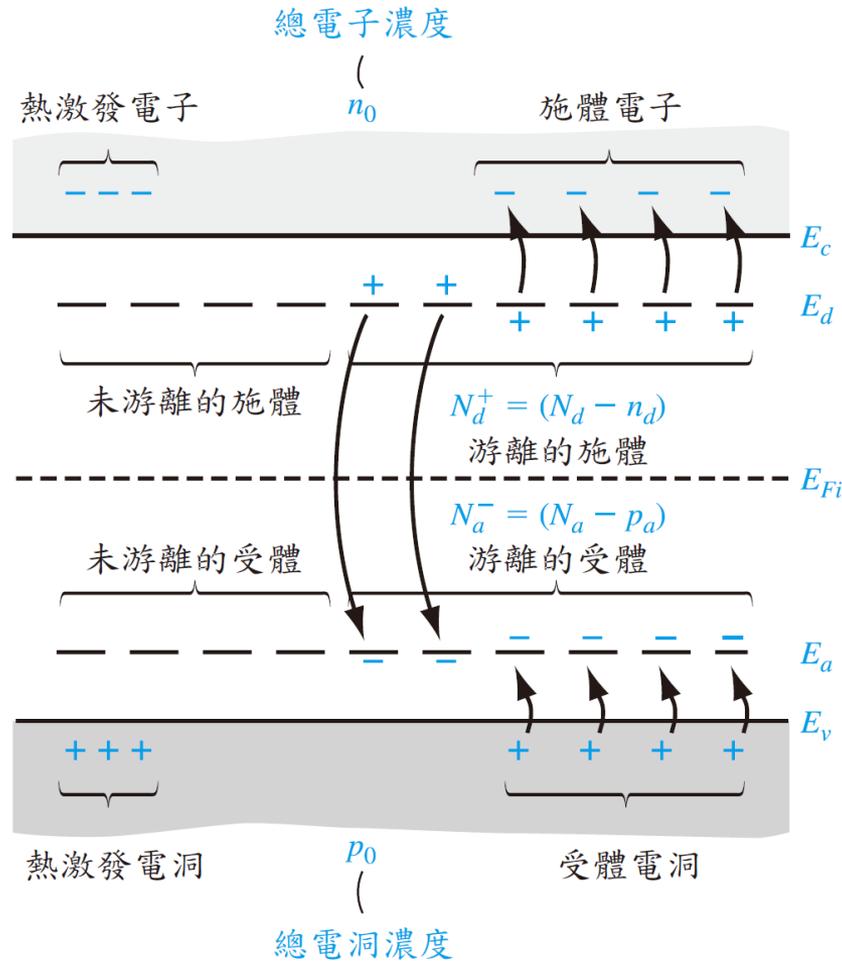


圖 4.14 補償型半導體的能帶圖，其顯示出游離與未游離的施體與受體

# 平衡時的電子與電洞濃度(續)

❖ 電中性的條件可以負電荷的密度等於正電荷的密度之關係來表示。

$$n_0 + N_a^- = p_0 + N_d^+$$

$$n_0 + (N_a - p_a) = p_0 + (N_d - n_d)$$

其中 $n_0$ 與 $p_0$ 分別是熱平衡時傳導帶中的電子濃度與價電帶中的電洞濃度。

# 熱平衡的電子濃度

❖ 假設完全游離的狀況，則 $n_d$ 與 $p_a$ 都為零，

$$n_0 + N_a = p_0 + n_d$$

重寫成

$$n_0 + N_a = \frac{n_i^2}{n_0} + N_d$$

❖ 求得電子濃度 $n_0$

$$n_0 = \frac{(N_d - N_a)}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_d - N_a}{2}\right)^2 + n_i^2}$$

# 例題 4.9

對一給定的摻雜濃度，求出熱平衡的電子與電洞濃度。

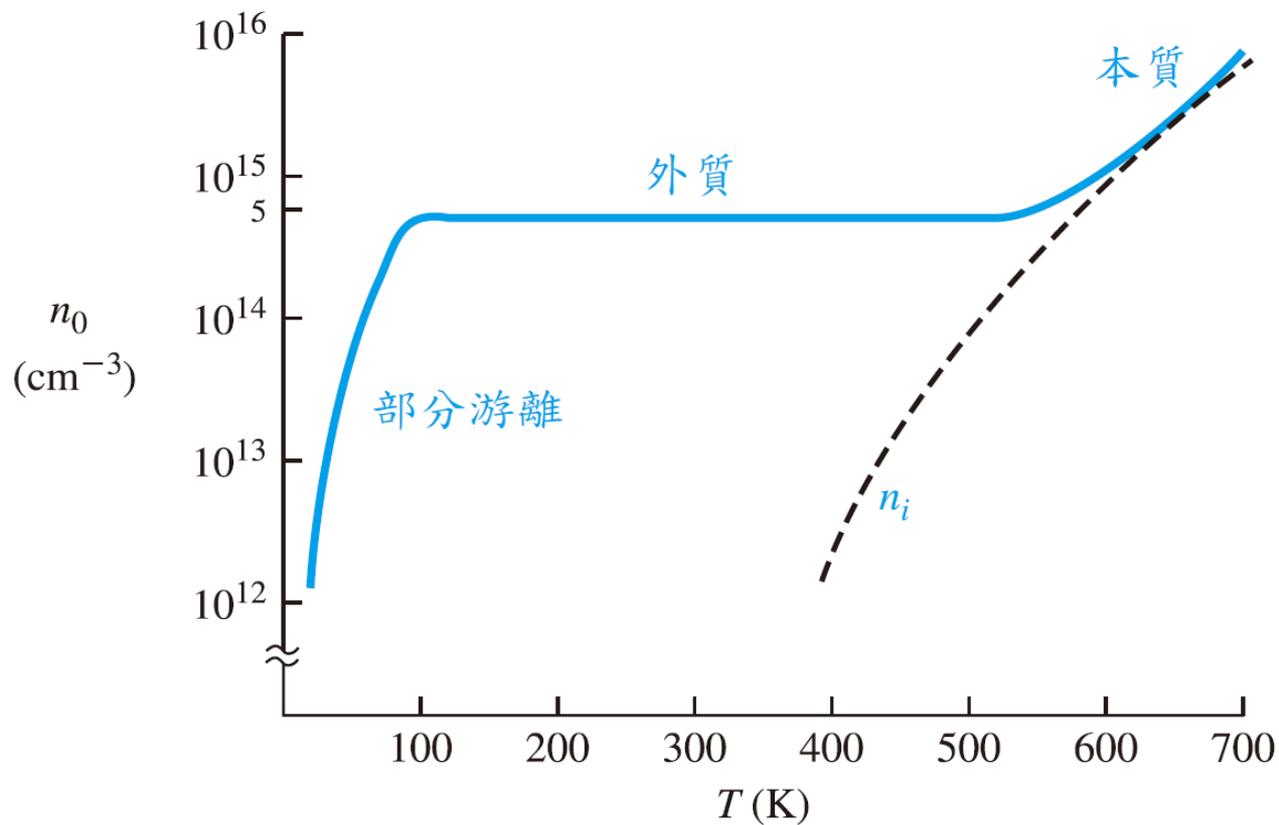
■ 解答

$$n_0 = \frac{10^{16}}{2} + \sqrt{\left(\frac{10^{16}}{2}\right)^2 + (1.5 \times 10^{10})^2} \cong 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{10^{16}} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$n_0 = \frac{5 \times 10^{15} - 2 \times 10^{15}}{2} + \sqrt{\left(\frac{5 \times 10^{15} - 2 \times 10^{15}}{2}\right)^2 + (1.5 \times 10^{10})^2} \cong 3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{3 \times 10^{15}} = 7.5 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$



■ 圖 4.16 電子濃度相對於溫度圖形，顯示：部分游離、外質以及本質三個區域

## 4.6 費米能階的位置

### ❖ n型半導體

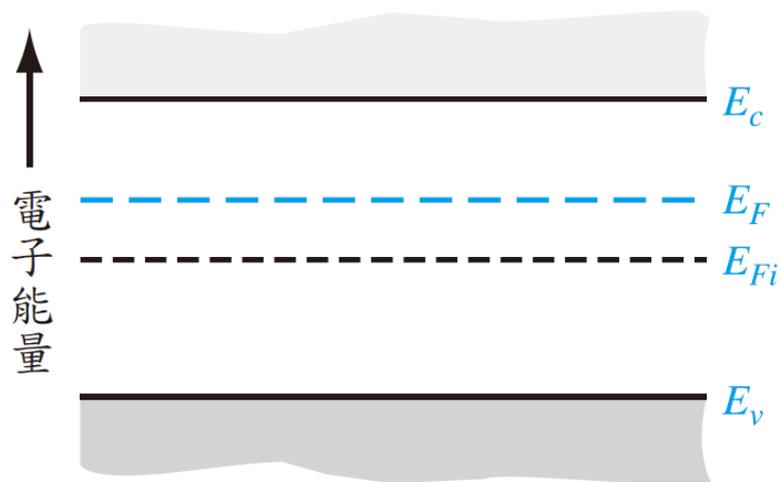
$$E_F - E_{Fi} = kT \ln \left( \frac{n_0}{n_i} \right)$$

### ❖ p型半導體

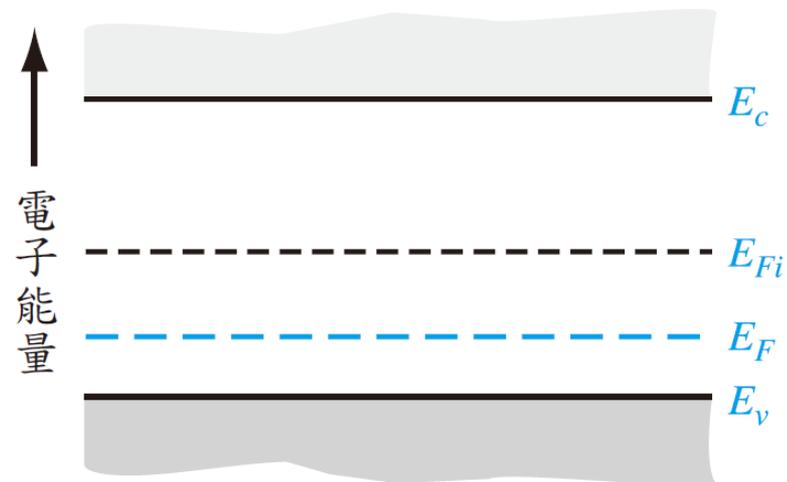
$$E_F - E_v = kT \ln \left( \frac{N_v}{p_0} \right)$$

### ❖ 費米能階與本質費米能階差

$$E_{Fi} - E_F = kT \ln \left( \frac{p_0}{n_i} \right)$$



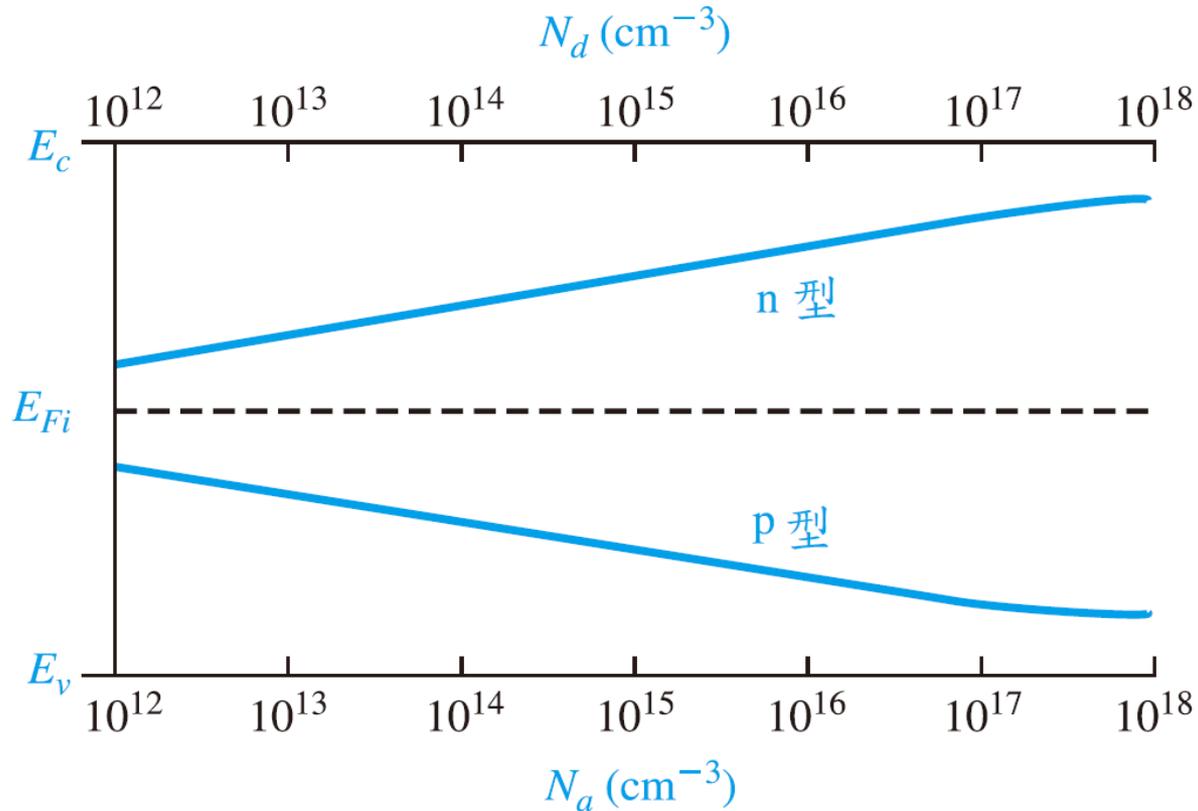
(a)



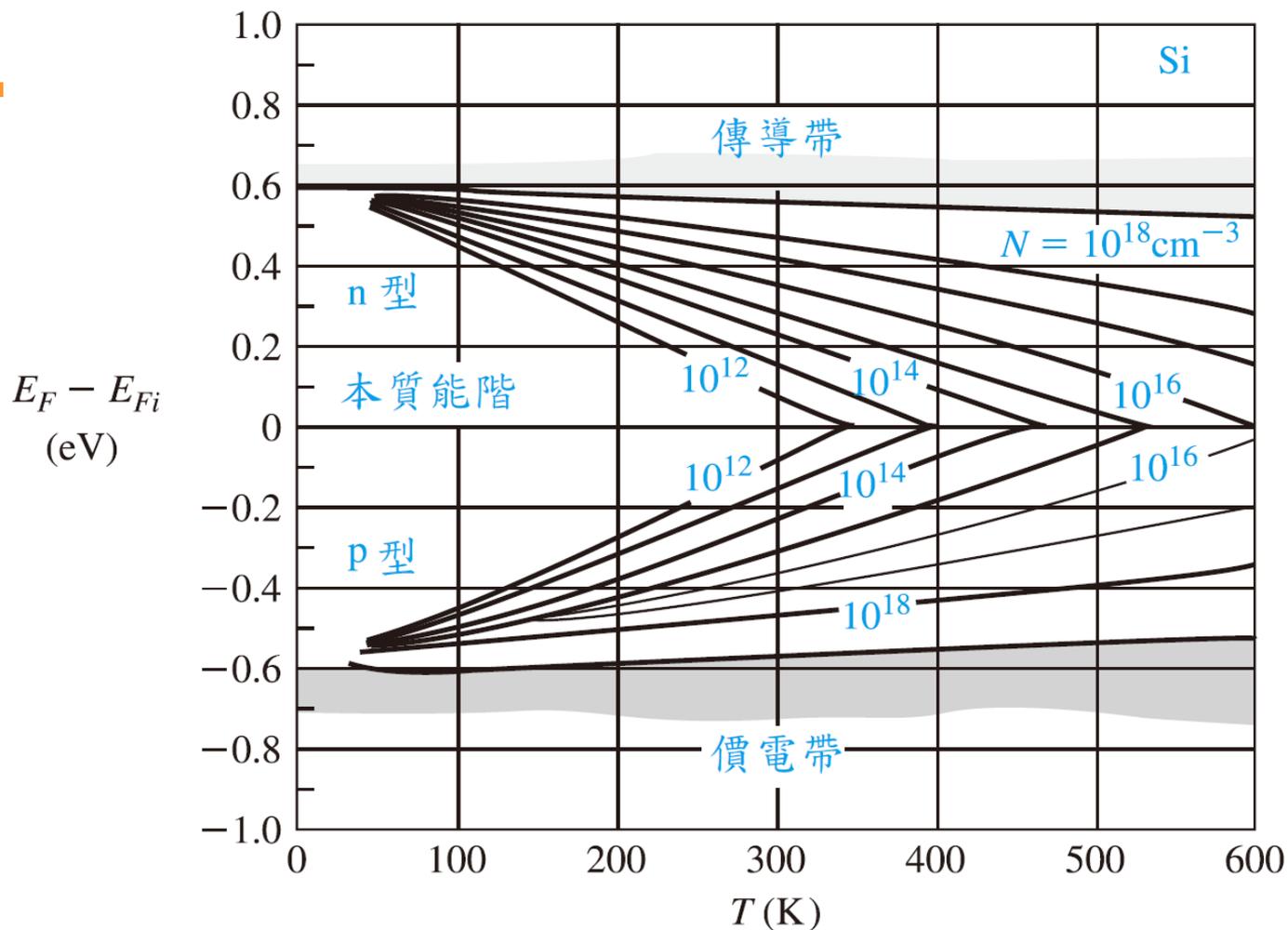
(b)

■ 圖 4.17 (a) n 型 ( $N_d > N_a$ ) ; 及 (b) p 型 ( $N_d > N_a$ ) 半導體費米能階位置

## 4.6.2 $E_F$ 隨著摻雜濃度與溫度的變化



■ 圖 4.18 以施體濃度 (n 型) 以及受體濃度 (p 型) 為變數的費米能階位置圖



■ 圖 4.19 不同摻雜濃度的矽，隨溫度變化的費米能階位置

# 本章總結

- ◆ 傳導帶的電子濃度乃是將傳導帶中的狀態密度函數與費米-狄拉克機率函數的乘積對傳導帶的能量加以積分得到的。
- ◆ 價電帶的電洞濃度乃是將價電帶中的狀態密度函數與該狀態為空的機率的乘積對價電帶能量加以積分得到的。
- ◆ 利用馬克士威-波茲曼近似，傳導帶中的熱平衡電子濃度為

$$n_0 = N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right]$$

其中， $N_c$ 是傳導帶的等效狀態密度。

# 本章總結(續)

- ◆ 利用馬克士威—波茲曼近似，價電帶中的熱平衡電洞濃度為

$$p_0 = N_v \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right]$$

其中， $N_v$ 是價電帶的等效狀態密度。

- ◆ 本質載子濃度可表示為

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left[\frac{-E_g}{kT}\right]$$

- ◆ 我們討論了用施體雜質(第五族元素)及受體雜質(第三族元素)將半導體摻雜成n型及p型的外質半導體的概念。

# 本章總結(續)

- ◆ 我們推導了  $n_0 p_0 = n_i^2$  的基本關係式。
- ◆ 利用完全游離以及電中性的概念，我們推導出以雜質摻雜濃度為其函數的電子與電洞濃度的方程式。
- ◆ 我們推導出以雜質摻雜濃度為變數的費米能階的函數。
- ◆ 我們討論了費米能階的重要性。在熱平衡態時，整個半導體的費米能階為一常數。



# Chapter 5 載子的傳輸現象

# 本章預定討論內容

- 描述由於外加電場的影響而造成的載子漂移現象及其產生的漂移電流的機制。
- 定義及描述載子漂移的特性。
- 描述由於載子濃度的梯度因素而造成的載子擴散現象及其產生的擴散電流的機制。
- 定義載子的擴散係數。
- 描述半導體材料中非均勻摻雜造成的效應。
- 描述及分析半導體材料的霍爾效應。

# 5.1 載子漂移

- ❖ 電場的因素造成電荷的淨移動稱為漂移(drift)，電荷的淨漂移會產生漂移電流(drift current)。

## 5.1.1 漂移電流密度

- ❖ 若有電荷體密度為  $\rho$  的帶正電載子以平均漂移速度  $v_d$  移動，則漂移電流密度為

$$J_{drf} = \rho v_d$$

- ❖ 如果體電荷密度是由於帶正電的電洞所造成的，則

$$J_{p|drf} = (ep)v_{dp}$$

- ❖ 其中， $J_{p|drf}$  是電洞造成的漂移電流密度， $v_{dp}$  是電洞的平均漂移速度。

# 漂移電流密度(續)

❖ 電洞在電場中的運動方程式為

$$F = m_{cp}^* a = eE$$

其中 $e$ 是電子的電荷量， $a$ 是加速度， $E$ 是電場， $m_{cp}^*$ 是電洞的傳導等效質量。

❖ 平均漂移速度

$$v_{dp} = \mu_p E$$

$\mu_p$ 為電洞遷移率(hole mobility)。遷移率的單位為 $\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

# 漂移電流密度(續)

❖ 電洞的漂移電流密度可寫成

$$J_{p|drf} = (ep)v_{dp} = e\mu_p pE$$

電洞造成的漂移電流方向與外加電場為同一個方向。

❖ 電子適用相同的漂移理論，可以寫成

$$J_{n|drf} = \rho v_{dn} = (-en)v_{dn}$$

其中， $J_{n|drf}$ 是電子的漂移電流密度， $v_{dn}$ 是電子的平均漂移速度。

# 漂移電流密度(續)

❖ 電子是帶負電，電子的淨移動方向是與電場方向相反

$$v_{dn} = -\mu_n E$$

其中， $\mu_n$  是電子遷移率(electron mobility)，且為一個正值。

$$J_{n|drf} = (-en)(-\mu_n E) = e\mu_n nE$$

# 漂移電流密度(續)

❖ 漂移電流密度(drift current density)是電子與電洞漂移電流密度的總和，可以表示為

$$J_{drf} = e(\mu_n n + \mu_p p)E$$

■ 表 5.1  $T = 300 \text{ K}$  時且為低摻雜濃度下，常見的遷移率值

	$\mu_n$ (cm <sup>2</sup> /V-s)	$\mu_p$ (cm <sup>2</sup> /V-s)
矽	1350	480
砷化鎵	8500	400
鍺	3900	1900

# 例題 5.1

## ■ 題說

考慮  $T = 300 \text{ K}$  時，一個砷化鎵樣品，摻雜濃度為  $N_a = 0$  且  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 。假設半導體完全游離且電子與電洞遷移率列於表 5.1 中。如果外加電場為  $E = 10 \text{ V/cm}$ ，計算出漂移電流密度。

## ■ 解答

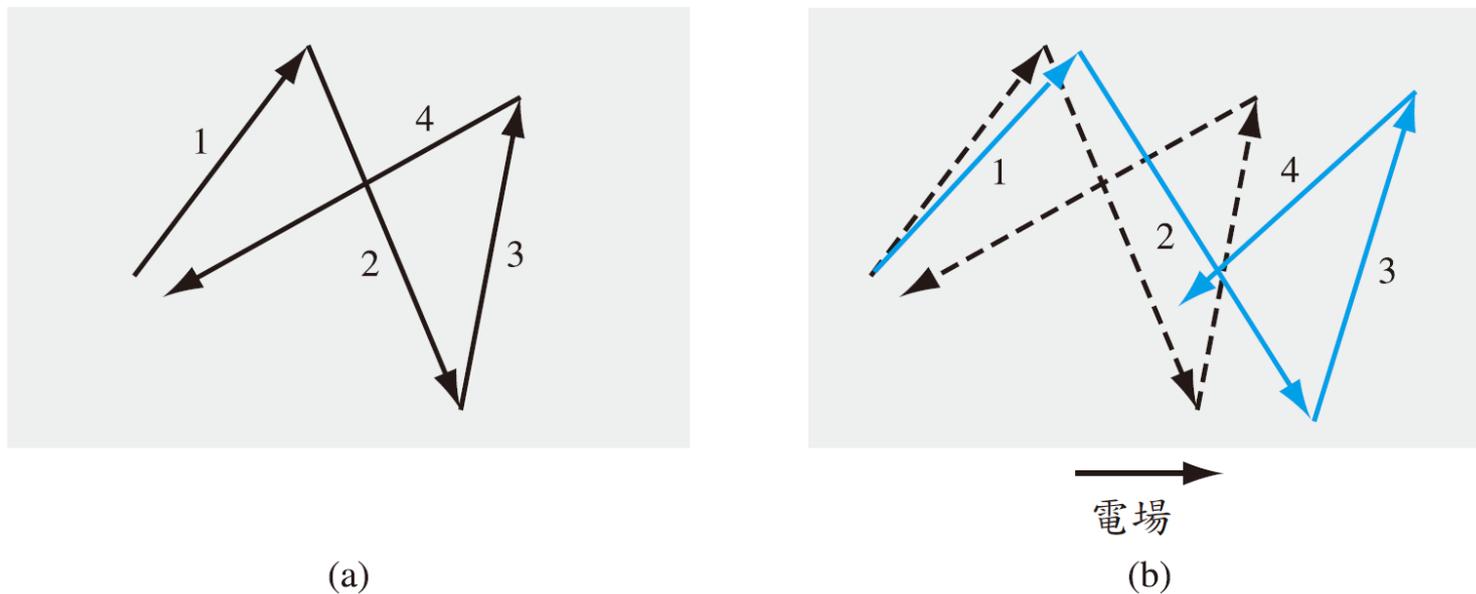
$$n = \frac{N_d - N_a}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_d - N_a}{2}\right)^2 + n_i^2} \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1.8 \times 10^6)^2}{10^{16}} = 3.24 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$$

$$J_{drf} = e(\mu_n n + \mu_p p)E \approx e\mu_n N_d E$$

$$J_{drf} = (1.6 \times 10^{-19})(8500)(10^{16})(10) = 136 \text{ A/cm}^2$$

## 5.1.2 遷移率效應



■ 圖 5.1 在：(a) 沒有外加電場；及 (b) 有外加電場情況下，半導體中電洞隨機的運動表現

# 遷移率效應(續)

❖ 發生碰撞或散射事件之前電洞的淨速度峰值為

$$v_{d\text{peak}} = \left( \frac{e\tau_{cp}}{m_{cp}^*} \right) E$$

❖ 平均漂移速度是淨速度峰值的一半，因此

$$\langle v_d \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{e\tau_{cp}}{m_{cp}^*} \right) E$$

❖ 真實的電洞遷移率應為

$$\mu_p = \frac{v_{dp}}{E} = \frac{e\tau_{cp}}{m_{cp}^*}$$

❖ 電子的遷移率表示為

$$\mu_n = \frac{e\tau_{cn}}{m_{cn}^*}$$

其中的  $\tau_{cn}$  是電子碰撞的平均時間間隔。

# 遷移率效應(續)

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_L}$$

- ❖ 其中  $\mu_I$  是由於游離雜質散射過程所造成的遷移率，而  $\mu_L$  則是由於晶格散射過程所造成的遷移率。參數  $\mu$  是淨遷移率。

# 遷移率效應(續)

❖ 晶格散射(lattice scattering)又稱為聲子散射(phonon scattering)

$$\mu_L \propto T^{-3/2}$$

受晶格散射影響的遷移率會隨著溫度的降低而增加

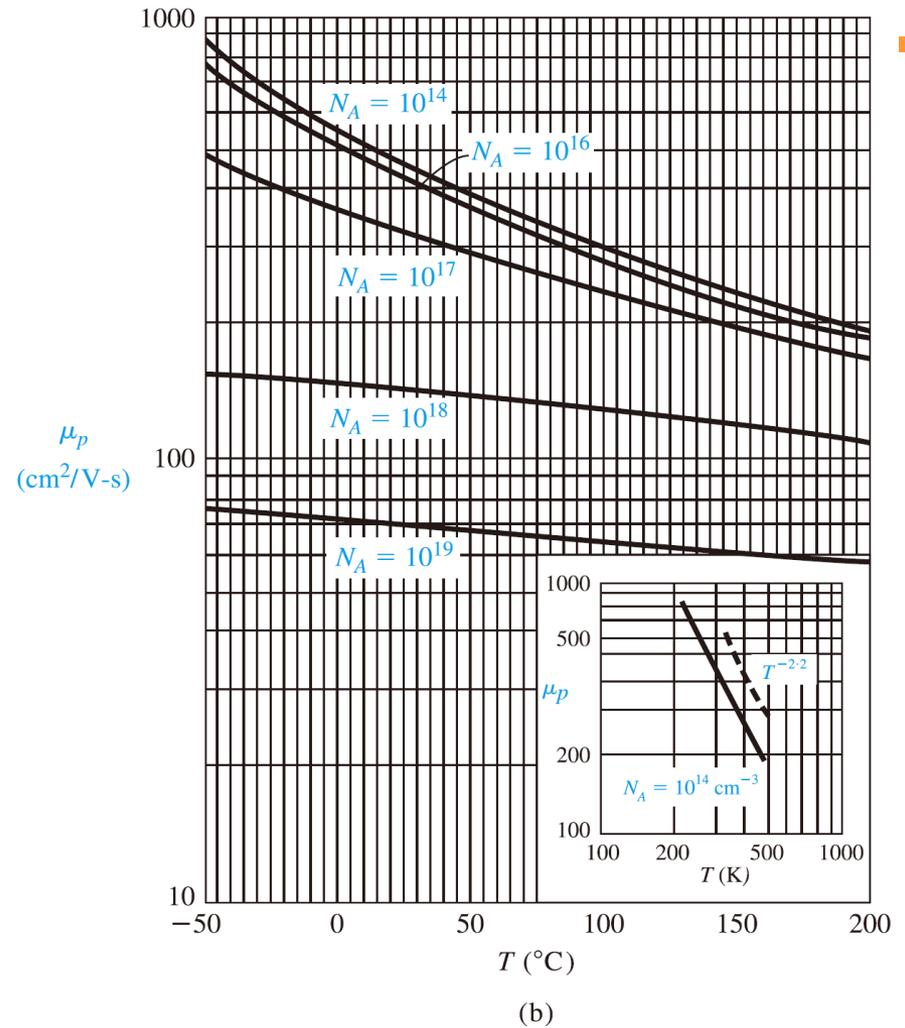
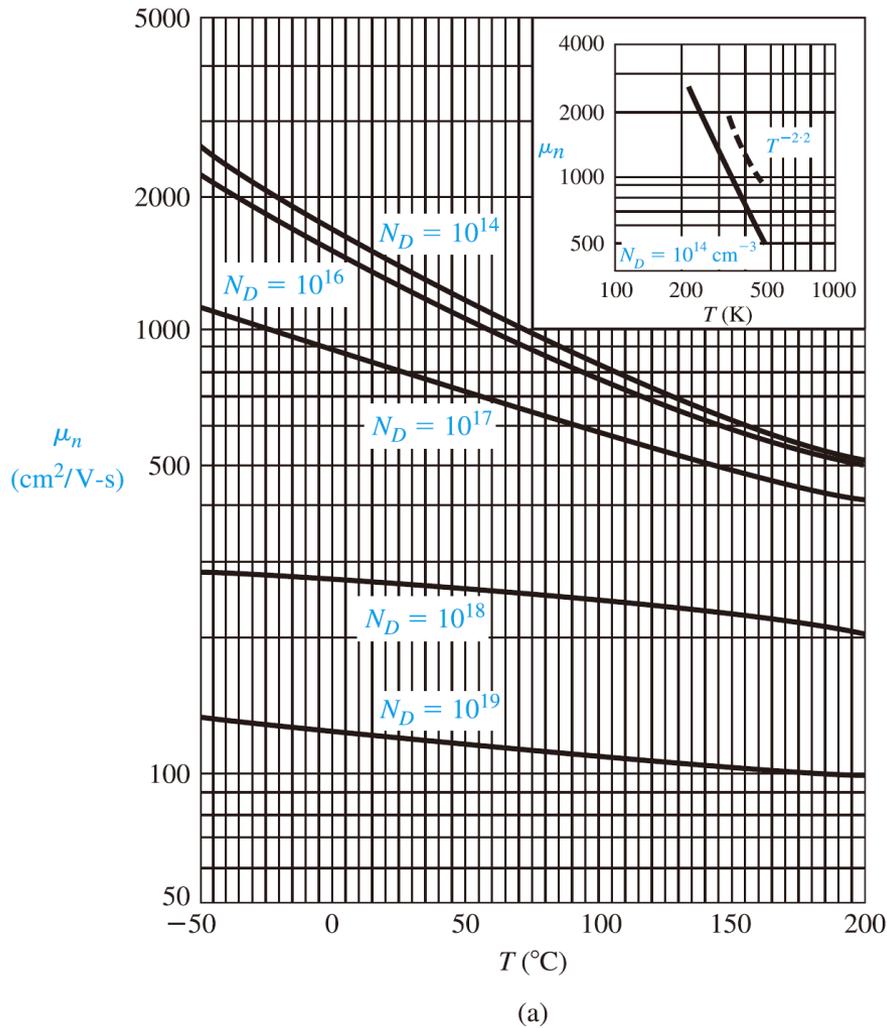
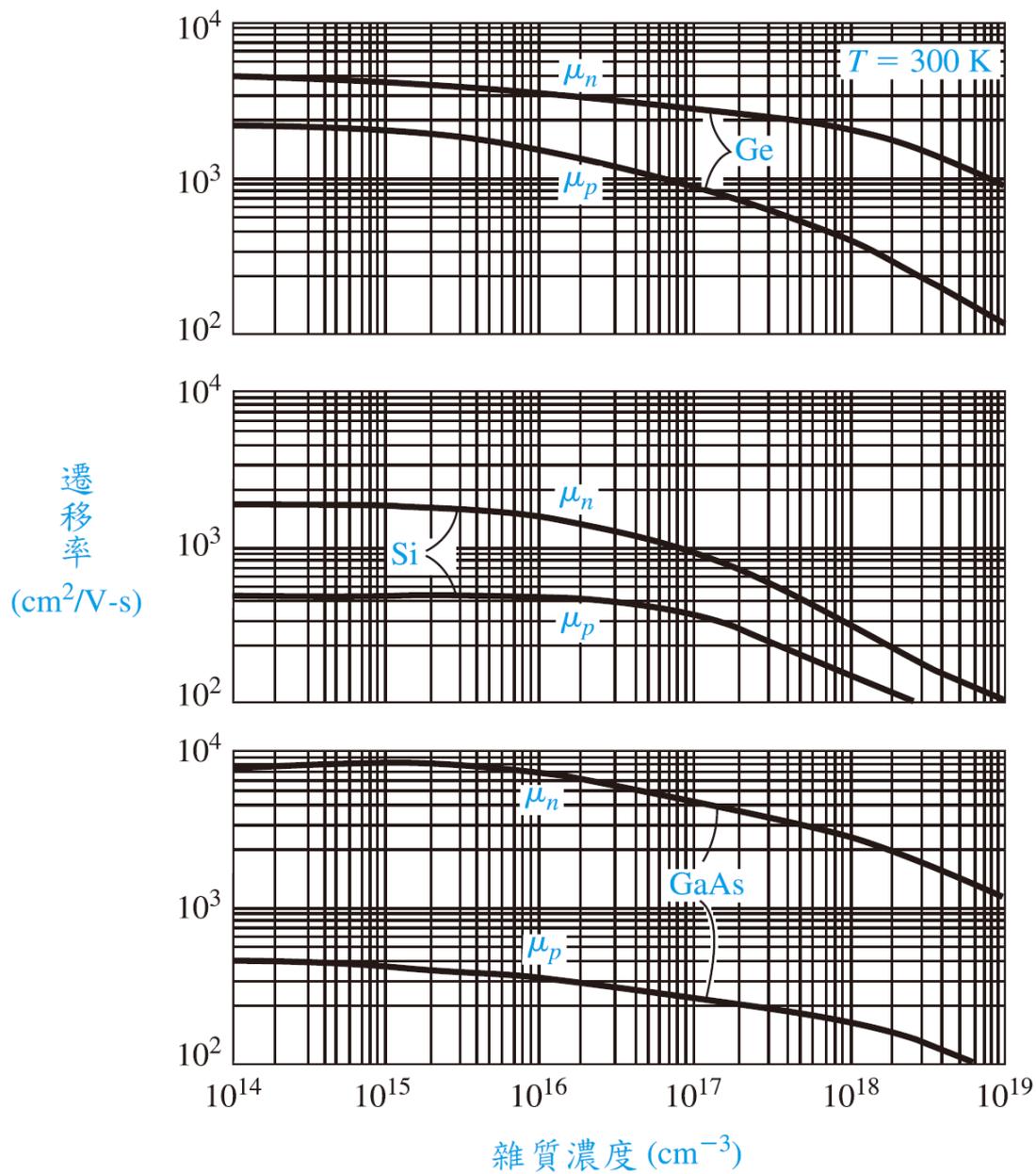


圖 5.2 對不同摻雜濃度的矽，其：(a) 電子遷移率；及 (b) 電洞遷移率，與溫度的關係圖。插圖顯示「幾乎」是本質矽與溫度相關的圖形



**圖 5.3**  $T = 300 \text{ K}$  時，鍺、矽及砷化鎵的電子與電洞遷移率與雜質濃度的關係圖  
**Chapter 5** 載子的傳輸現象

# 例題 5.2

## ■ 題說

參考圖 5.2，求出電子於矽材料的下列狀況中所具有的遷移率：

(a)  $T = 25^\circ\text{C}$  時：(i)  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  及 (ii)  $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 。

(b)  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  於：(i)  $T = 0^\circ\text{C}$  及 (ii)  $T = 100^\circ\text{C}$ 。

## ■ 解答

由圖 5.2，可知：

(a)  $T = 25^\circ\text{C}$ ：(i)  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \mu_n \cong 1200 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

(ii)  $N_d = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \Rightarrow \mu_n \cong 800 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

(b)  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ：(i)  $T = 0^\circ\text{C} \Rightarrow \mu_n \cong 1400 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

(ii)  $T = 100^\circ\text{C} \Rightarrow \mu_n \cong 780 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

## 5.1.3 電導率

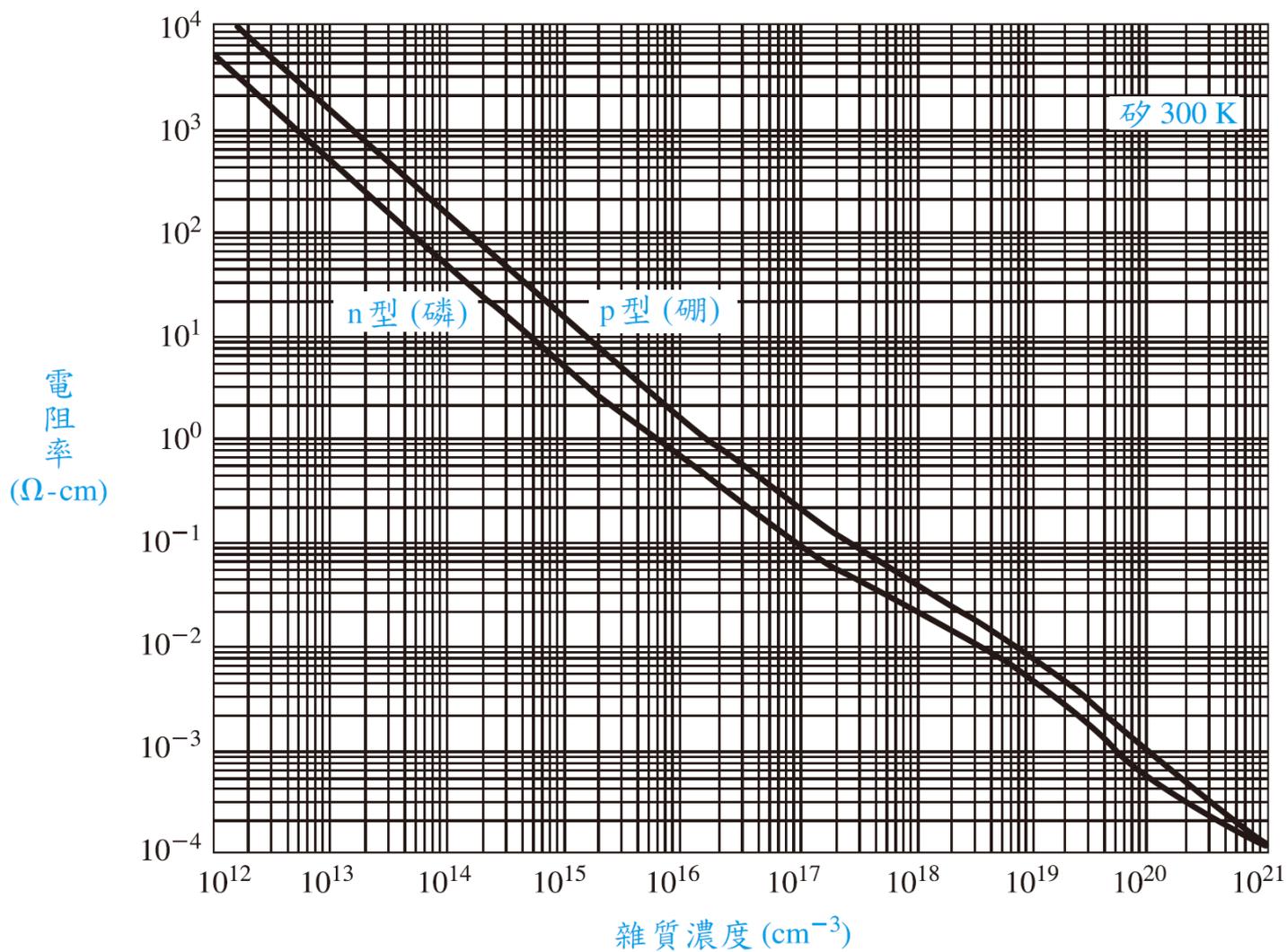
❖ 漂移電流密度可以寫成

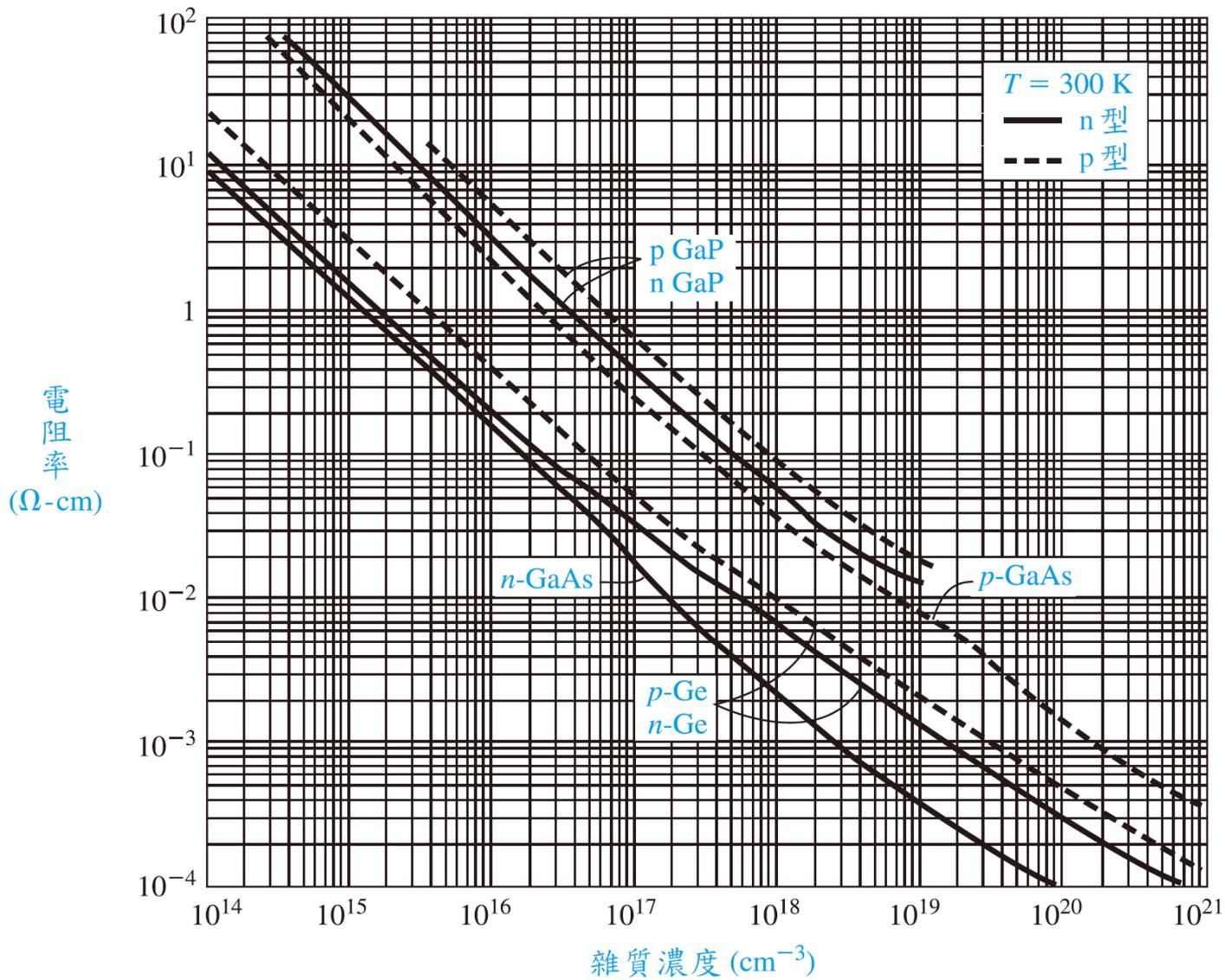
$$J_{drf} = e(\mu_n n + \mu_p p)E = \sigma E$$

其中  $\sigma$  是半導體材料的電導率 (conductivity)。電導率的單位是  $(\Omega\text{-cm})^{-1}$ ，是電子與電洞濃度及遷移率的一個函數。

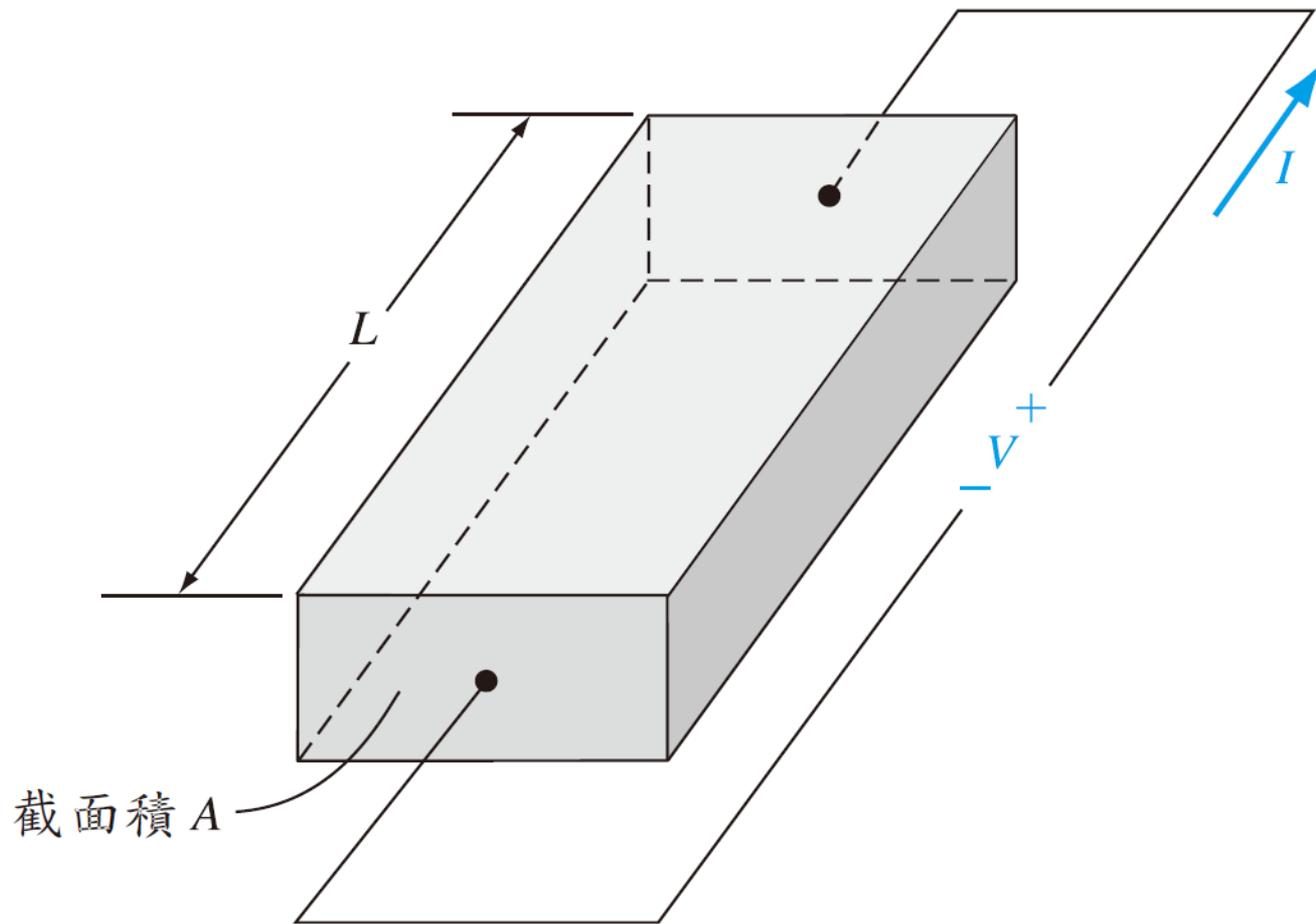
❖ 電導率的倒數為電阻率 (resistivity)，以符號  $\rho$  來表示，單位為  $\Omega\text{-cm}$ 。電阻率的關係式為

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(\mu_n n + \mu_p p)}$$





■ 圖 5.4  $T = 300\text{ K}$  時：(a) 矽；及 (b) 鍺、砷化鎵及磷化鎵的電阻率和其雜質濃度的關係曲線



■ 圖 5.5 類似一個電阻器的塊狀半導體材料

# 電導率(續)

❖ 在一個截面積為 $A$ 的矩型半導體材料之兩端施加電壓 $V$ ，則可產生電流 $I$ ，其關係為

$$J = \frac{I}{A}$$

$$\frac{I}{A} = \sigma \left( \frac{V}{L} \right)$$

$$V = \left( \frac{L}{\sigma A} \right) I = \left( \frac{\rho L}{A} \right) I = IR$$

即為半導體的歐姆定律。

# 電導率(續)

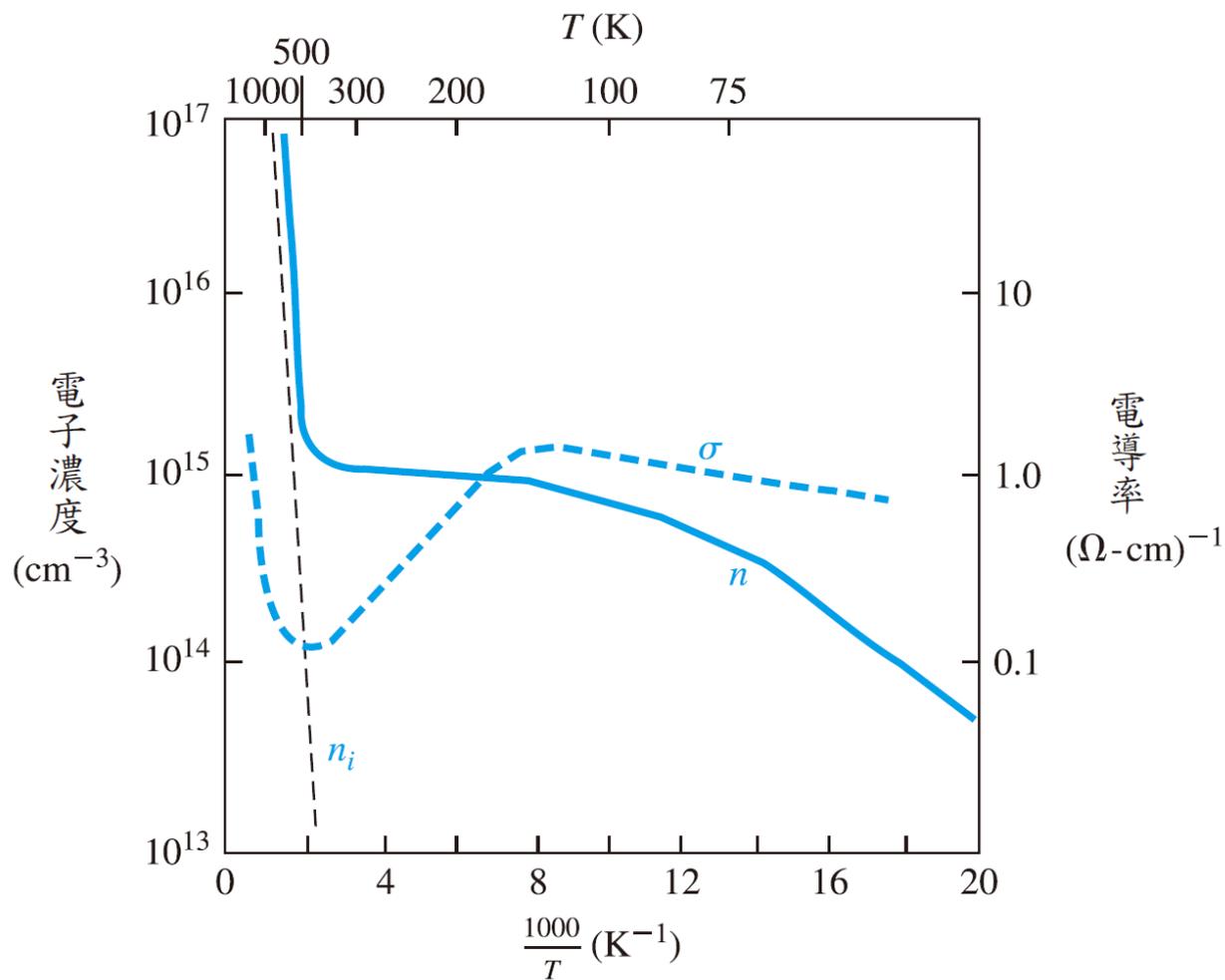
- ❖ 們考慮一個受體摻雜濃度為 $N_a$  ( $N_d = 0$ )的p型半導體，其 $N_a \gg n_i$ ，假設電子與電洞的遷移率具有相同的數量級，則其電導率為

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p) \approx e\mu_p p$$

- ❖ 假設此半導體是完全游離的，則

$$\sigma \approx e\mu_p N_a \approx \frac{1}{\rho}$$

可見外質半導體的電導率及電阻率主要由多數載子來決定。



■ 圖 5.6 矽的電子濃度及電導率對溫度倒數的關係曲線

# 例題 5.3

## ■ 題說

考慮  $T = 300 \text{ K}$  時，具有電導率  $\sigma = 16 (\Omega\text{-cm})^{-1}$  以及  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  受體摻雜濃度的補償 n 型矽半導體。求施體的濃度與電子的遷移率。

## ■ 解答

$$\sigma \approx e\mu_n n = e\mu_n (N_d - N_a)$$

$$16 = (1.6 \times 10^{-19})\mu_n(N_d - 10^{17})$$

$$N_d \approx 3.5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3} \quad \text{及} \quad \mu_n \approx 400 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$$

$$\sigma \approx 16 (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

## 5.1.4 速度飽和

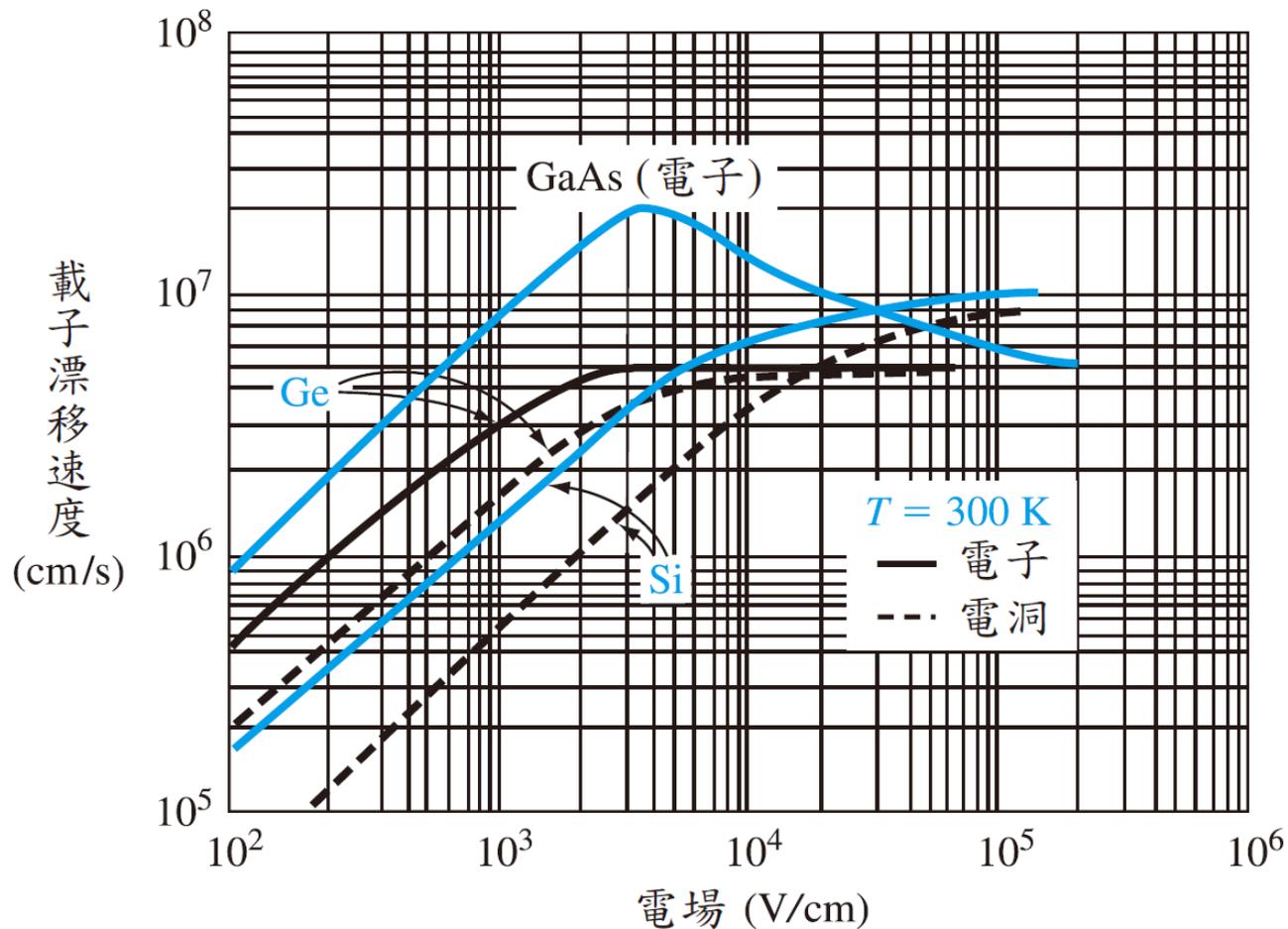


圖 5.7 高純度的矽、鍺及砷化鎵中，載子漂移速度對電場的關係曲線

# 速度飽和(續)

❖ 矽材料中，量測所得的電子遷移速度與電場的關係可以表示為

$$v_n = \frac{v_s}{\left[1 + \left(\frac{E_{on}}{E}\right)^2\right]^{1/2}}$$

對電洞而言，其為

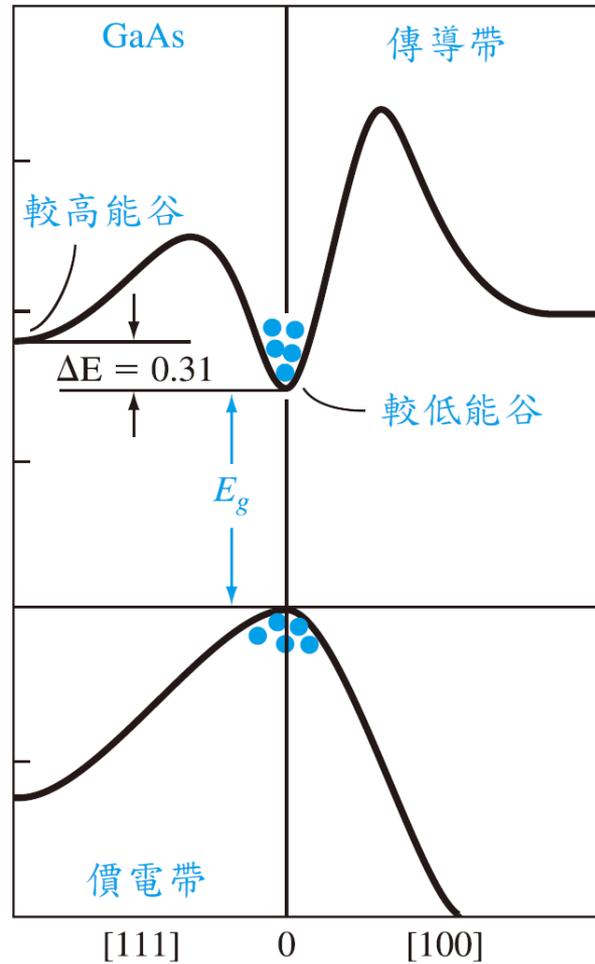
$$v_p = \frac{v_s}{\left[1 + \left(\frac{E_{op}}{E}\right)\right]}$$

# 速度飽和(續)

❖ 對小電場而言，遷移速度可簡化為

$$v_n \cong \left( \frac{E}{E_{on}} \right) \cdot v_s$$

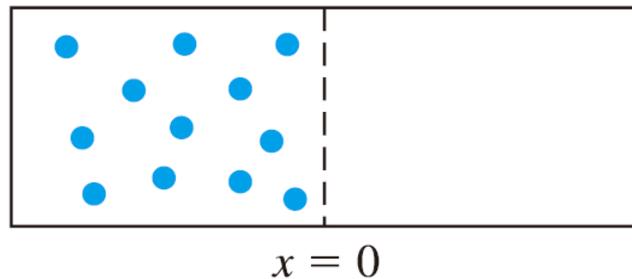
$$v_p \cong \left( \frac{E}{E_{op}} \right) \cdot v_s$$



■ 圖 5.8 砷化鎵的能帶結構圖顯示出傳導帶中較高的能谷與較低的能谷

## 5.2 載子擴散

- ❖ 粒子由高濃度的區域往低濃度區域流動的作用稱為擴散(diffusion)。
- ❖ 如果氣體分子帶有電荷，則電荷的淨移動會產生擴散電流(diffusion current)。



■ 圖 5.9 一容器被隔膜分隔，其中氣體分子在隔膜的一邊

# 擴散電流密度(續)

❖ 在 $x = 0$ 處，往 $+x$ 方向的淨電子流動速率 $F_n$ 為

$$F_n = \frac{1}{2}n(-l)v_{th} - \frac{1}{2}n(+l)v_{th} = \frac{1}{2}v_{th}[n(-l) - n(+l)]$$

❖ 電子濃度在 $x = 0$ 處展開成為一個泰勒級數，且僅保留前兩項，則

$$F_n = \frac{1}{2}v_{th} \left\{ \left[ n(0) - l \frac{dn}{dx} \right] - \left[ n(0) + l \frac{dn}{dx} \right] \right\}$$

由於每一個電子具有 $-e$ 的電荷量，則電流為

$$J = -eF_n = +ev_{th}l \frac{dn}{dx}$$

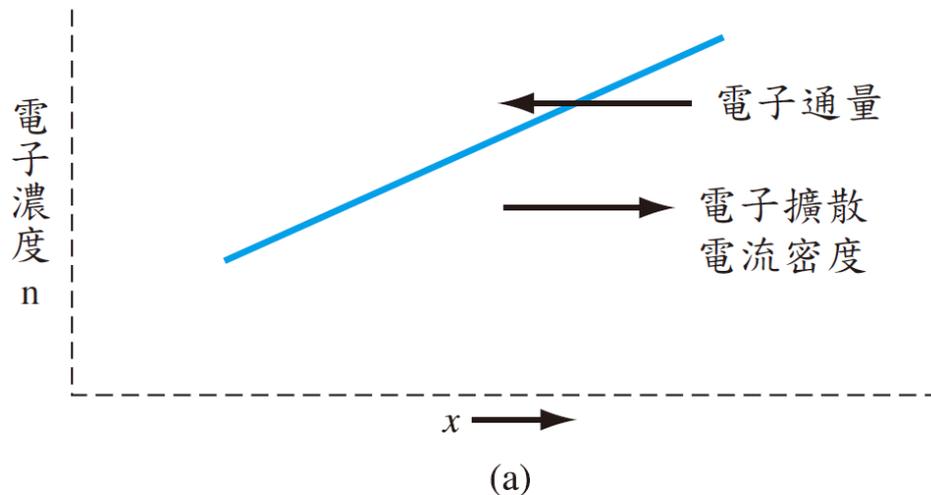
❖ 此為電子的擴散電流，與電子濃度梯度(gradient)成正比的關係。

# 擴散電流密度(續)

## ❖ 電子擴散電流密度

$$J_{nx|dif} = eD_n \frac{dn}{dx}$$

$D_n$  稱為電子擴散係數 (electron diffusion coefficient)，單位為  $\text{cm}^2/\text{s}$ ，且是一個正數。如果電子的濃度梯度為負值，則電子擴散電流密度的方向在  $-x$  方向上。

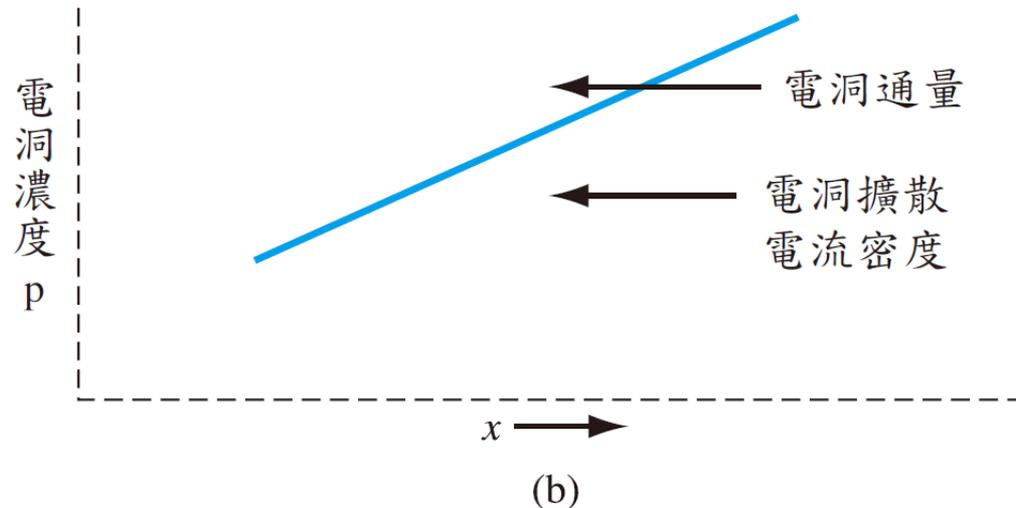


# 擴散電流密度(續)

- ❖ 電洞擴散電流密度與電洞濃度梯度及其電荷量成正比

$$J_{px|dif} = -eD_p \frac{dp}{dx}$$

其中 $D_p$ 為電洞擴散係數(hole diffusion coefficient)，單位為 $\text{cm}^2/\text{s}$ ，且是一個正數。若電洞的濃度梯度為負值，則電洞擴散電流密度的方向在 $+x$ 方向上。



# 例題 5.5

## ■ 題說

$T = 300 \text{ K}$  時，在一個 n 型砷化鎵半導體中，於  $0.10 \text{ cm}$  的範圍中，電子濃度由  $1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  線性改變為  $7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 。電子的擴散係數是  $D_n = 225 \text{ cm}^2/\text{s}$ ，計算擴散電流密度。

## ■ 解答

$$\begin{aligned} J_{n\text{dif}} &= eD_n \frac{dn}{dx} \approx eD_n \frac{\Delta n}{\Delta x} \\ &= (1.6 \times 10^{-19})(225) \left( \frac{1 \times 10^{18} - 7 \times 10^{17}}{0.10} \right) = 108 \text{ A/cm}^2 \end{aligned}$$

## 5.2.2 總電流密度

❖ 對一維空間而言，總電流密度為

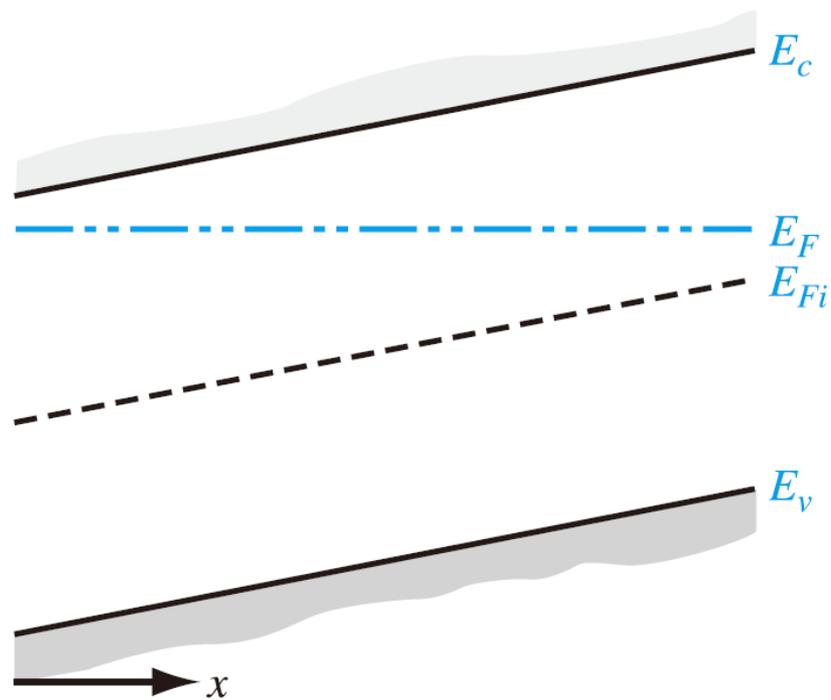
$$J = en\mu_n E_x + ep\mu_p E_x + eD_n \frac{dn}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx}$$

❖ 這個方程式可推廣至三維空間，則為

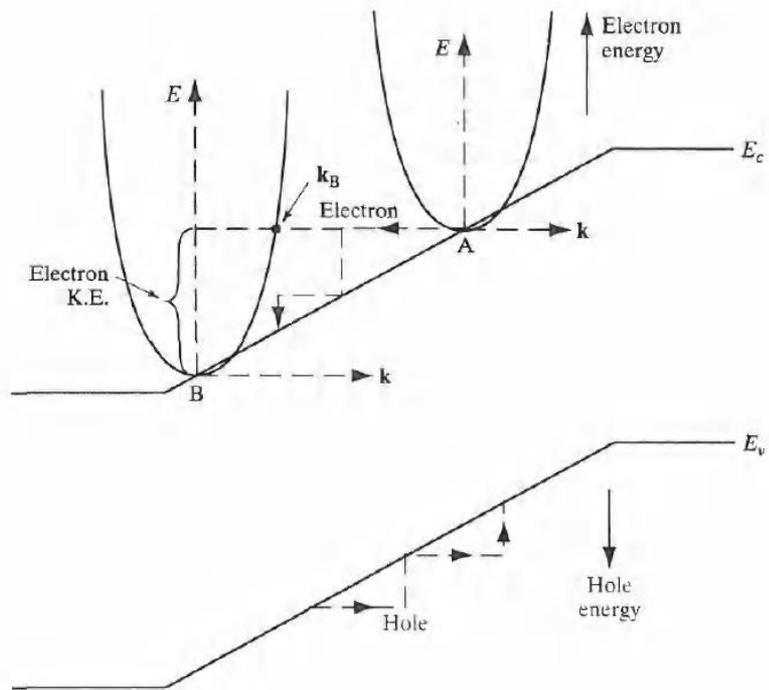
$$J = en\mu_n E + ep\mu_p E + eD_n \nabla n - eD_p \nabla p$$

# 5.3 漸變的雜質分布

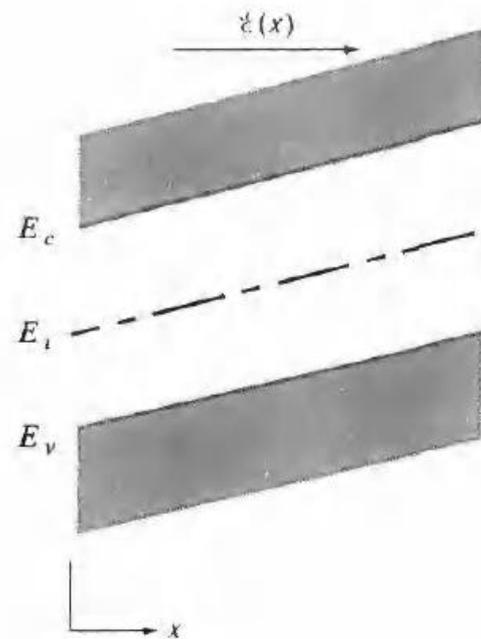
## ❖ 5.3.1 感應電場



■ 圖 5.12 摻雜不均勻施體濃度的半導體在熱平衡時的能帶圖



$$\mathcal{E}(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -\frac{d\left[\frac{E_i}{(-q)}\right]}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}$$



# 感應電場(續)

❖ 電位  $\phi$  與電子位能是由電子電荷( $-e$ ) 關聯起來的，  
可以寫成

$$\phi = +\frac{1}{e} (E_F - E_{Fi})$$

一維狀況下，電場為

$$E_x = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{e} \frac{dE_{Fi}}{dx}$$

# 感應電場(續)

- ❖ 準電中性(quasi-neutrality)的狀況(電子濃度幾乎等於施體雜質濃度)

$$n_0 = n_i \exp \left[ \frac{E_F - E_{Fi}}{kT} \right] \approx N_d(x)$$

求解 $E_F - E_{Fi}$ ，可得

$$E_F - E_{Fi} = kT \ln \left( \frac{N_d(x)}{n_i} \right)$$

- ❖ 在熱平衡下，費米能階為常數，則

$$-\frac{dE_{Fi}}{dx} = \frac{kT}{N_d(x)} \frac{dN_d(x)}{dx}$$

- ❖ 電場可寫成

$$E_x = - \left( \frac{kT}{e} \right) \frac{1}{N_d(x)} \frac{dN_d(x)}{dx}$$

## 5.3.2 愛因斯坦關係式

❖ 擴散係數與遷移率間的關係，稱為愛因斯坦關係式(Einstein relation)

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{e}$$

# 例題 5.7

## ■ 題說

$T = 300 \text{ K}$  時，假設一個載子的遷移率是  $1000 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ 。

## ■ 解答

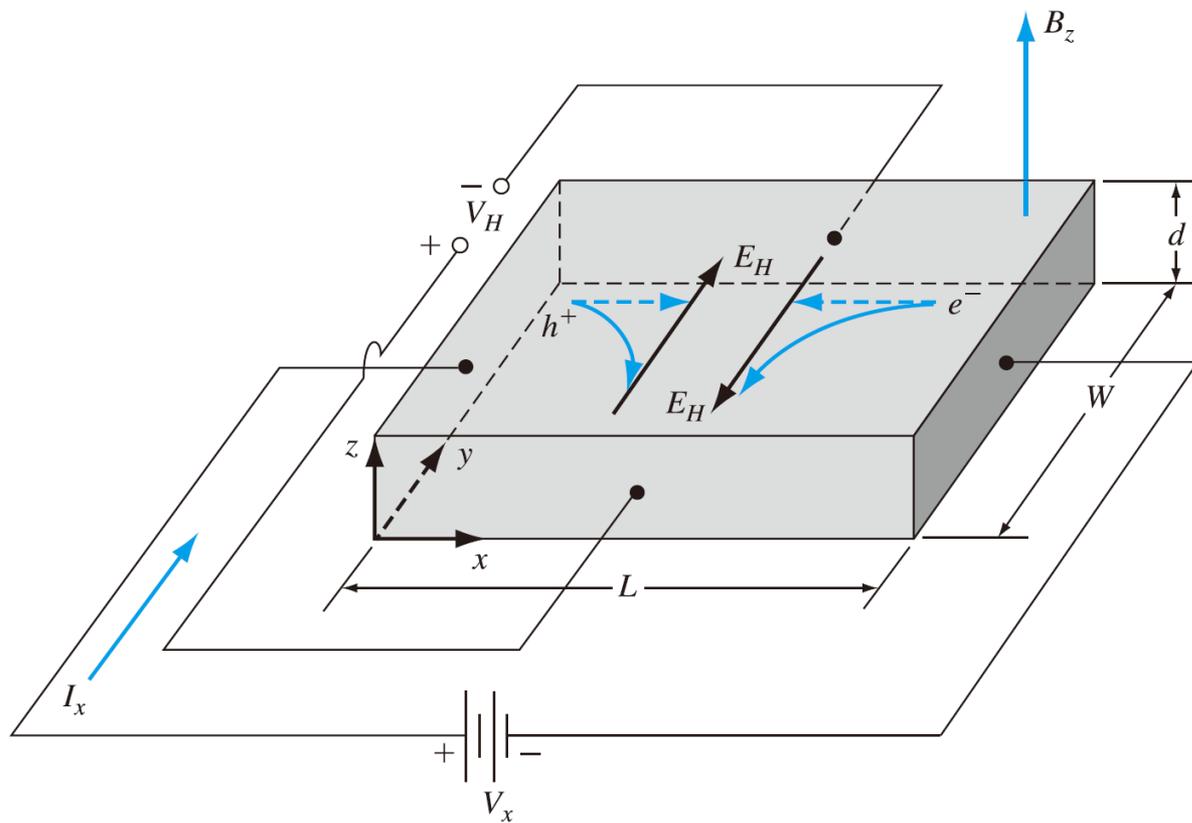
$$D = \left(\frac{kT}{e}\right)\mu = (0.0259)(1000) = 25.9 \text{ cm}^2/\text{s}$$

■ **表 5.2**  $T = 300 \text{ K}$  時，典型的遷移率與擴散係數值 ( $\mu = \text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  及  $D = \text{cm}^2/\text{s}$ )

	$\mu_n$	$D_n$	$\mu_p$	$D_p$
矽	1350	35	480	12.4
砷化鎵	8500	220	400	10.4
鍺	3900	101	1900	49.2

# 5.4 霍爾效應

❖ 霍爾效應(Hall effect)是電場與磁場作用於移動電荷時所產生的結果。



■ 圖 5.13 說明霍爾效應量測的幾何架構

# 霍爾效應(續)

❖  $q$  電荷的粒子在磁場中移動所受到的作用力為

$$F = qv \times B$$

❖ 穩定狀態時，磁場的作用力等於感應電場的作用力。此條件可寫成

$$F = q[E + v \times B] = 0$$

使得

$$qE_y = qv_x B_z$$

# 霍爾效應(續)

- ❖ 在y方向上的感應電場稱為霍爾電場(Hall field)。霍爾電場會產生一個跨於半導體上的電壓，並稱為霍爾電壓(Hall voltage)。可以寫成

$$V_H = +E_H W$$

此式中若 $E_H$ 為沿+y的方向則取正值，而 $V_H$ 若為如圖示的極性則為正的值。

- ❖ p型半導體中，電洞是多數載子，因此圖5.13中所定義的霍爾電壓為正的值。對n型半導體而言，電子為多數載子，因此圖5.13中所定義的霍爾電壓為負的值。可見，由霍爾電壓的極性即可以判定出外質半導體是n型或p型。

# 霍爾效應(續)

❖ 對一個p型半導體，電洞的漂移速度可寫成

$$v_{dx} = \frac{J_x}{ep} = \frac{I_x}{(ep)(Wd)}$$

$$V_H = \frac{I_x B_z}{epd}$$

求解電洞的濃度，可得

$$p = \frac{I_x B_z}{edV_H}$$

多數載子的濃度可由電流、磁場及霍爾電壓值決定出來。

# 霍爾效應(續)

❖ 對一個n型半導體，霍爾電壓為

$$V_H = -\frac{I_x B_z}{ned}$$

電子濃度為

$$n = -\frac{I_x B_z}{edV_H}$$

# 霍爾效應(續)

❖ 對p型半導體而言，其電流密度為

$$J_x = ep\mu_p E_x$$
$$\frac{I_x}{Wd} = \frac{ep\mu_p V_x}{L}$$

可得低電場的電洞遷移率為

$$\mu_p = \frac{I_x L}{epV_x Wd}$$

❖ 對n型半導體，低電場的電子遷移率為

$$\mu_n = \frac{I_x L}{enV_x Wd}$$

## 5.5 本章總結

- ◆ 兩種基本的傳輸機制，一個為外加電場所造成的漂移，另一個為濃度的梯度所造成的擴散。
- ◆ 由於散射效應，當一個外加電場存在時，載子會達到一個平均的漂移速度。在半導體中有兩種散射機制，其為晶格散射及雜質散射。
- ◆ 對弱的電場而言，平均漂移速度是外加電場的一個線性函數，但在強電場時，漂移速度會達到飽和極限值，其大小約為 $10^7$  cm/s。
- ◆ 載子的遷移率是平均漂移速度相對外加電場的比值。電子與電洞的遷移率是溫度及游離雜質濃度的一個函數。

# 本章總結(續)

- ◆ 漂移電流密度是電導率及電場的乘積(歐姆定律的另一種型式)。電導率是載子濃度及遷移率的一個函數，且電阻率反比於電導率。
- ◆ 擴散電流密度正比於載子擴散係數及載子濃度梯度。
- ◆ 擴散係數與遷移率可由愛因斯坦關係式相連結。
- ◆ 霍爾效應乃是一個電荷載子在垂直的電場與磁場之中產生的結果。電荷載子移動路徑會偏向，而感應出一個霍爾電壓。霍爾電壓的極性由半導體的導電型式(即n型或p型)決定。由霍爾電壓值，可得到多數載子的濃度與遷移率。















A decorative graphic at the top of the slide features a close-up, slightly blurred view of a white computer keyboard. To the right of the keyboard, there are five solid-colored circles in shades of orange and purple, arranged in a cluster. A thick orange horizontal bar spans the width of the slide, separating the top graphic from the main text.

## Chapter 6

# 非平衡態半導體的過量載子

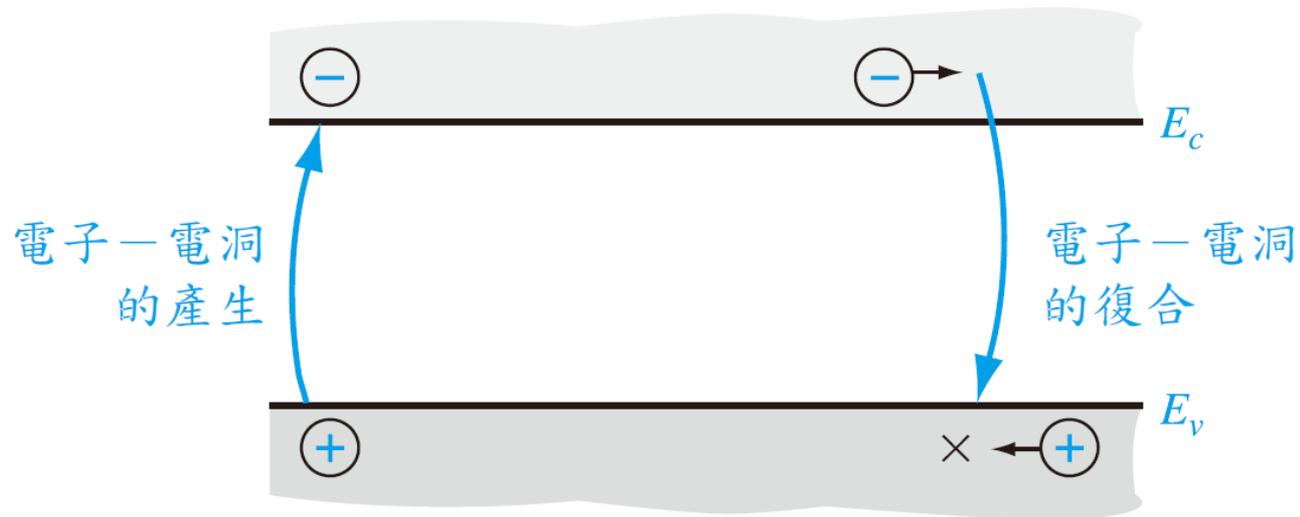
# 本章預定討論內容

- 描述半導體中過量載子的產生及復合的過程。
- 定義過量載子的產生速率及復合速率，並定義過量載子的生命期。
- 討論何以過量電子及過量電洞並不獨立地分別移動。過量載子的移動形式稱為雙極性傳輸(ambipolar transport)，及推導出雙極性傳輸的關係式。
- 應用雙極性傳輸方程式於各種情況以求得過量載子在時間上及空間上的表現關係。

# 本章預定討論內容(續)

- 定義準費米能階。
- 分析半導體中的缺陷對過量載子生命期的影響效應。
- 分析半導體表面的缺陷對過量載子濃度的影響效應。

# 6.1 載子的產生與復合



■ 圖 6.1 電子-電洞的產生與復合

# 平衡態的半導體(續)

- ❖ 令 $G_{n0}$ 與 $G_{p0}$ 分別代表電子與電洞的熱產生速率，其單位為 $\#/cm^3\cdot s$ 。對直接的能帶至能帶的產生而言，電子與電洞是成對產生的

$$G_{n0} = G_{p0}$$

- ❖ 令 $R_{n0}$ 與 $R_{p0}$ 分別代表電子與電洞的熱復合速率，其單位為 $\#/cm^3\cdot s$ 。對直接的能帶至能帶的復合而言，電子與電洞是成對復合的

$$R_{n0} = R_{p0}$$

- ❖ 在熱平衡狀態，電子與電洞的濃度並不會隨時間而改變，因此產生速率與復合速率必須相等

$$G_{n0} = G_{p0} = R_{n0} = R_{p0}$$

# 6.1.2 過量載子的產生與復合

■ 表 6.1 本章使用的相關符號

符號	定義
$n_0, p_0$	熱平衡時電子及電洞濃度 (不隨時間而變，通常也不會因位置而變)
$n, p$	電子及電洞的總濃度 (可能會隨時間或位置而變)
$\delta n = n - n_0$ $\delta p = p - p_0$	過量電子及過量電洞的濃度 (可能會隨時間或位置而變)
$g'_n, g'_p$	過量電子及過量電洞的產生速率
$R'_n, R'_p$	過量電子及過量電洞的復合速率
$\tau_{n0}, \tau_{p0}$	過量電子及過量電洞的生命期

# 過量載子的產生與復合(續)

- ❖ 當有受到諸如高能量入射光子的激勵時，價電帶上的電子可能被激發到傳導帶上。此時，不但會在傳導帶上產生電子，亦會在價電帶上產生電洞，所以會產生電子—電洞對(electron-hole pair)。所產生的額外的電子與電洞稱為**過量電子**(excess electrons)與**過量電洞**(excess holes)。
- ❖ 令  $g'_n$  為過量電子的產生速率，而  $g'_p$  為過量電洞的產生速率。產生速率的單位是  $\#/cm^3\cdot s$ 。

# 過量載子的產生與復合(續)

❖ 對直接的能帶至能帶的產生而言，過量的電子與電洞也是成對產生的，故

$$g'_n = g'_p$$

當過量的電子與電洞產生時，傳導帶上的電子濃度以及價電帶上的電洞濃度都會增加，並且超過它們的熱平衡時的濃度值。所以

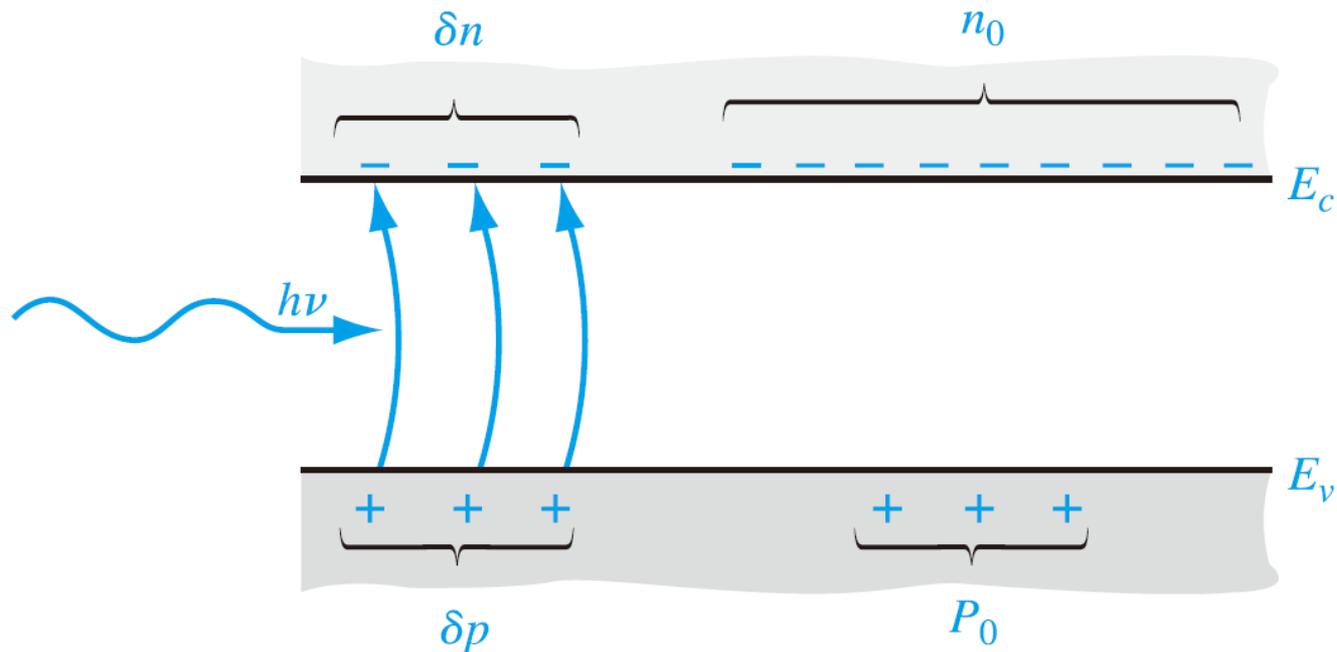
和 
$$n = n_0 + \delta n$$

$$p = p_0 + \delta p$$

其中  $n_0$  與  $p_0$  為熱平衡時的電子與電洞濃度，而  $\delta n$  與  $\delta p$  是過量電子與過量電洞的濃度。

# 過量載子的產生與復合(續)

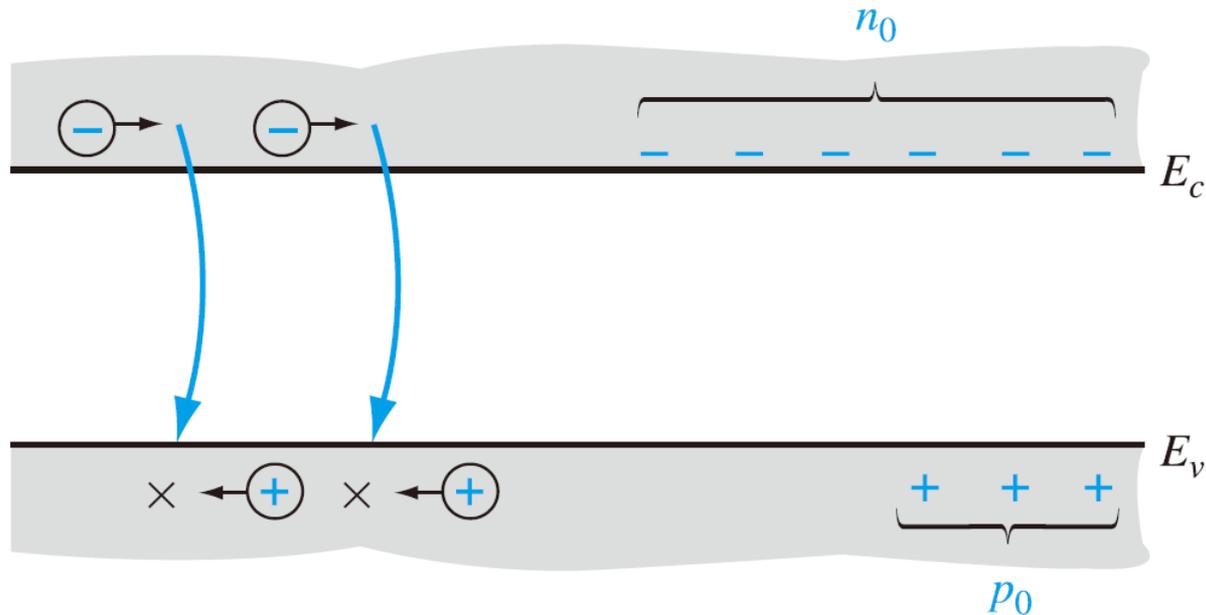
❖ 在非平衡狀況時， $np \neq n_0p_0 = n_i^2$ 。



■ 圖 6.2 光子產生過量的電子與電洞濃度

# 過量載子的產生與復合(續)

- ❖ 在穩定態(steady-state)時，過量電子與過量電洞的產生，並沒有造成載子濃度的持續升高。



■ 圖 6.3 過量載子復合以重新建立新的熱平衡

# 過量載子的產生與復合(續)

- ❖ 過量電子的復合速率為  $R_n'$ ，而過量電洞的復合速率為  $R_p'$ ，這兩個參數的單位都是  $\#/cm^3\cdot s$ 。過量電子與過量電洞是成對復合的，所以這兩個復合速率必須相等。因此

$$R_n' = R_p'$$

# 過量載子的產生與復合(續)

❖ 電子濃度的淨改變率可以寫成

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha_r [n_i^2 - n(t)p(t)]$$

其中

$$n(t) = n_0 + \delta n(t)$$

及

$$p(t) = p_0 + \delta p(t)$$

# 過量載子的產生與復合(續)

❖ 熱平衡參數 $n_0$ 與 $p_0$ 是與時間無關的，

$$\begin{aligned}\frac{d(\delta n(t))}{dt} &= \alpha_r [n_i^2 - (n_0 + \delta n(t))(p_0 + \delta p(t))] \\ &= -\alpha_r \delta n(t) [(n_0 + p_0) + \delta n(t)]\end{aligned}$$

❖ 低階注入是指過量載子濃度甚小於熱平衡時的多數載子濃度。相反的，高階注入則是指過量載子的濃度相當於或大於熱平衡的多數載子濃度。

# 過量載子的產生與復合(續)

❖ 考慮一個p型材料( $p_0 \gg n_0$ )在低階注入( $\delta n(t) \ll p_0$ )狀況時，

$$\frac{d(\delta n(t))}{dt} = -\alpha_r p_0 \delta n(t)$$

對此一方程式求解，可得到有一個起始值並以指數型式衰減的過量載子濃度，即

$$\delta n(t) = \delta n(0)e^{-\alpha_r p_0 t} = \delta n(0)e^{-t/\tau_{n0}}$$

其中  $\tau_{n0} = (\alpha_r p_0)^{-1}$ ，且對低階注入狀況而言，其為一個固定的常數。通常被稱為過量少數載子的生命期(excess minority carrier lifetime)。

# 過量載子的產生與復合(續)

## ❖ 過量少數載子的復合速率

$$R'_n = \frac{-d(\delta n(t))}{dt} = +\alpha_r p_0 \delta n(t) = \frac{\delta n(t)}{\tau_{n0}}$$

對於直接的能帶至能帶的復合而言，過量的多數載子電洞會以相同的速率來復合，所以對p型的材料而言，

$$R'_n = R'_p = \frac{\delta n(t)}{\tau_{n0}}$$

# 過量載子的產生與復合(續)

- ❖ 在n型的材料( $n_0 \gg p_0$ )中，在低階注入( $\delta_n(t) \ll n_0$ )條件下，少數載子電洞是以時間常數  $\tau_{p0} = (\alpha_r n_0)^{-1}$  而衰減的，其中  $\tau_{p0}$  也被稱為過量少數載子的生命期。多數載子—電子的復合速率與少數載子—電洞的復合速率相同，故

$$R'_n = R'_p = \frac{\delta n(t)}{\tau_{p0}}$$

# 例題 6.1

## ■ 題說

設有過量載子在半導體中均勻的產生出來，而為  $\delta n(0) = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。若產生過量載子的激發源在  $t = 0$  被關閉，而此過量載子的生命期為  $\tau_{n0} = 10^{-6} \text{ s}$ 。求在  $t > 0$  時，過量載子濃度  $\delta n(t)$  隨時間變化的關係。

## ■ 解答

$$\delta n(t) = \delta n(0)e^{-t/\tau_{n0}} = 10^{15} e^{-t/10^{-6}} \text{ cm}^{-3}$$

例如，於  $t = 0$  時，  $\delta n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

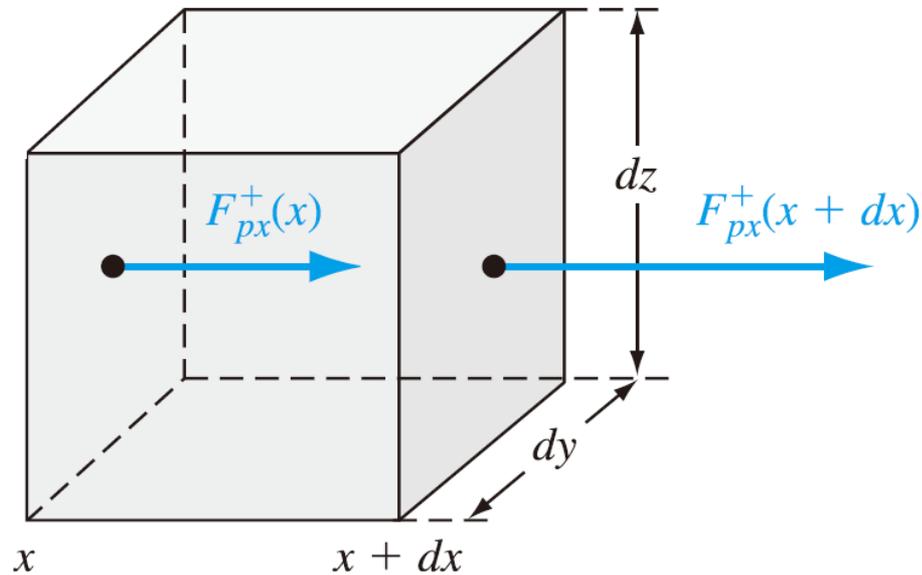
於  $t = 1 \mu\text{s}$  時，  $\delta n = 10^{15} e^{-1/1} = 3.68 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

於  $t = 4 \mu\text{s}$  時，  $\delta n = 10^{15} e^{-4/1} = 1.83 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

於  $t = 10 \mu\text{s}$  時，  $\delta n = 10^{15} e^{-10/1} = 4.54 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

# 6.2 過量載子的特性

## ❖ 6.2.1 連續方程式



■ 圖 6.4 微單元體顯示有  $x$  軸向的電洞粒子通量

## 6.2.1 連續方程式

- ❖ 參數  $F_{px}^+$  是電洞粒子的通量，其單位為電洞數/cm<sup>2</sup>-s。圖所示的粒子流通密度的x方向分量可以寫成

$$F_{px}^+(x + dx) = F_{px}^+(x) + \frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} \cdot dx$$

- ❖ 在微單元體中，電洞通量的x方向分量所造成電洞數量變化的時變率為

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = [F_{px}^+(x) - F_{px}^+(x + dx)] dy dz = -\frac{\partial F_{px}^+}{\partial x} dx dy dz$$

# 連續方程式(續)

- ❖ 電洞的產生速率與復合速率都會影響微單元體中的電洞濃度。則單位時間內在微單元體中電洞數的淨增加量為

$$\frac{\partial p}{\partial t} dx dy dz = -\frac{\partial F_p^+}{\partial x} dx dy dz + g_p dx dy dz - \frac{p}{\tau_{pt}} dx dy dz$$

其中p是電洞的濃度。

- ❖ 每單位時間內電洞濃度的淨增加量為

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial F_p^+}{\partial x} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}}$$

此為電洞的連續方程式(continuity equation)。

# 連續方程式(續)

❖ 類似的，電子的連續方程式為

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial F_n^-}{\partial x} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}$$

其中  $F_n^-$  是電子粒子的通量，單位為電子數/cm<sup>2</sup>-s。

## 6.2.2 時變的擴散方程式

❖ 在一維空間中，電洞與電子的電流密度為

$$J_p = e\mu_p pE - eD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$J_n = e\mu_n nE + eD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

❖ 各個粒子的通量為

$$\frac{J_p}{(+e)} = F_p^+ = \mu_p pE - D_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{J_n}{(-e)} = F_n^- = -\mu_n nE - D_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

# 時變的擴散方程式(續)

$$\begin{aligned}\diamond \quad \frac{\partial p}{\partial t} &= -\mu_p \frac{\partial(pE)}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= +\mu_n \frac{\partial(nE)}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}}\end{aligned}$$

將一個乘積的微分展開成

$$\frac{\partial(pE)}{\partial x} = E \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x}$$

# 時變的擴散方程式(續)

## ❖ 電洞的時變擴散方程式

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \left( E \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial p}{\partial t}$$

## 電子的時變擴散方程式

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \left( E \frac{\partial n}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial n}{\partial t}$$

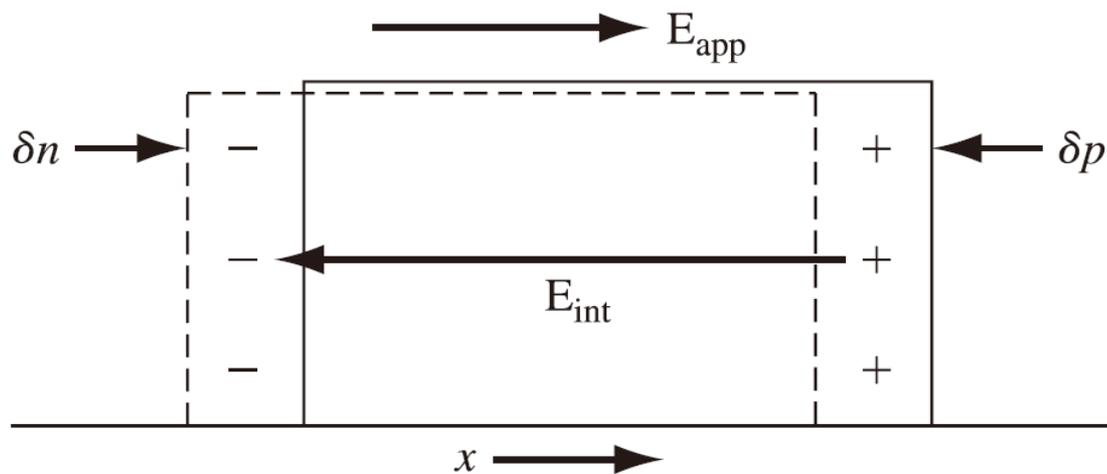
# 時變的擴散方程式(續)

❖ 對一個均質(homogeneous)的半導體， $n_0$ 與 $p_0$ 不隨著空間座標而改變。電洞及電子的時變擴散方程式可寫成

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p \left( E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_p - \frac{p}{\tau_{pt}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \left( E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g_n - \frac{n}{\tau_{nt}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

## 6.3 雙極性傳輸



■ 圖 6.5 電子與電洞受外加電場作用而傾向分離，因而產生內部電場

# 雙極性傳輸方程式的推導

$$g_n = g_p \equiv g$$

$$R_n = \frac{n}{\tau_{nt}} = R_p = \frac{p}{\tau_{pt}} \equiv R$$

$$D_p \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} - \mu_p \left( E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + p \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n \left( E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + n \frac{\partial E}{\partial x} \right) + g - R = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} & (\mu_n n D_p + \mu_p p D_n) \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + (\mu_n \mu_p)(p - n) E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} \\ & + (\mu_n n + \mu_p p)(g - R) = (\mu_n n + \mu_p p) \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} \end{aligned}$$

# 雙極性傳輸方程式的推導(續)

$$D' \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu' E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g - R = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$D' = \frac{\mu_n n D_p + \mu_p p D_n}{\mu_n n + \mu_p p}$$

$$\mu' = \frac{\mu_n \mu_p (p - n)}{\mu_n n + \mu_p p}$$

第一式稱為**雙極性傳輸方程式**(ambipolar transport equation)，描述過量電子與電洞在時間與空間上的行為。參數 **$D'$** 稱為**雙極性擴散係數**(ambipolar diffusion coefficient)，而 **$\mu'$** 稱為**雙極性遷移率**(ambipolar mobility)。

# 雙極性傳輸方程式的推導(續)

## ❖ 愛因斯坦關係式

$$\frac{\mu_n}{D_n} = \frac{\mu_p}{D_p} = \frac{e}{kT}$$

雙極性擴散係數可寫成

$$D' = \frac{D_n D_p (n + p)}{D_n n + D_p p}$$

## 6.3.2 外質摻雜與低階注入的限制

❖ 雙極性擴散係數可寫成

$$D' = \frac{D_n D_p [(n_0 + \delta n) + (p_0 + \delta n)]}{D_n (n_0 + \delta n) + D_p (p_0 + \delta n)}$$

其中， $n_0$ 與 $p_0$ 分別是熱平衡時電子與電洞的濃度，而 $\delta n$ 是過量載子的濃度。

# 外質摻雜與低階注入的限制(續)

- ❖ 設  $n_0 \ll p_0$  與  $\delta n \ll p_0$  恆成立，且假設  $D_n$  與  $D_p$  為同一數量級，則雙極性擴散係數可簡化為

$$D' = D_n$$

- ❖ 若我們將外質 p 型半導體與低階注入條件應用於雙極性遷移率，則雙極性遷移率可簡化為

$$\mu' = \mu_n$$

- ❖ 對低階注入的外質 p 型半導體而言，其雙極性擴散係數與雙極性遷移率都會簡化成少數載子(電子)的參數值，且這些參數值都是固定的常數。

# 外質摻雜與低階注入的限制(續)

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

# 6.3.3 雙極性傳輸方程式的應用

■ 表 6.2 雙極性傳輸方程式中常用的簡化

簡化的條件	效應
穩定態	$\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\delta p)}{\partial t} = 0$
均勻的過量載子分布 (空間上，均勻的過量載子產生速率)	$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0, \quad D_p \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0$
零電場	$E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} = 0, \quad E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} = 0$
無過量載子的產生	$g' = 0$
無過量載子的復合 (無限久)	$\frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0, \quad \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = 0$

# 例題 6.2

## ■ 題說

考慮一個無限大且均勻的 n 型半導體，無外加電場。假設在  $t = 0$  時，有濃度均勻的過量載子存在晶體中，但在  $t > 0$  時， $g' = 0$ 。假設過量載子濃度遠小於熱平衡時的電子濃度，即低階注入條件成立。求在  $t \geq 0$  時，過量載子濃度隨時間變化的函數關係。

## ■ 解答

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

$$\frac{d(\delta p)}{dt} = -\frac{\delta p}{\tau_{p0}}$$

$$\delta p(t) = \delta p(0)e^{-t/\tau_{p0}}$$

$$\delta n(t) = \delta p(t) = \delta p(0)e^{-t/\tau_{p0}}$$

# 例題 6.3

## ■ 題說

考慮一個無限大且均勻的 n 型半導體，無外加電場。在  $t < 0$  時，半導體處於熱平衡態，但在  $t \geq 0$  時，有均勻的產生速率存在。假設低階注入條件成立，計算出在  $t \geq 0$  時，其過量載子濃度隨時間變化的關係式。

## ■ 解答

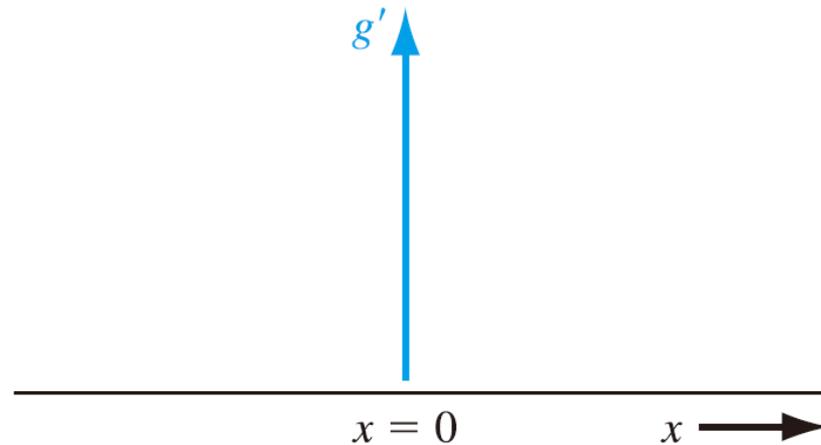
$$g' - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{d(\delta p)}{dt}$$

$$\delta p(t) = g' \tau_{p0} (1 - e^{-t/\tau_{p0}})$$

# 例題 6.4

## ■ 題說

在無外加電場的情況下，考慮無限大且均勻的 p 型半導體。對一維的晶體而言，假設過量載子是在  $x = 0$  處產生，如圖 6.6 所示，在  $x = 0$  處產生的過量載子會往  $+x$  與  $-x$  方向擴散。求解在穩定態時的過量載子濃度隨  $x$  變化的函數關係。



■ 圖 6.6 在  $x = 0$  處的穩定態產生速率

# 例題 6.4

## ■ 解答

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$D_n \frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0$$

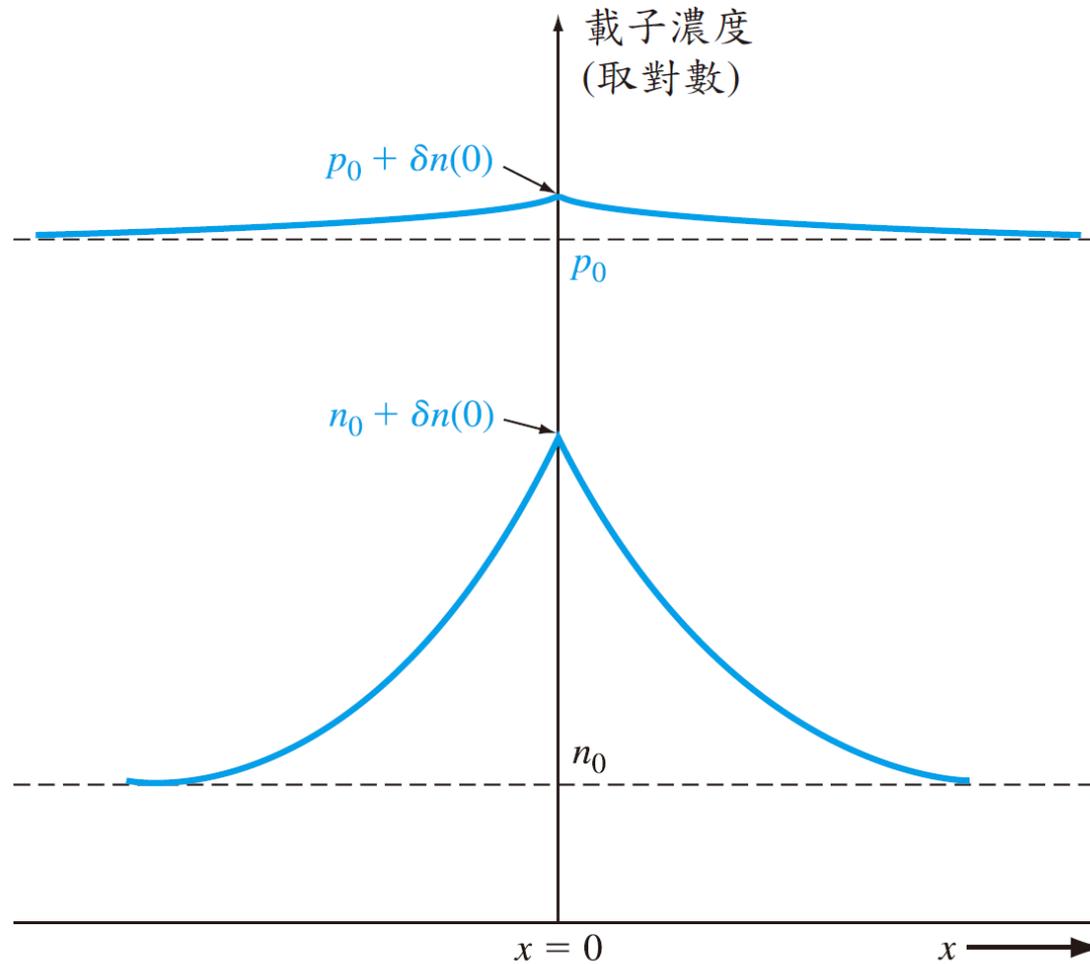
$$\frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{D_n \tau_{n0}} = \frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{L_n^2} = 0$$

$$\delta n(x) = Ae^{-x/L_n} + Be^{x/L_n}$$

$$\delta n(x) = \delta n(0)e^{-x/L_n} \quad x \geq 0$$

$$\delta n(x) = \delta n(0)e^{+x/L_n} \quad x \leq 0$$

# 雙極性傳輸方程式的應用(續)



■ 圖 6.7  $x = 0$  處有穩定過量電子與過量電洞的產生，而形成的穩態電子與電洞濃度分布

# 例題 6.5

## ■ 題說

設某 n 型半導體具有 +x 方向的固定電場  $E_0$ 。若在時間  $t = 0$  及  $x = 0$  處有電子-電洞對瞬間產生出來，且假設  $t > 0$  時  $g' = 0$ 。計算過量載子濃度隨  $x$  及  $t$  變化的函數關係。

## ■ 解答

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E_0 \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} - \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

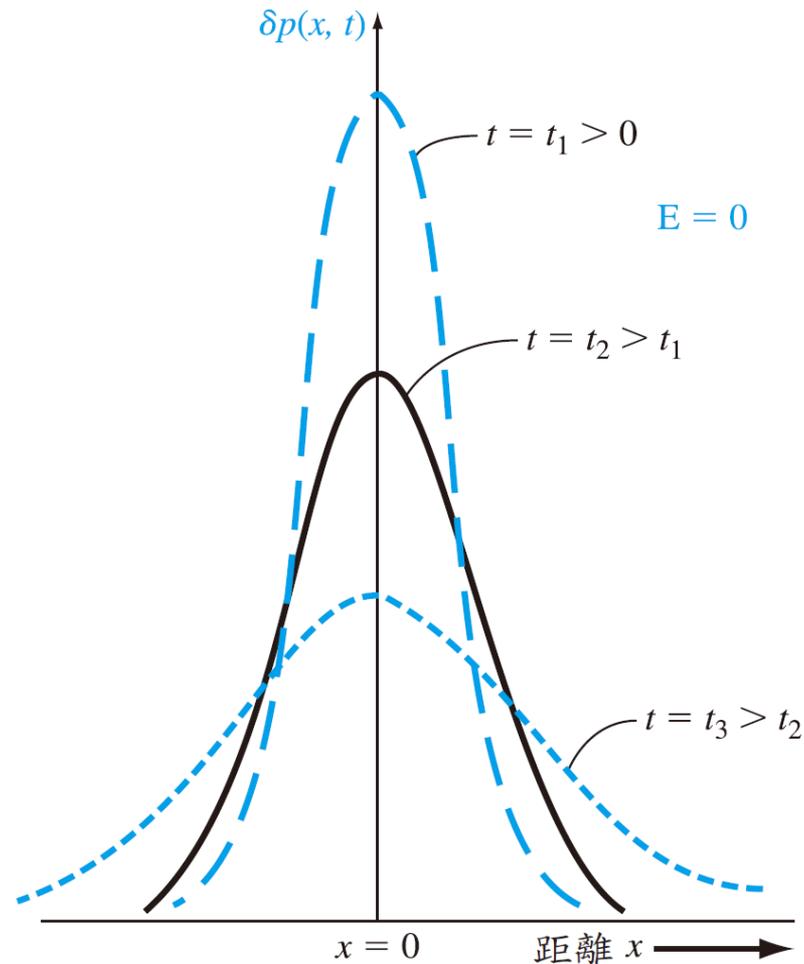
$$\delta p(x, t) = p'(x, t)e^{-t/\tau_{p0}}$$

$$D_p \frac{\partial^2 p'(x, t)}{\partial x^2} - \mu_p E_0 \frac{\partial p'(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial p'(x, t)}{\partial t}$$

$$p'(x, t) = \frac{1}{(4\pi D_p t)^{1/2}} \exp\left[\frac{-(x - \mu_p E_0 t)^2}{4D_p t}\right]$$

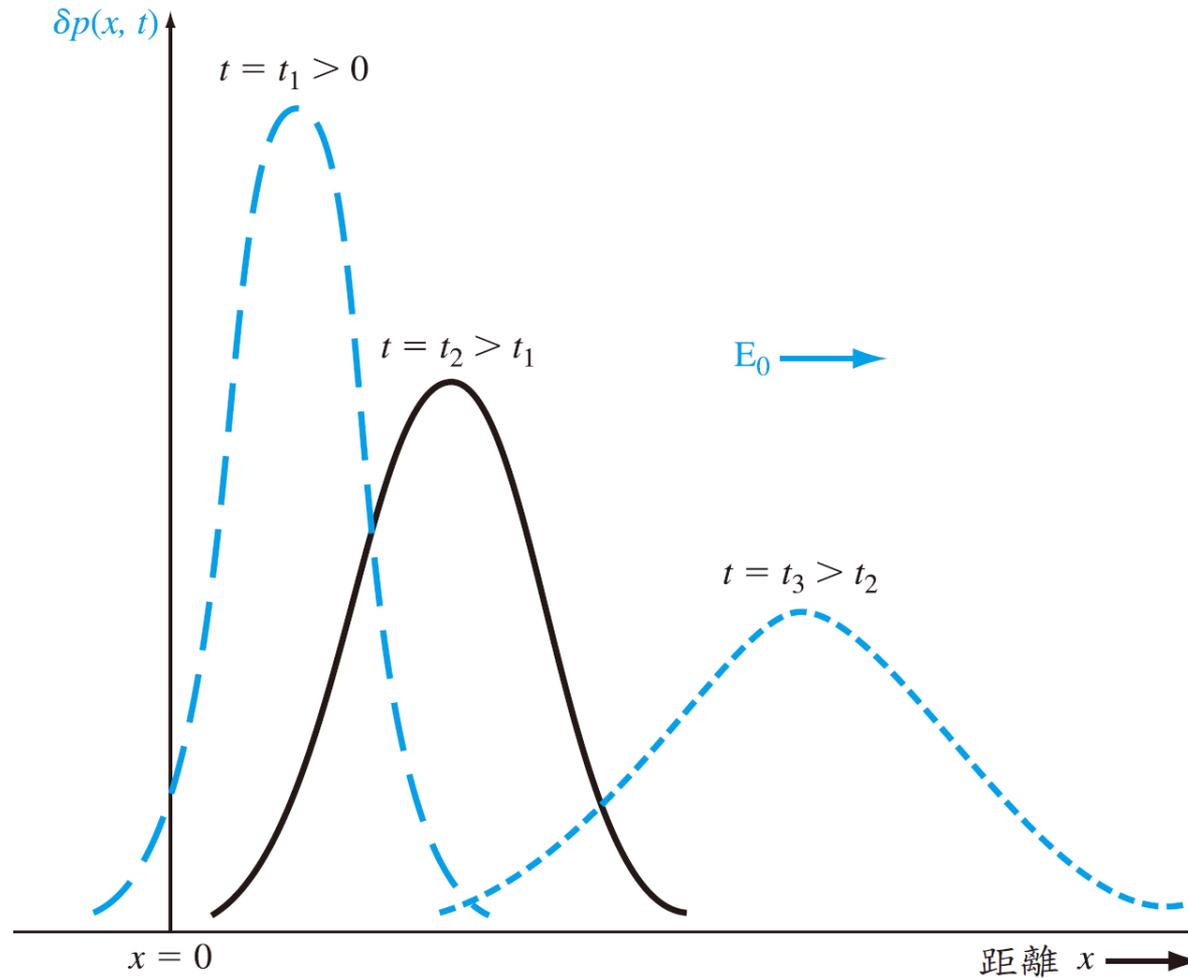
$$\delta p(x, t) = \frac{e^{-t/\tau_{p0}}}{(4\pi D_p t)^{1/2}} \exp\left[\frac{-(x - \mu_p E_0 t)^2}{4D_p t}\right]$$

# 雙極性傳輸方程式的應用(續)



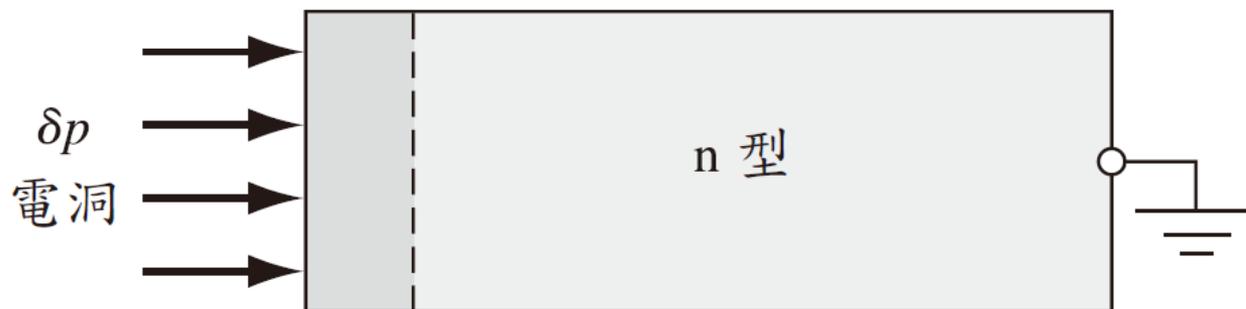
■ 圖 6.8 無外加電場時，不同時間的過量電洞濃度與距離間的關係圖

# 雙極性傳輸方程式的應用(續)



■ 圖 6.9 固定外加電場下，不同時間的過量電洞濃度與距離間的關係圖

## 6.3.4 介電鬆弛時間常數



■ 圖 6.10 均勻的電洞濃度被注入到 n 型半導體的表面一小區域

# 介電鬆弛時間常數(續)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\sigma \rho}{\epsilon}$$

$$\frac{\sigma \rho}{\epsilon} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{d\rho}{dt}$$

# 介電鬆弛時間常數(續)

$$\frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{\sigma}{\epsilon}\right)\rho = 0$$

$$\rho(t) = \rho(0)e^{-(t/\tau_d)}$$

$$\tau_d = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

# 例題 6.6

## ■ 題說

考慮一個 n 型矽半導體，其具有  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  的施體摻雜濃度。

## ■ 解答

$$\sigma \approx e\mu_n N_d = (1.6 \times 10^{-19})(1200)(10^{16}) = 1.92 (\Omega\text{-cm})^{-1}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = (11.7)(8.85 \times 10^{-14}) \text{ F/cm}$$

$$\tau_d = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})}{1.92} = 5.39 \times 10^{-13} \text{ s}$$

$$\tau_d = 0.539 \text{ ps}$$

## 6.3.5 海尼斯－蕭克萊實驗

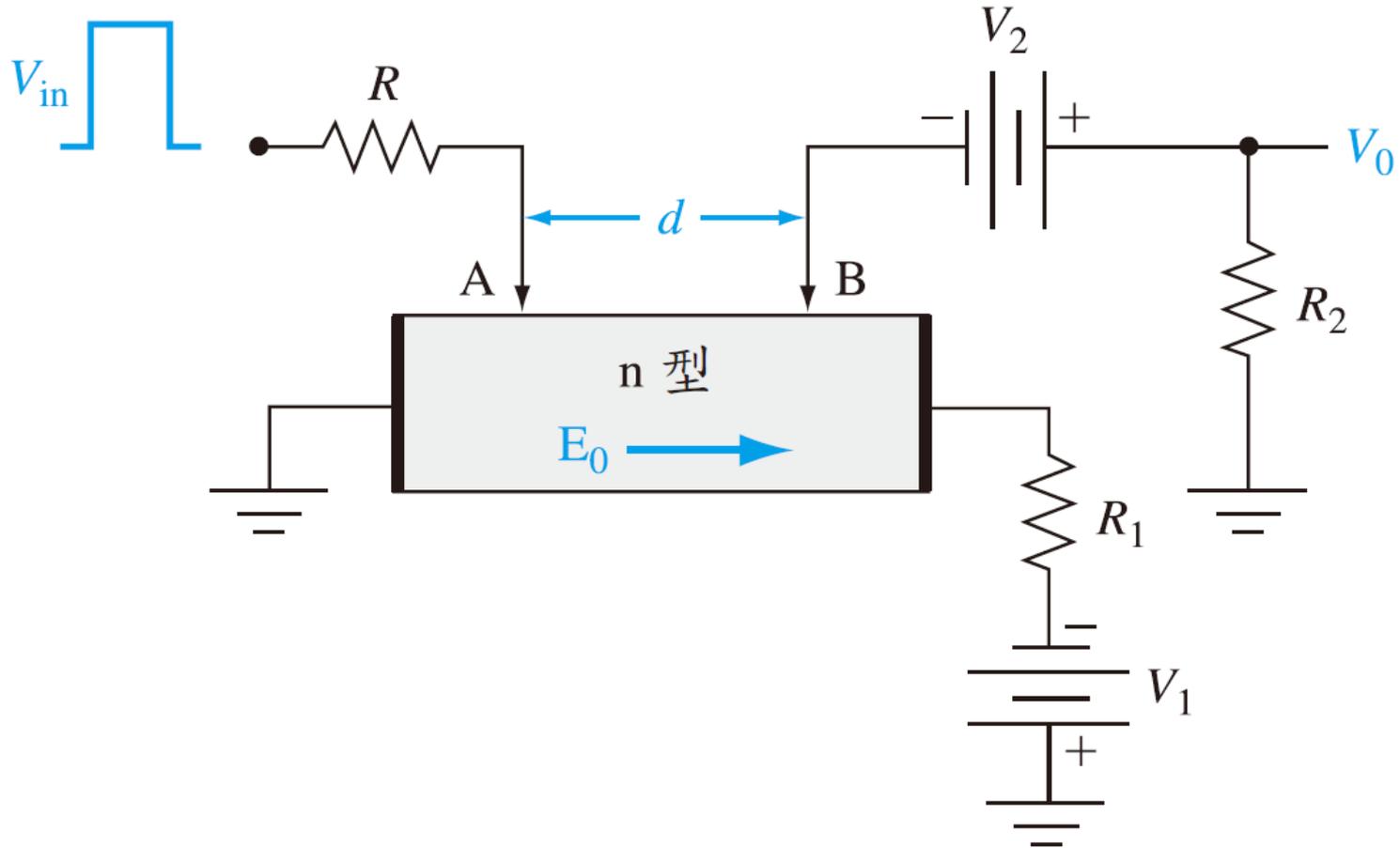
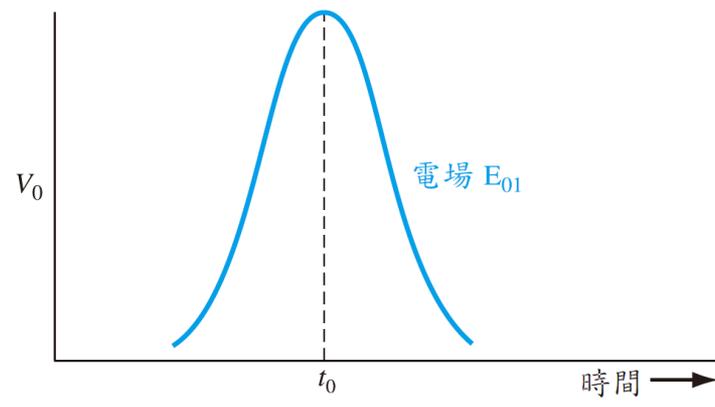


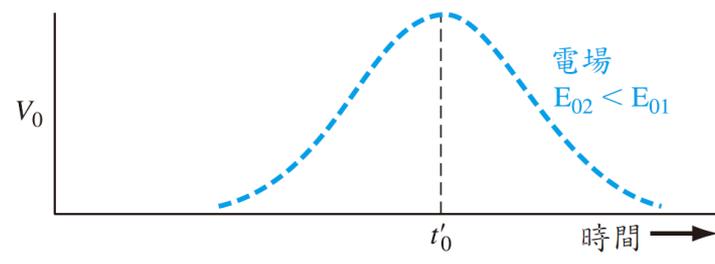
圖 6.11 海尼斯－蕭克萊實驗的基本架構



(a)



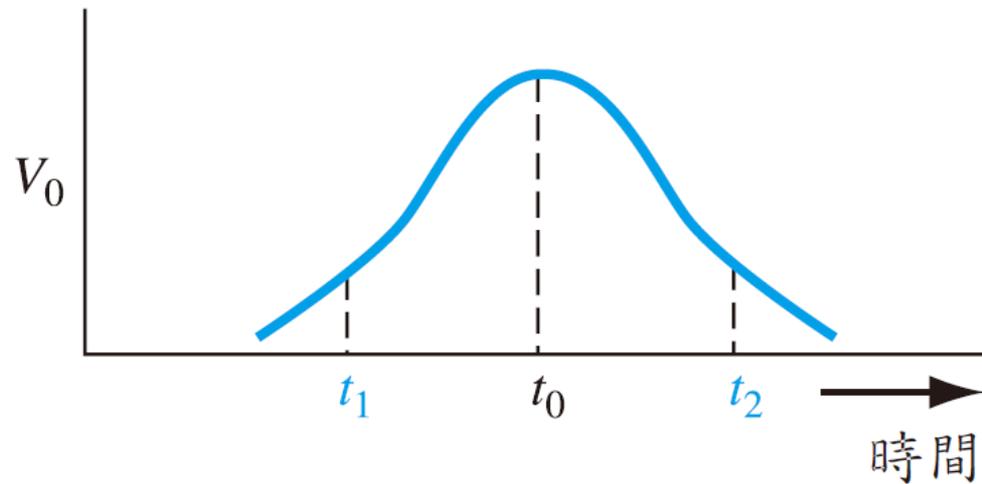
(b)



(c)

■ 圖 6.12 (a) 在  $t = 0$  時，接點 A 處的理想化過量載子脈波隨時間變化的關係；(b) 有外加電場時，端點 B 處的過量載子脈波隨時間變化的關係；(c) 在較小電場下，端點 B 的過量載子脈波隨時間變化的關係

# 海尼斯—蕭克萊實驗(續)



■ 圖 6.13 輸出過量載子脈波對時間圖，用以決定過量擴散係數

# 海尼斯－蕭克萊實驗(續)

$$(d - \mu_p E_0 t)^2 = 4D_p t$$

$$D_p = \frac{(\mu_p E_0)^2 (\Delta t)^2}{16t_0}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$S = K \exp\left(\frac{-t_0}{\tau_{p0}}\right) = K \exp\left(\frac{-d}{\mu_p E_0 \tau_{p0}}\right)$$

## 6.4 準費米能階

❖ 熱平衡時，電子與電洞濃度都是費米能階的函數，而分別為

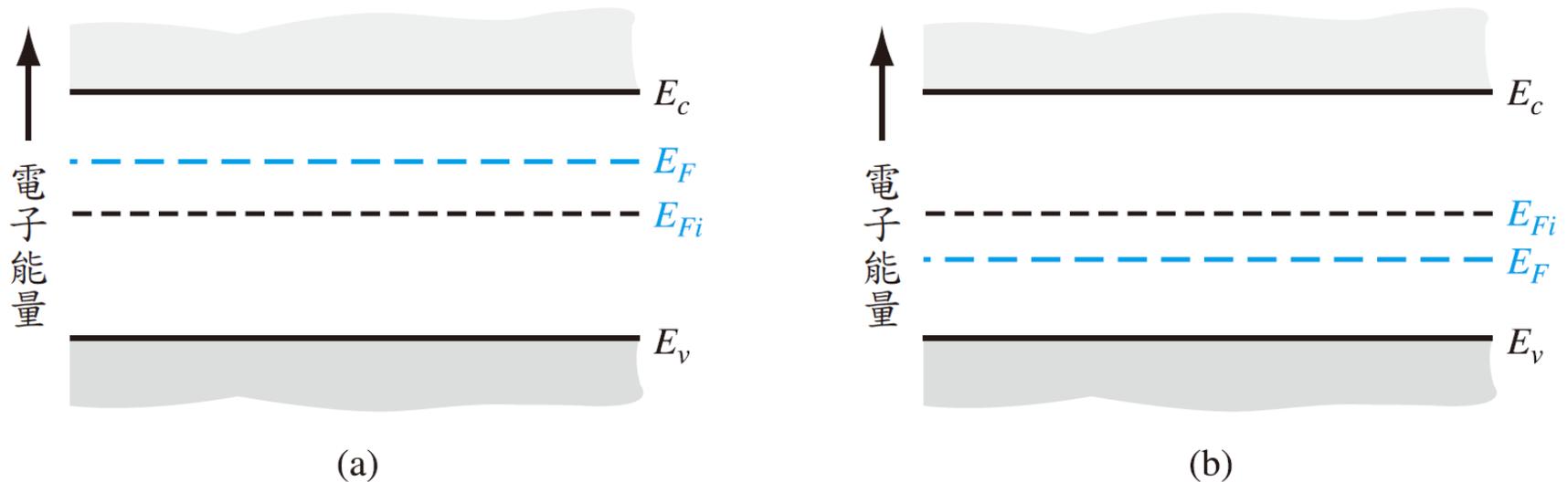
$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

與

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

其中， $E_F$ 與 $E_{Fi}$ 分別是費米能階與本質的費米能階， $n_i$ 是本質載子的濃度。

# 準費米能階(續)



■ 圖 6.14 (a) n 型半導體；及 (b) p 型半導體的熱平衡能帶圖

# 準費米能階(續)

❖ 若  $\delta n$  與  $\delta p$  分別是過量電子的濃度及過量電洞的濃度，則我們可寫出

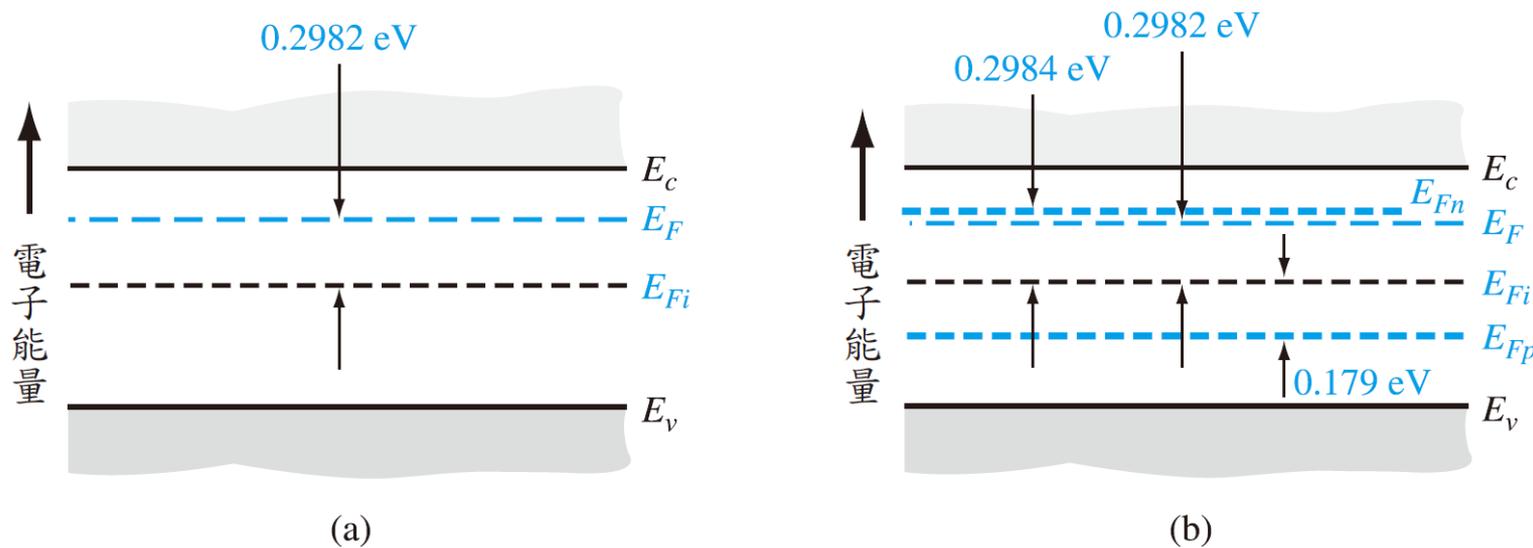
$$n_0 + \delta n = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT}\right)$$

與

$$p_0 + \delta p = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT}\right)$$

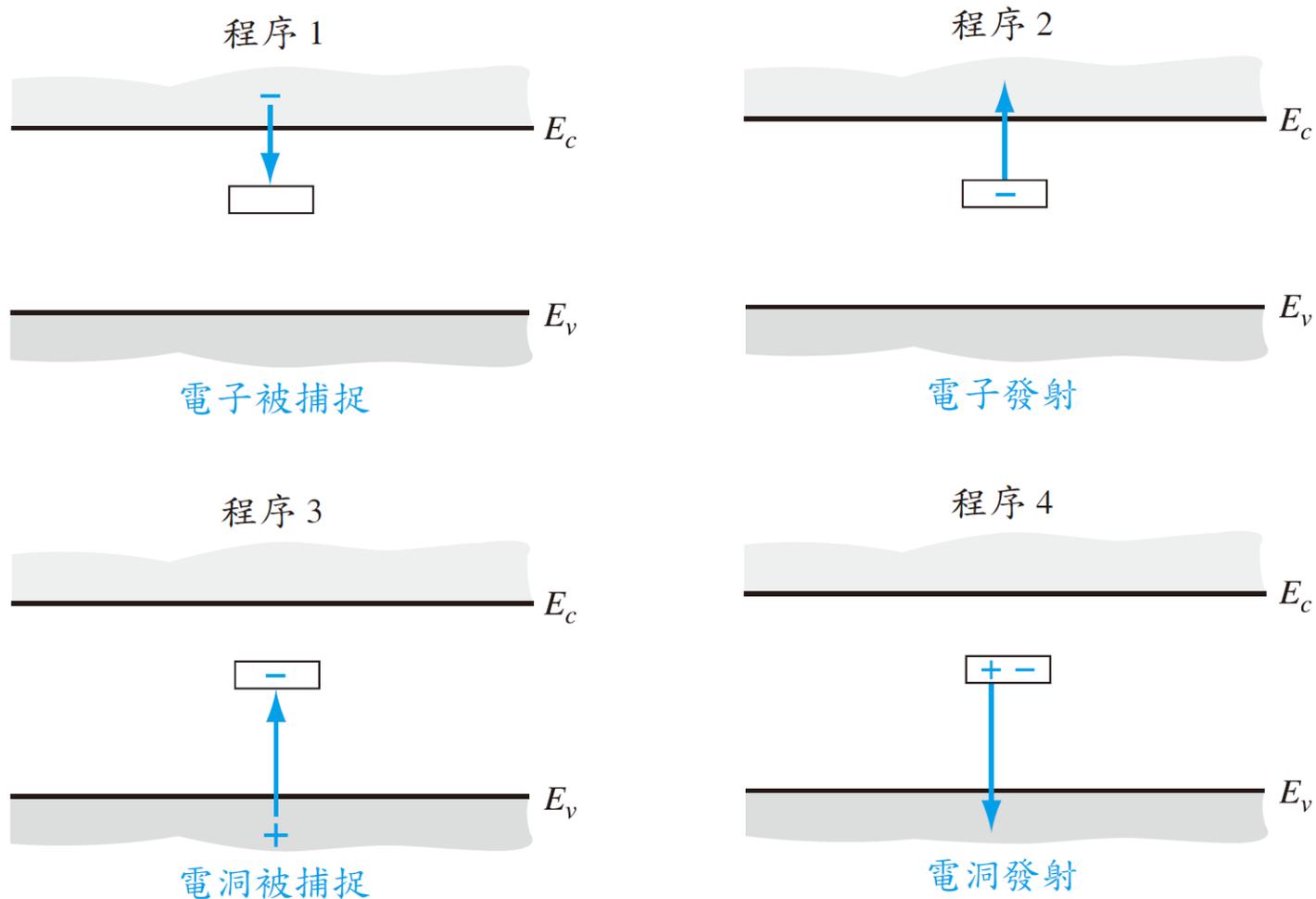
其中  $E_{Fn}$  與  $E_{Fp}$  分別是電子與電洞的準費米能階。電子總濃度與電洞總濃度都是其個別準費米能階的函數。

# 6.5 過量載子的生命期



■ 圖 6.15 (a)  $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  與  $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  時，熱平衡的能帶圖；(b) 濃度為  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  的過量載子存在時，電子與電洞的準費米能階

# 過量載子的生命期(續)



■ 圖 6.16 受體型陷阱的四種基本陷阱與發射程序

# 過量載子的生命期(續)

## ❖ 四種基本的程序如下：

- 程序1：傳導帶上電子被一個原先是中性的空陷阱所捕捉。
- 程序2：程序1的相反程序 — 電子由陷阱能階發射出來而到傳導帶上。
- 程序3：價電帶上的一個電洞被一個包含有電子的陷阱所捕捉。(我們也可將這個程序當作是一個電子由陷阱發射至價電帶上)
- 程序4：程序3的相反程序 — 電洞由中性陷阱發射出來而到價電帶上。(我們也可將這個程序認為是陷阱捕捉了價電帶上的電子)

# 過量載子的生命期(續)

- ❖ 在程序1中，陷阱捕捉傳導帶電子的速率與傳導帶上的電子濃度成正比，且與空的陷阱狀態密度成正比。電子的捕捉速率為

$$R_{cn} = C_n N_t [1 - f_F(E_t)] n$$

其中， $R_{cn}$  = 捕捉速率(#/cm<sup>3</sup>-s)； $C_n$  = 與陷阱的電子捕捉截面積成正比的常數； $N_t$  = 陷阱中心的濃度； $n$  = 傳導帶上的電子濃度； $f_F(E_t)$  = 陷阱能量的費米函數。

# 過量載子的生命期(續)

❖ 陷阱能量的費米函數為

$$f_F(E_t) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_t - E_F}{kT}\right)}$$

是一個陷阱包含有一個電子的機率，所以  
[1 -  $f_F(E_t)$ ]是陷阱為空的機率。

# 過量載子的生命期(續)

❖ 對程序2而言，電子由填滿的陷阱發射到傳導帶上的速率與填滿的陷阱數目成正比

$$R_{en} = E_n N_t f_F(E_t)$$

其中， $R_{en}$ 是發射速率( $\#/cm^3\cdot s$ )； $E_n$ 是一個常數；而 $f_F(E_t)$ 則是陷阱被佔據的機率。

# 過量載子的生命期(續)

- ❖ 熱平衡時，傳導帶捕捉電子的速率必須等於電子發射回到傳導帶上的速率。

$$R_{en} = R_{cn}$$

使得

$$E_n N_t f_{F0}(E_t) = C_n N_t [1 - f_{F0}(E_t)] n_0$$

其中 $f_{F0}$ 代表熱平衡的費米函數。在熱平衡狀況下，捕捉速率項中的電子濃度是平衡值 $n_0$ 。

# 過量載子的生命期(續)

❖ 使用費米函數的波茲曼近似，可用  $C_n$  來表示  $E_n$ ，故

$$E_n = n' C_n$$

其中  $n'$  定義為

$$n' = N_c \exp \left[ \frac{-(E_c - E_t)}{kT} \right]$$

參數  $n'$  代表陷阱能量  $E_t$  與費米能量  $E_F$  重疊時，存在傳導帶上的電子濃度。

# 過量載子的生命期(續)

❖ 非平衡時，半導體中會有過量的電子存在，則電子被傳導帶捕捉的淨速率為

$$R_n = R_{cn} - R_{en}$$

其恰為捕捉速率與發射速率的差。可得到

$$R_n = [C_n N_t (1 - f_F(E_t)) n] - [E_n N_t f_F(E_t)]$$

❖ 淨復合速率可寫成

$$R_n = C_n N_t [n(1 - f_F(E_t)) - n' f_F(E_t)]$$

# 過量載子的生命期(續)

❖ 考慮程序3與4，電洞被價電帶所捕捉的淨速率為

$$R_p = C_p N_t [p f_F(E_t) - p'(1 - f_F(E_t))]$$

其中 $C_p$ 是一個與電洞捕捉速率成正比的常數，而 $p'$ 為

$$p' = N_v \exp \left[ \frac{-(E_t - E_v)}{kT} \right]$$

# 過量載子的生命期(續)

❖ 在陷阱密度不太大的半導體中，過量電子與過量電洞的濃度會相等，而電子與電洞的復合速率也會相等。

$$f_F(E_t) = \frac{C_n n + C_p p'}{C_n(n + n') + C_p(p + p')}$$

$$R_n = R_p = \frac{C_n C_p N_t (np - n_i^2)}{C_n(n + n') + C_p(p + p')} \equiv R$$

$$R = \frac{\delta n}{\tau}$$

## 6.5.2 外質摻雜與低階注入的限制

❖ 考慮低階注入下的n型半導體

$$n_0 \gg p_0, \quad n_0 \gg \delta p, \quad n_0 \gg n', \quad n_0 \gg p'$$

其中  $\delta p$  是過量少數載子電洞的濃度。

$$R = C_p N_t \delta p$$

復合速率相關於平均載子的生命期

$$R = \frac{\delta n}{\tau} = C_p N_t \delta p \equiv \frac{\delta p}{\tau_{p0}}$$

$$\tau_{p0} = \frac{1}{C_p N_t}$$

其中  $\tau_{p0}$  定義為過量少數載子電洞的生命期。

# 外質摻雜與低階注入的限制(續)

❖ 對一個外質p型材料在低階注入條件下，可假設

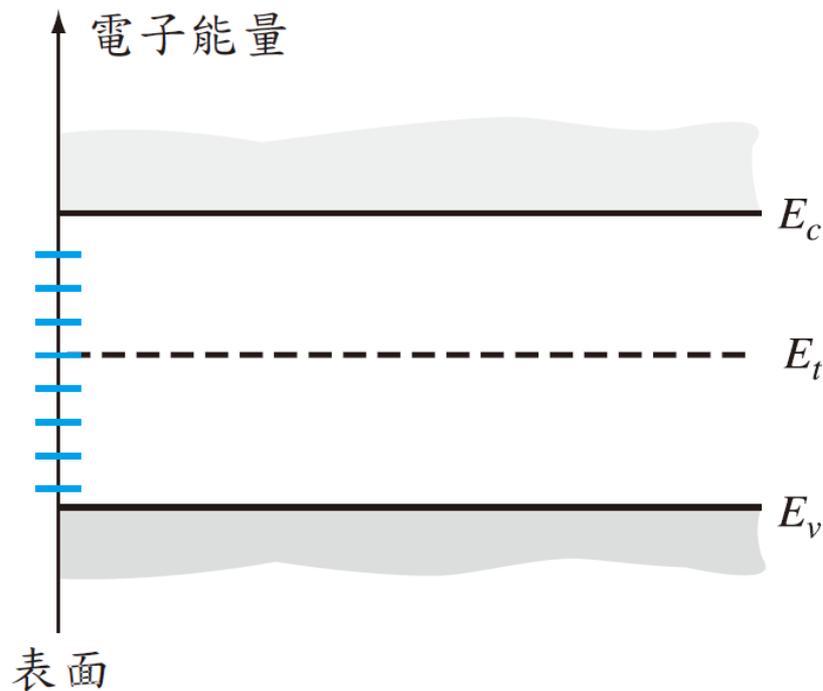
$$p_0 \gg n_0, \quad p_0 \gg \delta n, \quad p_0 \gg n', \quad p_0 \gg p'$$

則此生命期會成為過量少數載子電子的生命期，  
即

$$\tau_{n0} = \frac{1}{C_n N_t}$$

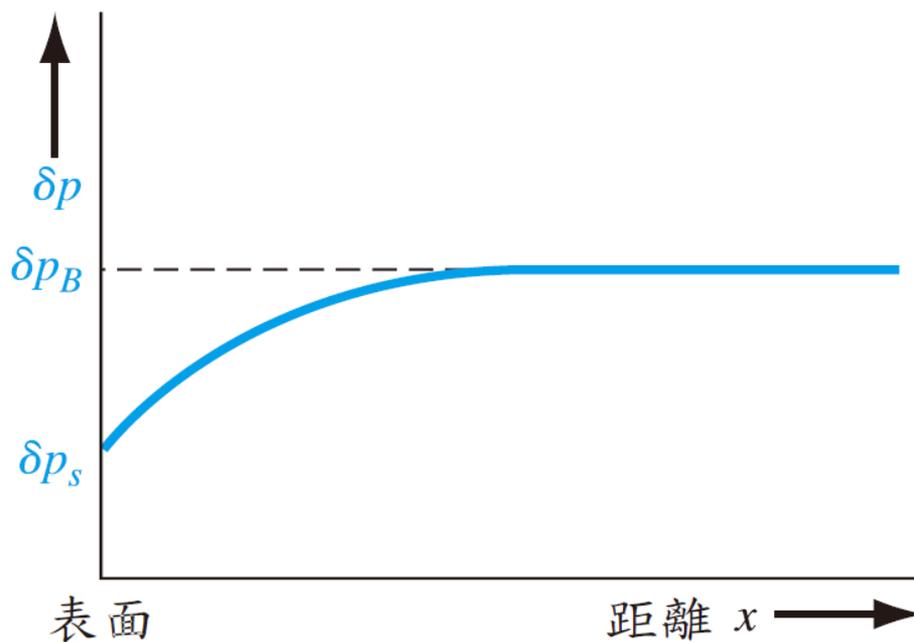
# 6.6 表面效應

## ❖ 6.6.1 表面狀態



■ 圖 6.17 禁止能隙中的表面態分布

# 外質摻雜與低階注入的限制(續)



■ 圖 6.18 穩態的過量電洞之濃度自半導體表面處而隨位置變化的情形

## 6.6.2 表面復合速率

$$-D_p \left[ \hat{n} \cdot \frac{d(\delta p)}{dx} \right] \Big|_{\text{surf}} = s\delta p|_{\text{surf}}$$

- ❖ 參數  $s$  稱為**表面復合速率**(surface recombination velocity)。若表面處的過量載子濃度與在本體的過量載子濃度相等，則其梯度為零，因此表面復合速率也是零。當表面的過量載子濃度變小時，其梯度增加，則表面復合速率會增大。表面復合速率可指示出相較於本體的表面特性。

# 表面復合速率(續)

$$D_p \frac{d(\delta p)}{dx} \Big|_{\text{surf}} = s\delta p|_{\text{surf}}$$

$$\delta p_{\text{surf}} = \delta p(0) = g' \tau_{p0} + B$$

$$\frac{d(\delta p)}{dx} \Big|_{\text{surf}} = \frac{d(\delta p)}{dx} \Big|_{x=0} = -\frac{B}{L_p}$$

$$B = \frac{-sg' \tau_{p0}}{(D_p/L_p) + s}$$

$$\delta p(x) = g' \tau_{p0} \left( 1 - \frac{sL_p e^{-x/L_p}}{D_p + sL_p} \right)$$

# 例題 6.10

## ■ 題說

在例題 6.9 中，有參數： $g'\tau_{p0} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ， $D_p = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$ ， $L_p = 31.6 \text{ }\mu\text{m}$  及  $\delta p(0) = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ 。

## ■ 解答

$$\delta p(0) = g'\tau_{p0} \left[ 1 - \frac{s}{(D_p/L_p) + s} \right]$$

$$s = \frac{D_p}{L_p} \left( \frac{g'\tau_{p0}}{\delta p(0)} - 1 \right)$$

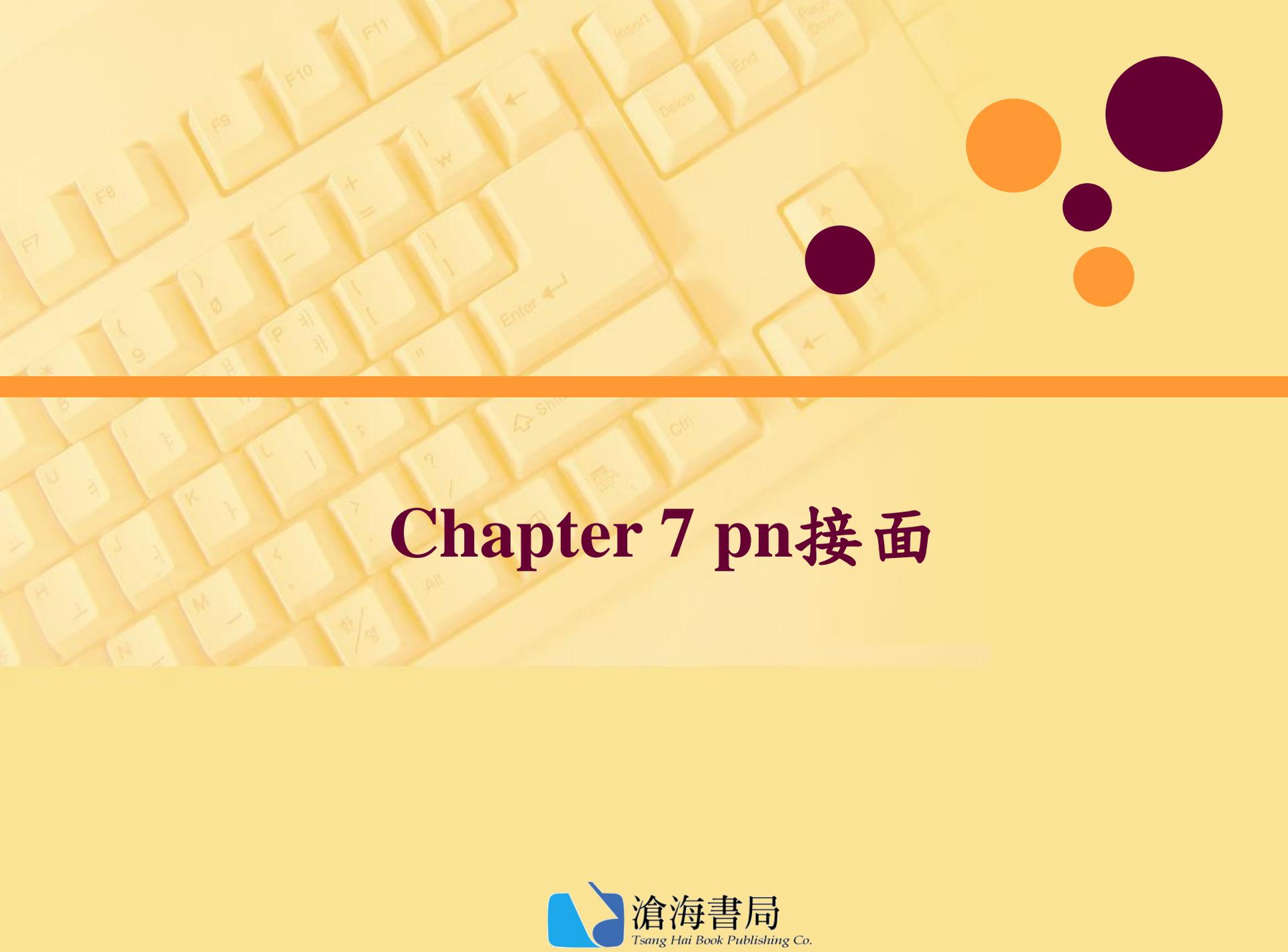
$$s = \frac{10}{31.6 \times 10^{-4}} \left[ \frac{10^{14}}{10^{13}} - 1 \right] = 2.85 \times 10^4 \text{ cm/s}$$

## 6.7 本章總結

- ◆ 我們討論了過量電子與過量電洞的產生與復合過程，並定義過量電子的產生速率與復合速率。
- ◆ 過量電子與過量電洞並非獨立的移動，而是會一起移動。這樣的一起移動為稱為雙極性傳輸。
- ◆ 我們推導了雙極性傳輸方程式，並在低階注入與外質摻雜的條件來求得雙極性傳輸方程式的係數。在這些條件下，過量電子與過量電洞會以少數載子的特性而一起擴散與漂移。雙極性傳輸可見諸於半導體元件的基本表現上。
- ◆ 我們推演出過量載子生命期的觀念。

# 本章總結(續)

- ◆ 檢驗過量載子表現成時間、空間及時間與空間之函數的各種案例。
- ◆ 定義了電子的準費米能階與電洞的準費米能階。這些參數定量出非平衡半導體的電子總濃度與電洞總濃度。
- ◆ 考慮蕭克萊－里德－霍爾的復合理論，並推導出過量少數載子生命期的表示式。
- ◆ 半導體的表面效應會影響過量電子與過量電洞的表現。我們定義表面復合速率以利於過量電子與過量電洞特性的分析。



# Chapter 7 pn接面

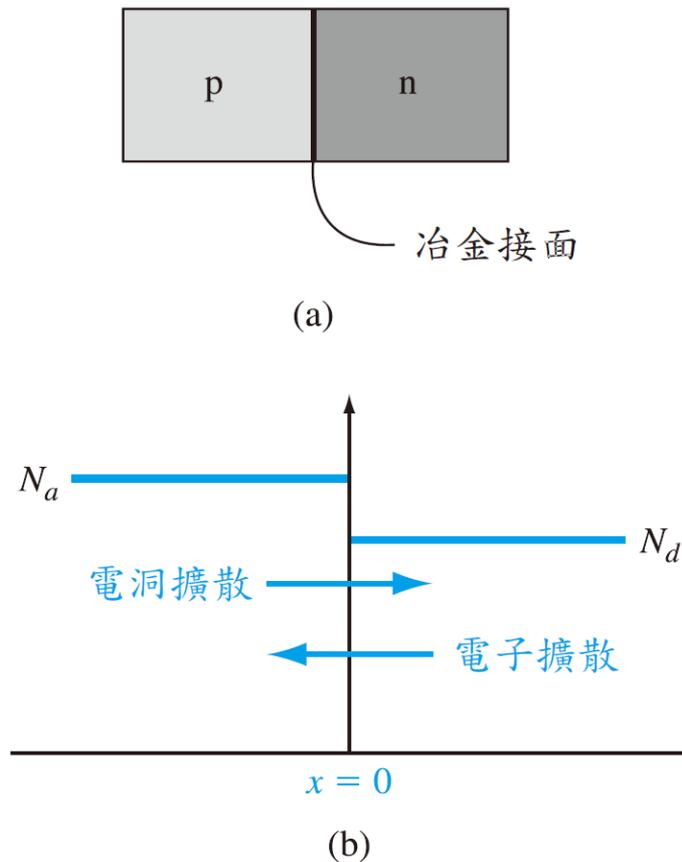
# 本章預定討論內容

- ❖ 考慮均勻摻雜的pn接面。
- ❖ 決定出熱平衡下pn接面的能帶圖。
- ❖ 討論p區及n區相鄰間所產生出的空間電荷區。
- ❖ 運用帕松方程式來求解出描述空間電荷區的電場並計算內建電位障。

# 本章預定討論內容

- ❖ 分析逆向偏壓時pn接面中產生的變化；並推導出空間電荷區的寬度及空乏電容量。
- ❖ 分析pn接面電壓崩潰的特性。
- ❖ 考慮非均勻摻雜的pn接面。某些特定的摻雜輪廓可獲得期望的pn接面特性。

# 7.1 pn接面的基本結構



■ 圖 7.1 (a) 簡化的 pn 接面之幾何結構；(b) 理想化的摻雜均勻之 pn 接面的雜質濃度分布

# pn接面的基本結構(續)

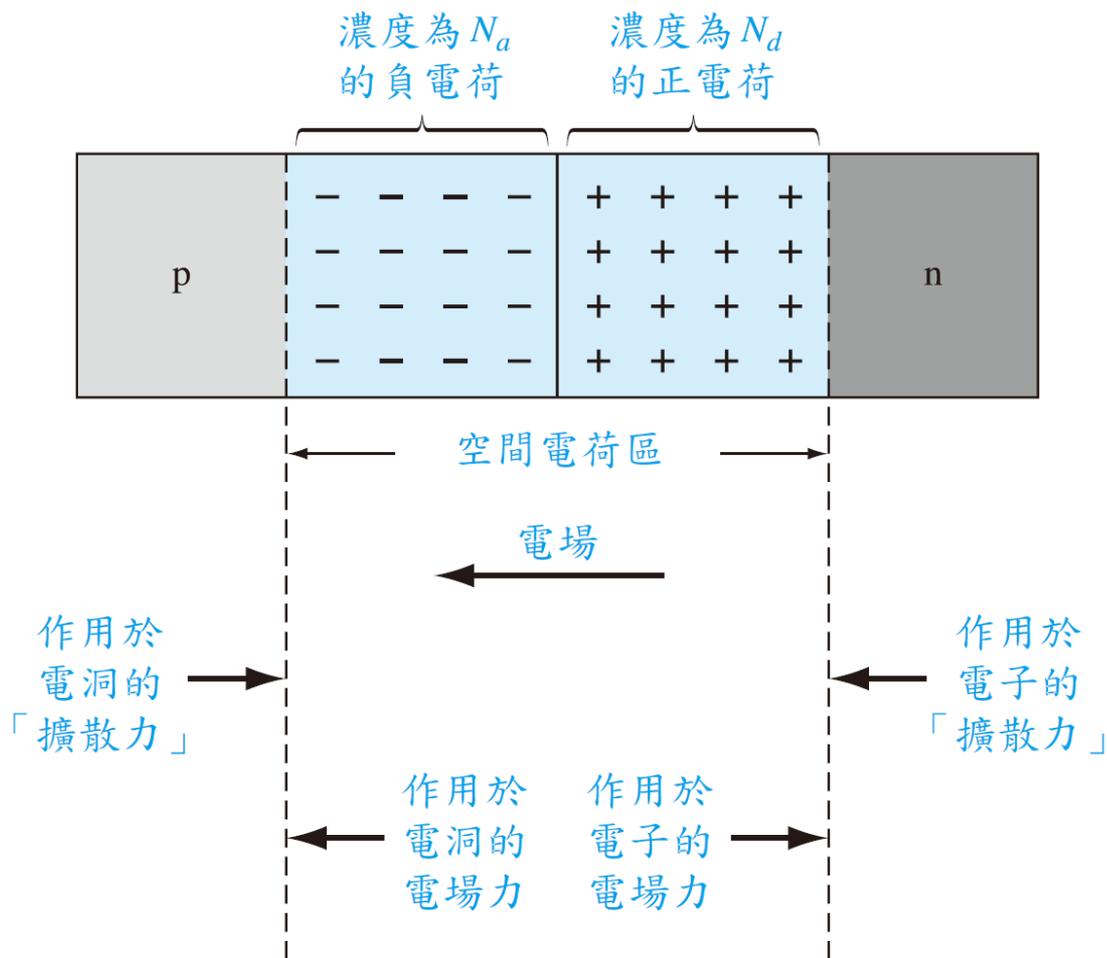
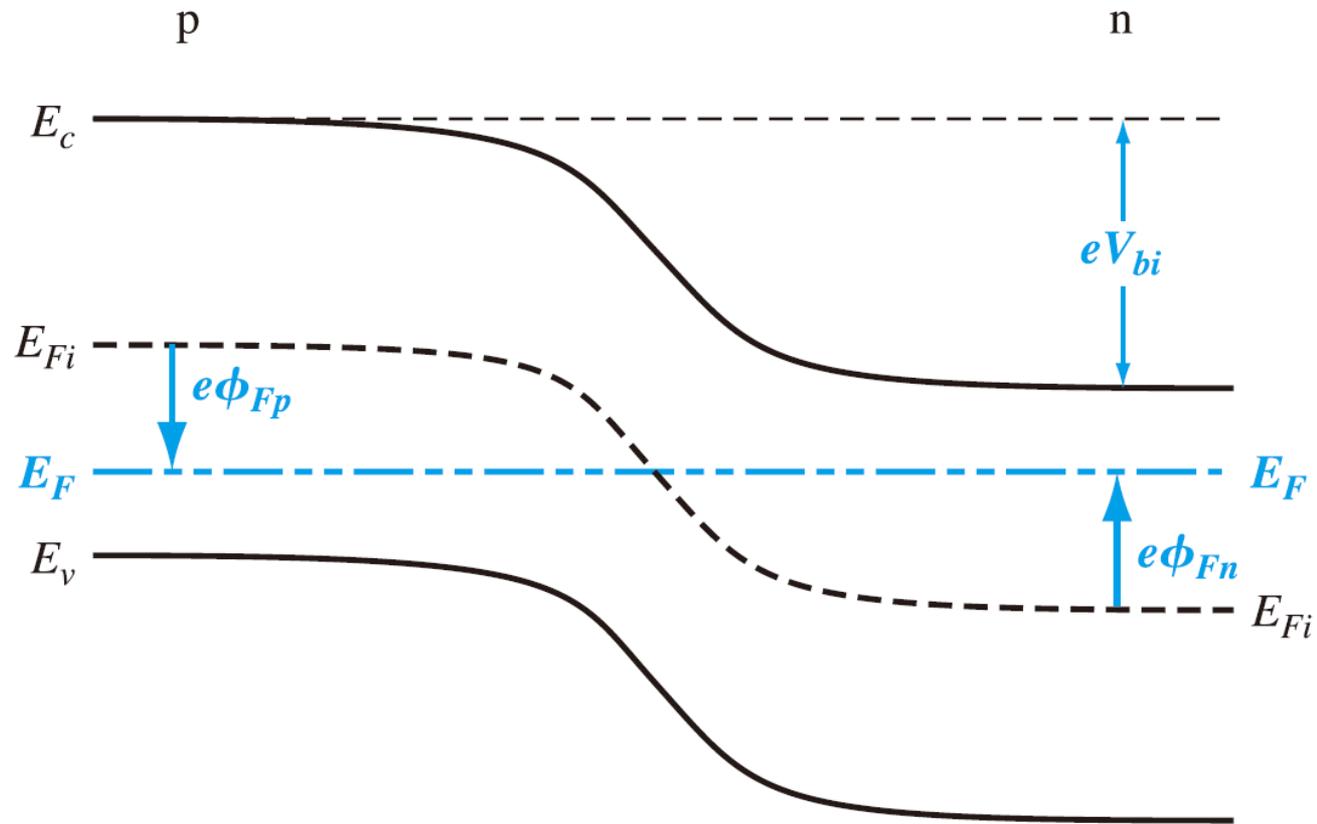


圖 7.2 空間電荷區、電場及電荷載子所受的作用力

# 7.2 零外加偏壓

## ❖ 7.2.1 內建電位障



■ 圖 7.3 熱平衡時，pn 接面的能帶圖

# 內建電位障(續)

❖ 定義  $\phi_{Fn}$  與  $\phi_{Fp}$  電位的大小，可知

$$V_{bi} = |\phi_{Fn}| + |\phi_{Fp}|$$

❖ n型區中，傳導帶上的電子濃度可表示為

$$n_0 = N_c \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right]$$

也可表示為

$$n_0 = n_i \exp\left[\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right]$$

此處  $n_i$  及  $E_{Fi}$  分別為本質載子濃度及本質費米能階。

# 內建電位障(續)

❖ 以定義n型區的電位  $\phi_{Fn}$  為

$$e\phi_{Fn} = E_{Fi} - E_F$$

$$n_0 = n_i \exp\left[\frac{-(e\phi_{Fn})}{kT}\right]$$

$$\phi_{Fn} = \frac{-kT}{e} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)$$

❖ p型區中，價電帶上的電洞濃度亦可表示為

$$p_0 = N_a = n_i \exp\left[\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right]$$

$$e\phi_{Fp} = E_{Fi} - E_F$$

$$\phi_{Fp} = +\frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$$

# 內建電位障(續)

❖ 梯級pn接面的內建電位障為

$$V_{bi} = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) = V_t \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

其中  $V_t = kT/e$  為所謂的熱電壓(thermal voltage)。

# 例題 7.1

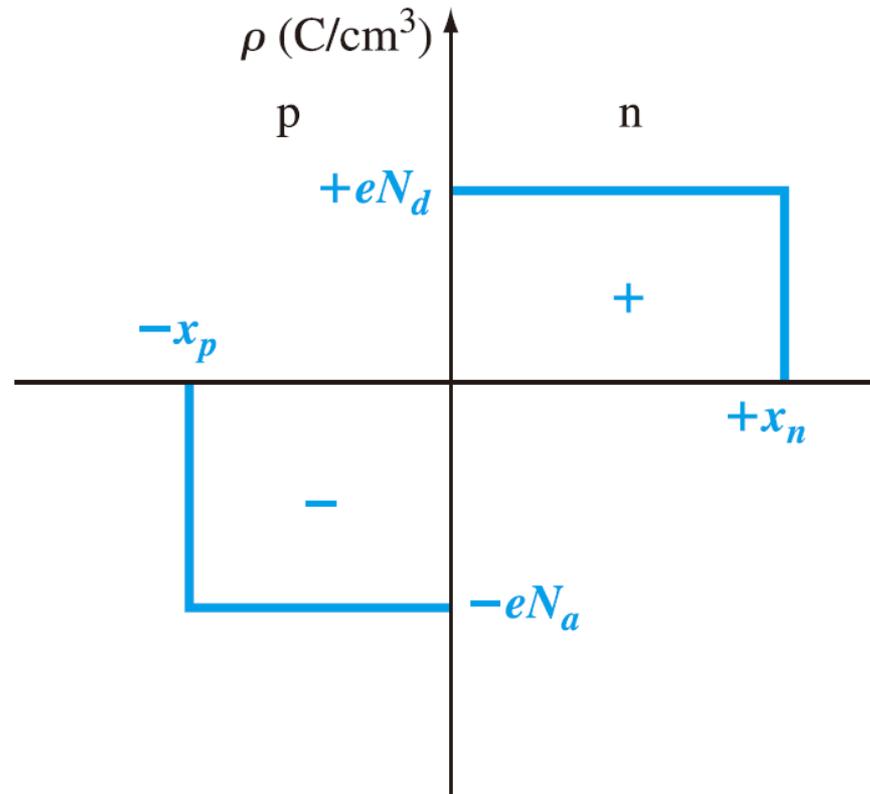
## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，某矽 pn 接面的雜質濃度分別為  $N_a = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  及  $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，試求此 pn 接面的內建電位障。

## ■ 解答

$$V_{bi} = V_t \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) = (0.0259) \ln \left[ \frac{(2 \times 10^{17})(10^{15})}{(1.5 \times 10^{10})^2} \right] = 0.713 \text{ V}$$

## 7.2.2 電場



■ 圖 7.4 均勻摻雜的 pn 接面空間電荷密度圖，假設其為陡峭式的接面

# 電場(續)

❖ 對一維結構而言，其帕松方程式為

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{-\rho(x)}{\epsilon_s} = -\frac{dE(x)}{dx}$$

❖ 電荷密度為

$$\rho(x) = -eN_a \quad -x_p < x < 0$$

$$\rho(x) = eN_d \quad 0 < x < x_n$$

❖ p型區中的電場強度

$$E = \int \frac{\rho(x)}{\epsilon_s} dx = -\int \frac{eN_a}{\epsilon_s} dx = \frac{-eN_a}{\epsilon_s} x + C_1$$

# 電場(續)

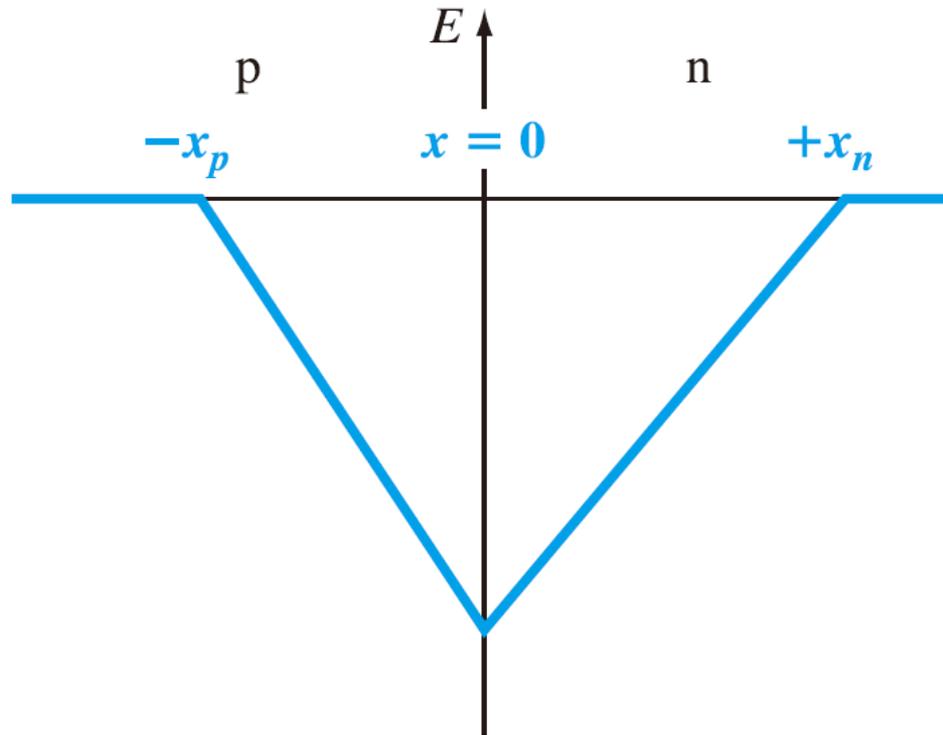
❖ n型區中的電場強度為

$$E = \int \frac{(eN_d)}{\epsilon_s} dx = \frac{eN_d}{\epsilon_s} x + C_2$$

$$E = \frac{-eN_d}{\epsilon_s} (x_n - x) \quad 0 \leq x \leq x_n$$

$$N_a x_p = N_d x_n$$

# 電場(續)



■ 圖 7.5 均勻摻雜的 pn 接面在空間電荷區的電場

# 電場(續)

❖ 將電場強度積分，可以求得接面的電位。在p型區中

$$\phi(x) = - \int E(x) dx = \int \frac{eN_a}{\epsilon_s} (x + x_p) dx$$

$$\phi(x) = \frac{eN_a}{\epsilon_s} \left( \frac{x^2}{2} + x_p \cdot x \right) + C'_1$$

$$C'_1 = \frac{eN_a}{2\epsilon_s} x_p^2$$

$$\phi(x) = \frac{eN_a}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2 \quad (-x_p \leq x \leq 0)$$

# 電場(續)

❖ 將n型區的電場強度積分，我們可以求得n型區處的電位

$$\phi(x) = \int \frac{eN_d}{\epsilon_s} (x_n - x) dx$$

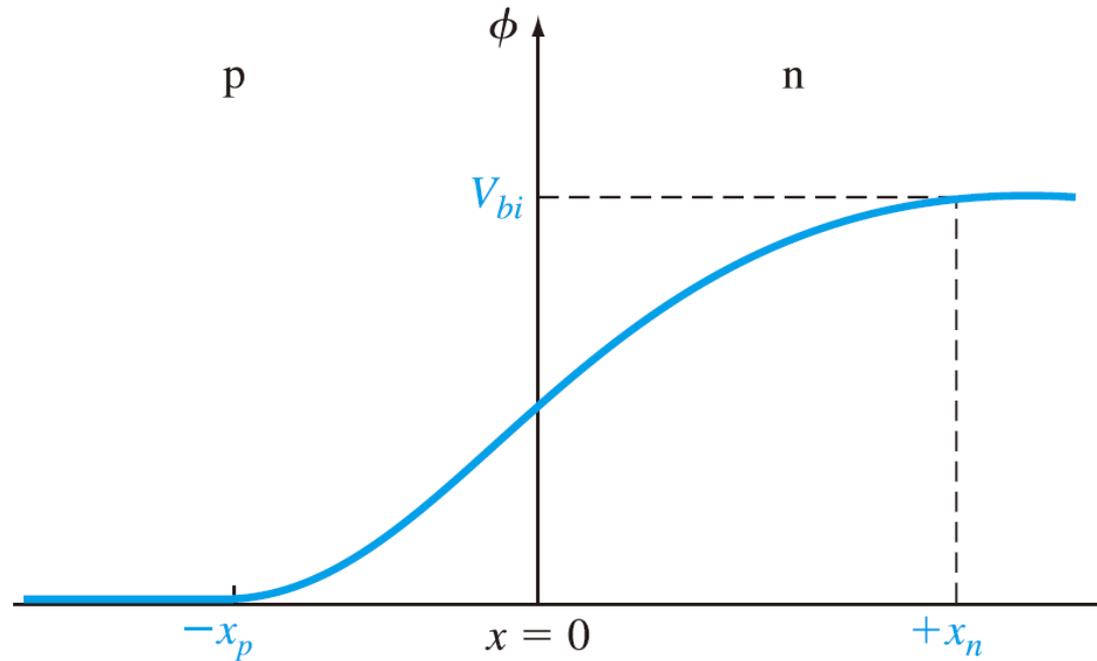
$$\phi(x) = \frac{eN_d}{\epsilon_s} \left( x_n \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) + C'_2$$

$$C'_2 = \frac{eN_a}{2\epsilon_s} x_p^2$$

$$\phi(x) = \frac{eN_d}{\epsilon_s} \left( x_n \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{eN_a}{2\epsilon_s} x_p^2 \quad (0 \leq x \leq x_n)$$

# 電場(續)

$$V_{bi} = |\phi(x = x_n)| = \frac{e}{2\epsilon_s} (N_d x_n^2 + N_a x_p^2)$$



■ 圖 7.6 均勻摻雜的 pn 接面在整個空間中的電位變化

## 7.2.3 空間電荷寬度

$$x_p = \frac{N_d x_n}{N_a}$$

$$x_n = \left\{ \frac{2\epsilon_s V_{bi}}{e} \left[ \frac{N_a}{N_d} \right] \left[ \frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

❖ 上式表示在無外加偏壓的條件下，延伸到n區的空間電荷寬度或是空乏區寬度。

$$x_p = \left\{ \frac{2\epsilon_s V_{bi}}{e} \left[ \frac{N_d}{N_a} \right] \left[ \frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

其中 $x_p$ 為無外加偏壓時，延伸到p區的空間電荷或是空乏區寬度。

# 空間電荷寬度(續)

- ❖ 空乏區或空間電荷區的總寬度 $W$ 為上述兩個寬度分量的和，亦即

$$W = x_n + x_p$$

$$W = \left\{ \frac{2\epsilon_s V_{bi}}{e} \left[ \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

# 例題 7.2

## ■ 題說

考慮在  $T = 300 \text{ K}$  時，某一矽 pn 接面的雜質濃度分別為  $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  及  $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，求此 pn 接面空間電荷區寬度及電場強度。

## ■ 解答

$$\begin{aligned} W &= \left\{ \frac{2\epsilon_s V_{bi}}{e} \left[ \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ \frac{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.635)}{1.6 \times 10^{-19}} \left[ \frac{10^{16} + 10^{15}}{(10^{16})(10^{15})} \right] \right\}^{1/2} \\ &= 0.951 \times 10^{-4} \text{ cm} = 0.951 \mu\text{m} \end{aligned}$$

$$E_{\max} = -\frac{eN_d x_n}{\epsilon_s} = -\frac{(1.6 \times 10^{-19})(10^{15})(0.8644 \times 10^{-4})}{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})} = -1.34 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

# 7.3 逆向偏壓

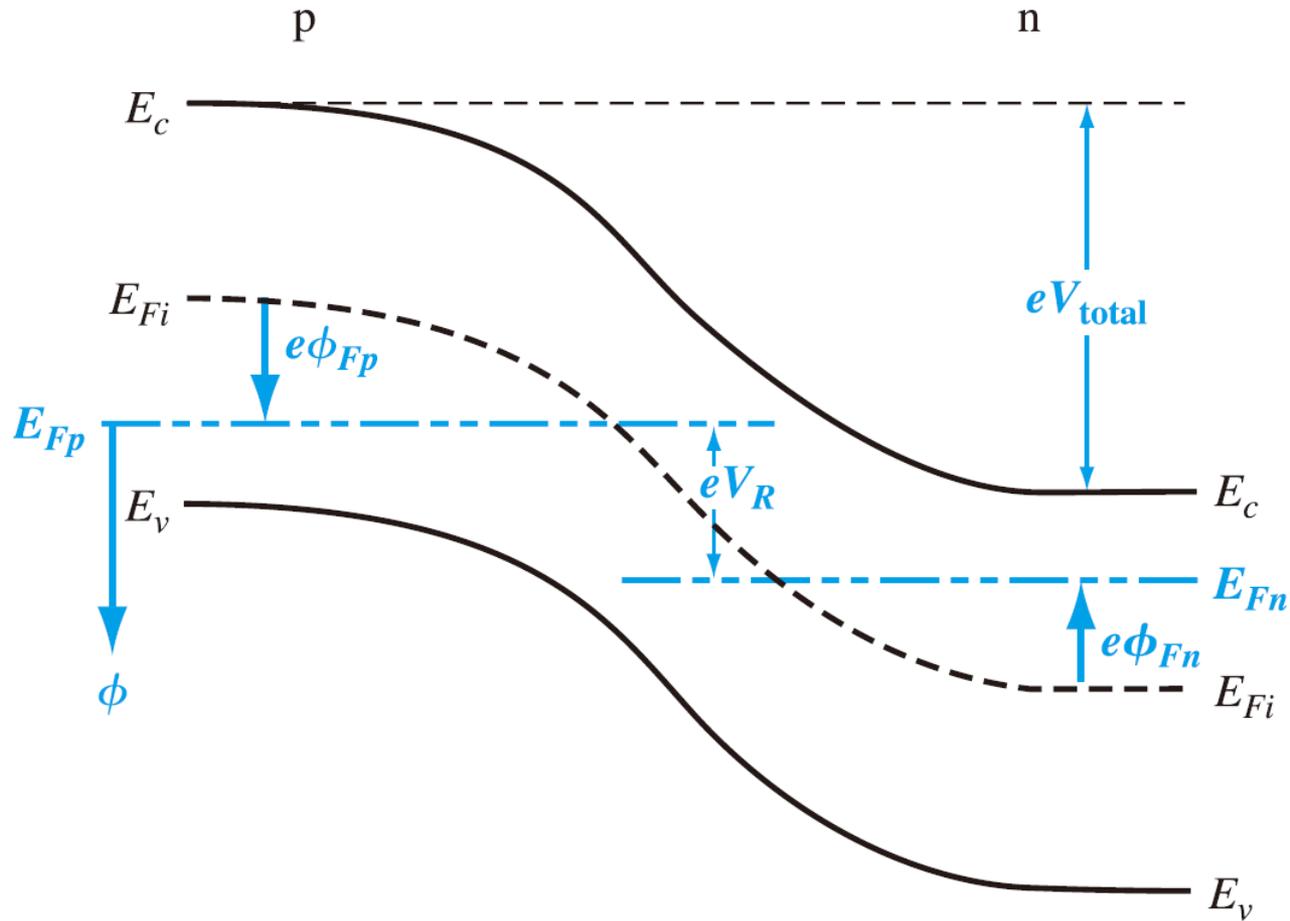


圖 7.7 逆向偏壓 pn 接面的能帶圖

# 逆向偏壓(續)

❖ 總電位障可表示為

$$V_{\text{total}} = |\phi_{Fn}| + |\phi_{Fp}| + V_R$$

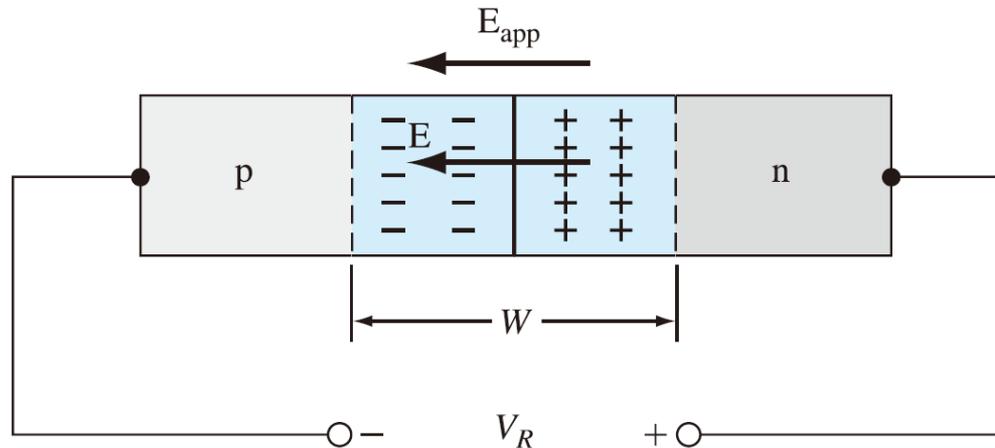
此式中， $V_R$ 為逆向偏壓的大小。

$$V_{\text{total}} = V_{bi} + V_R$$

其中， $V_{bi}$ 為pn接面在熱平衡狀況時所定義的內建電位障。

## 7.3.1 空間電荷寬度及電場

$$W = \left\{ \frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_R)}{e} \left[ \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right] \right\}^{1/2}$$



■ 圖 7.8 逆向偏壓的 pn 接面，圖中標示出  $V_R$  所引導出的電場之方向及空間電荷的電場方向

# 例題 7.3

## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，某矽 pn 接面的雜質濃度分別為  $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  以及  $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，設  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ，求在逆向偏壓  $V_R = 5 \text{ V}$  下，該 pn 接面的空間電荷區的寬度。

## ■ 解答

$$W = \left\{ \frac{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.635 + 5) \left[ \frac{10^{16} + 10^{15}}{(10^{16})(10^{15})} \right]}{1.6 \times 10^{-19}} \right\}^{1/2}$$

$$W = 2.83 \times 10^{-4} \text{ cm} = 2.83 \mu\text{m}$$

# 空間電荷寬度及電場(續)

$$E_{\max} = \frac{-eN_d x_n}{\epsilon_s} = \frac{-eN_a x_p}{\epsilon_s}$$

$$E_{\max} = - \left\{ \frac{2e(V_{bi} + V_R)}{\epsilon_s} \left( \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \right) \right\}^{1/2}$$

$$E_{\max} = \frac{-2(V_{bi} + V_R)}{W}$$

# 例題 7.4

## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，一矽 pn 接面，其 p 型雜質濃度為  $N_a = 2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 。試決定其 n 型雜質的濃度，使此一 pn 接面可在  $V_R = 25 \text{ V}$  的逆向偏壓條件下，有  $|E_{\max}| = 2.5 \times 10^5 \text{ V/cm}$  的最大電場強度。

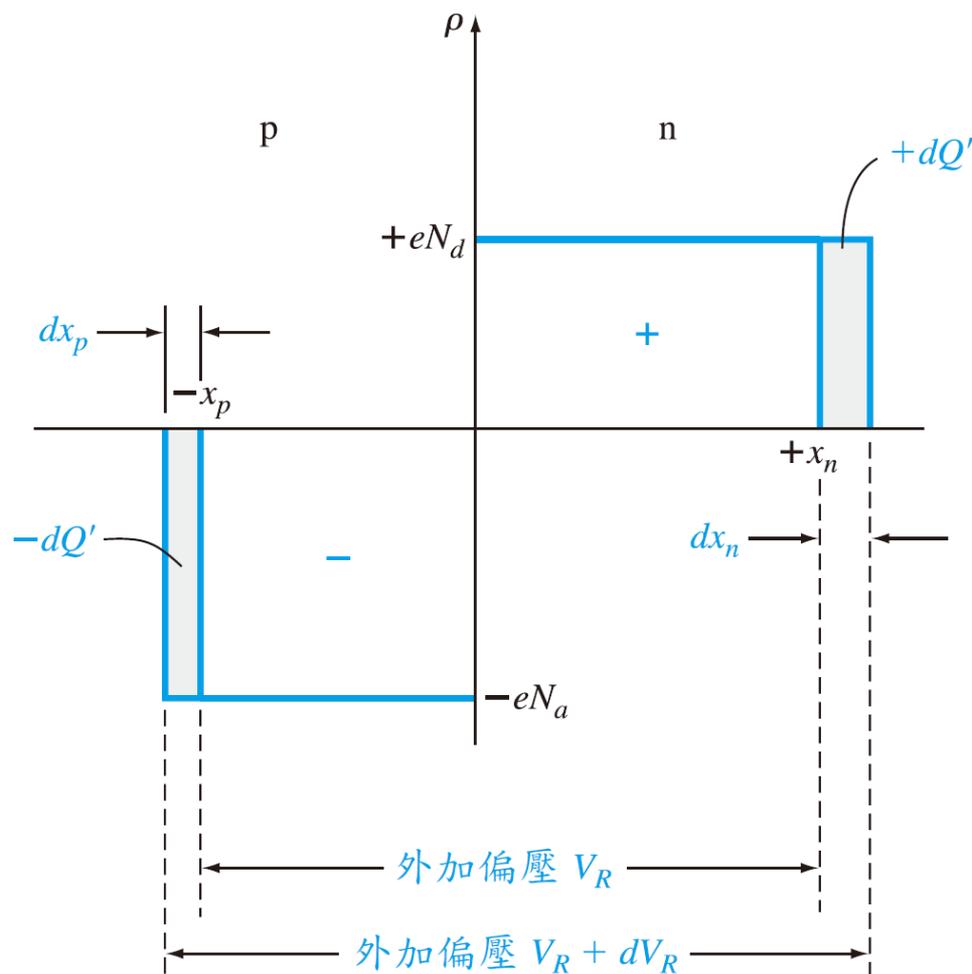
## ■ 解答

$$|E_{\max}| \cong \left\{ \frac{2eV_R}{\epsilon_s} \left( \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \right) \right\}^{1/2}$$

$$2.5 \times 10^5 = \left\{ \frac{2(1.6 \times 10^{-19})(25)}{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})} \left[ \frac{(2 \times 10^{17})N_d}{2 \times 10^{17} + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

$$N_d = 8.43 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

## 7.3.2 接面電容



■ 圖 7.9 在均勻摻雜 pn 接面中，微量的逆向偏壓變化，造成微量的空間電荷寬度變化

# 接面電容(續)

$$C' = \frac{dQ'}{dV_R}$$

$$dQ' = eN_d dx_n = eN_a dx_p$$

$$x_n = \left\{ \frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_R)}{e} \left[ \frac{N_a}{N_d} \right] \left[ \frac{1}{N_a + N_d} \right] \right\}^{1/2}$$

$$C' = \frac{dQ'}{dV_R} = eN_d \frac{dx_n}{dV_R}$$

$$C' = \left\{ \frac{e\epsilon_s N_a N_d}{2(V_{bi} + V_R)(N_a + N_d)} \right\}^{1/2}$$

$$C' = \frac{\epsilon_s}{W}$$

# 例題 7.5

## ■ 題說

考慮例題 7.3 的 pn 接面，求當  $V_R = 5 \text{ V}$  時，該 pn 接面的接面電容。

## ■ 解答

$$C' = \left\{ \frac{(1.6 \times 10^{-19})(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(10^{16})(10^{15})}{2(0.635 + 5)(10^{16} + 10^{15})} \right\}^{1/2}$$

$$C' = 3.66 \times 10^{-9} \text{ F/cm}^2$$

$$C = C' \cdot A = 0.366 \times 10^{-12} \text{ F} = 0.366 \text{ pF}$$

## 7.3.3 單邊接面

$$W \approx \left\{ \frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_R)}{eN_d} \right\}^{1/2}$$

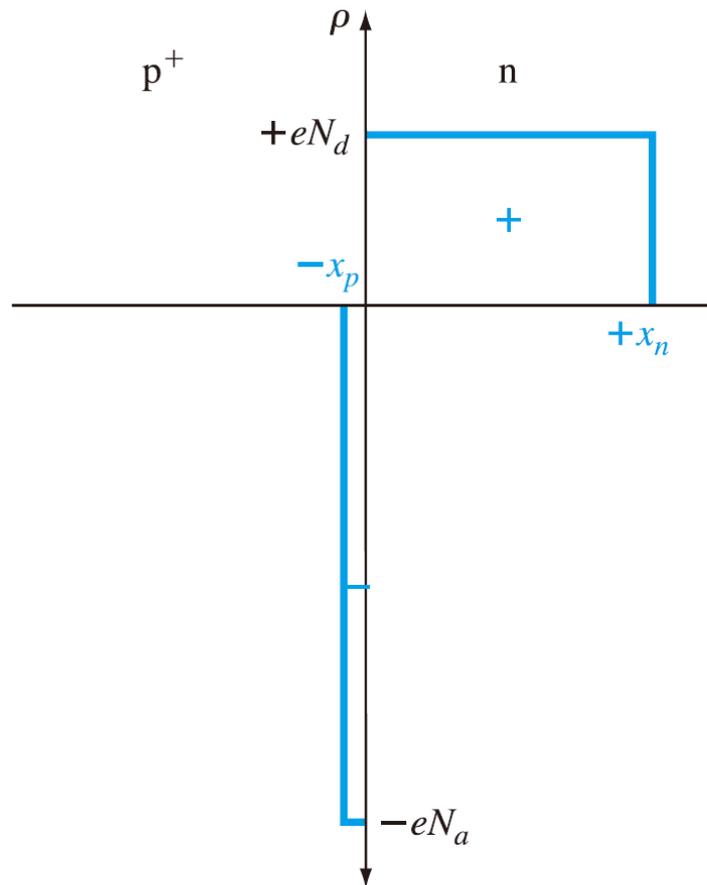
$$x_p \ll x_n$$

$$W \approx x_n$$

$$C' \approx \left\{ \frac{e\epsilon_s N_d}{2(V_{bi} + V_R)} \right\}^{1/2}$$

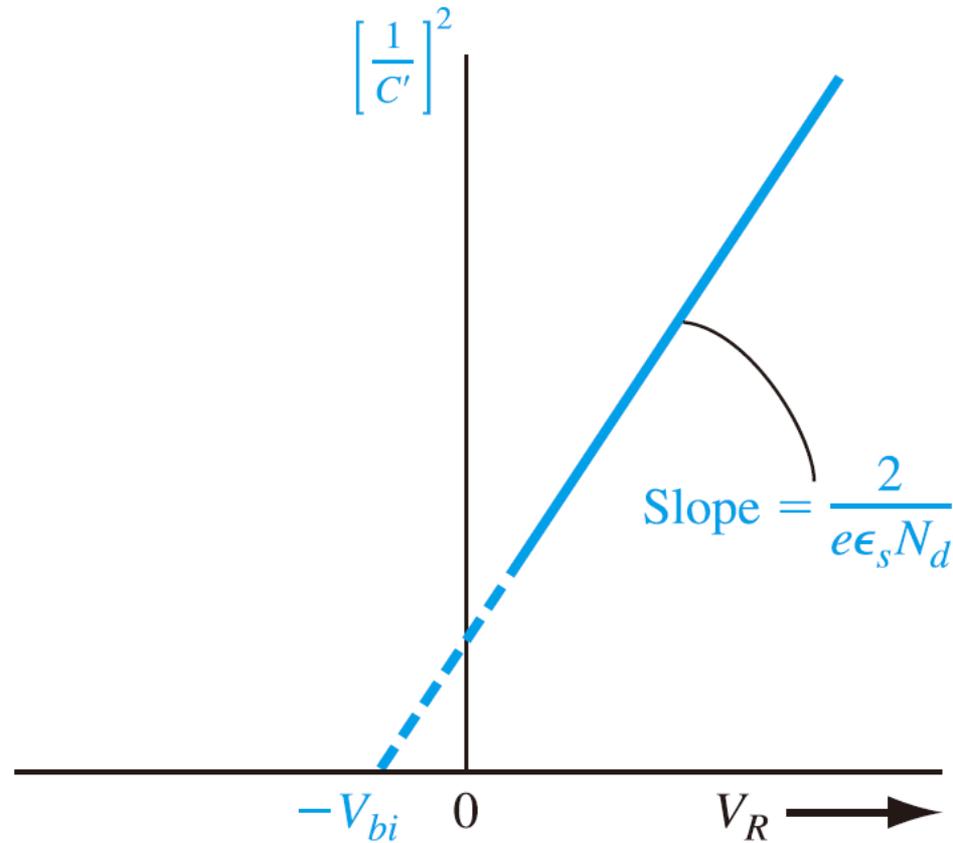
$$\left( \frac{1}{C'} \right)^2 = \frac{2(V_{bi} + V_R)}{e\epsilon_s N_d}$$

# 單邊接面(續)



■ 圖 7.10 單邊 p<sup>+</sup>n 接面的空間電荷密度分布情形

# 單邊接面(續)



■ 圖 7.11 均勻摻雜  $p^+n$  單邊接面的  $(1/C')^2$  與偏壓  $V_R$  的關係

# 例題 7.6

## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，以 C-V 方式測量某矽  $p^+n$  接面而得如圖 7.11 所示的曲線結果，其中  $V_{bi} = 0.725 \text{ V}$ ，且其斜率為  $6.15 \times 10^{15} (\text{F/cm}^2)^{-2} (\text{V})^{-1}$ 。試求 n 區的雜質濃度。

## ■ 解答

$$N_d = \frac{2}{e \epsilon_s} \cdot \frac{1}{\text{斜率}} = \frac{2}{(1.6 \times 10^{-19})(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(6.15 \times 10^{15})}$$

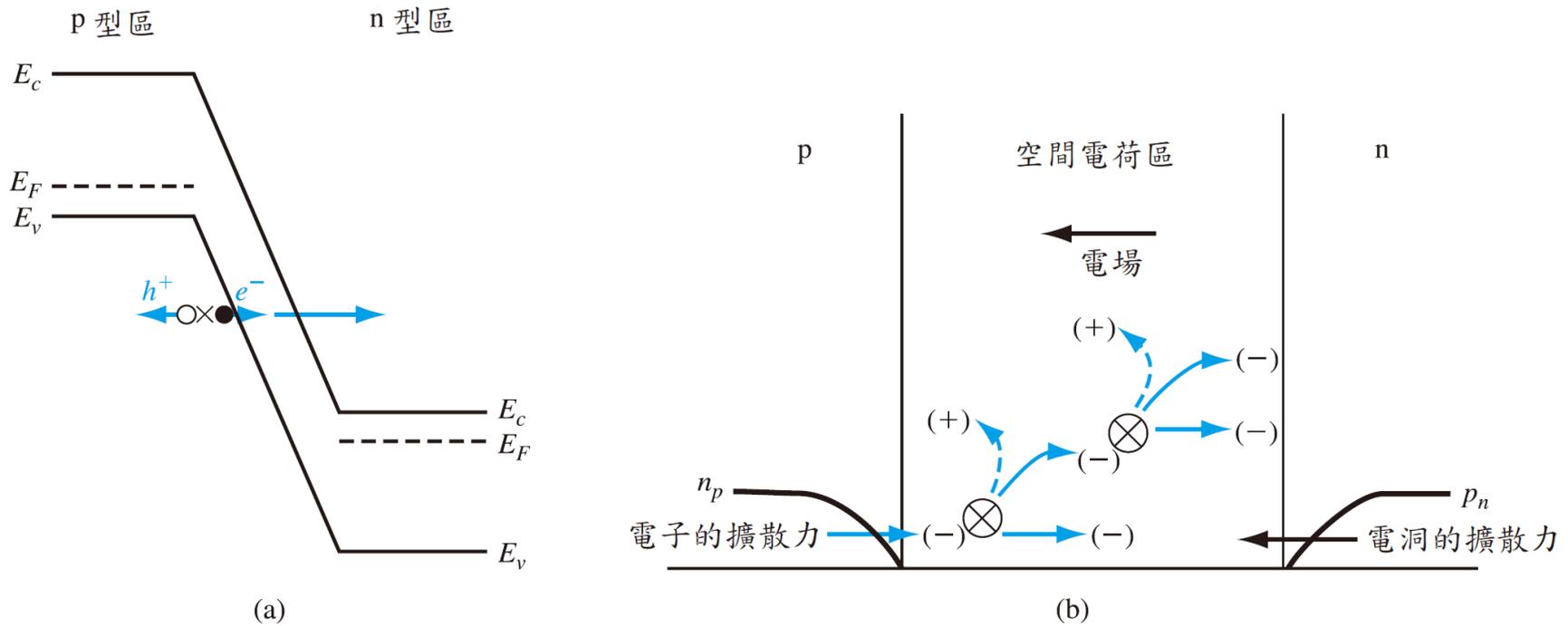
$$N_d = 1.96 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$V_{bi} = V_t \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

$$N_a = \frac{n_i^2}{N_d} \exp \left( \frac{V_{bi}}{V_t} \right) = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{1.963 \times 10^{15}} \exp \left( \frac{0.725}{0.0259} \right)$$

$$N_a = 1.64 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

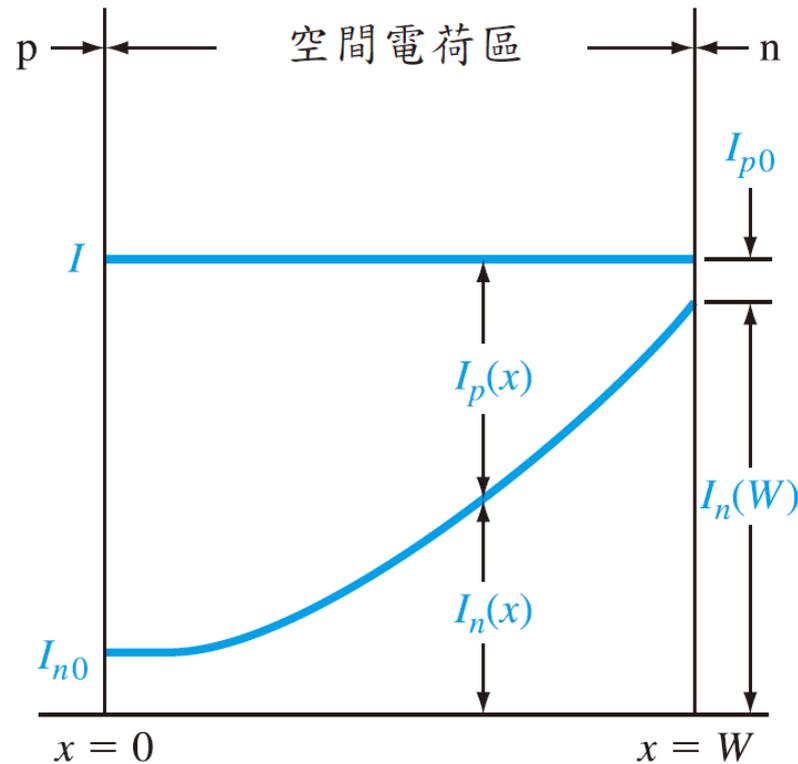
# 7.4 接面崩潰



■ 圖 7.12 (a) 在逆向偏壓的 pn 接面中的積納崩潰機制；(b) 在逆向偏壓的 pn 接面中的累增崩潰過程

# 接面崩潰(續)

$$I_n(W) = M_n I_{n0}$$



■ 圖 7.13 在累增倍增過程中，通過空間電荷區的電子及電洞電流分量

# 接面崩潰(續)

$$dI_n(x) = I_n(x)\alpha_n dx + I_p(x)\alpha_p dx$$

$$\frac{dI_n(x)}{dx} = I_n(x)\alpha_n + I_p(x)\alpha_p$$

$$I = I_n(x) + I_p(x)$$

$$\frac{dI_n(x)}{dx} + (\alpha_p - \alpha_n)I_n(x) = \alpha_p I$$

# 接面崩潰(續)

$$\alpha_n = \alpha_p \equiv \alpha$$

$$I_n(W) - I_n(0) = I \int_0^W \alpha dx$$

$$\frac{M_n I_{n0} - I_n(0)}{I} = \int_0^W \alpha dx$$

$$1 - \frac{1}{M_n} = \int_0^W \alpha dx$$

$$\int_0^W \alpha dx = 1$$

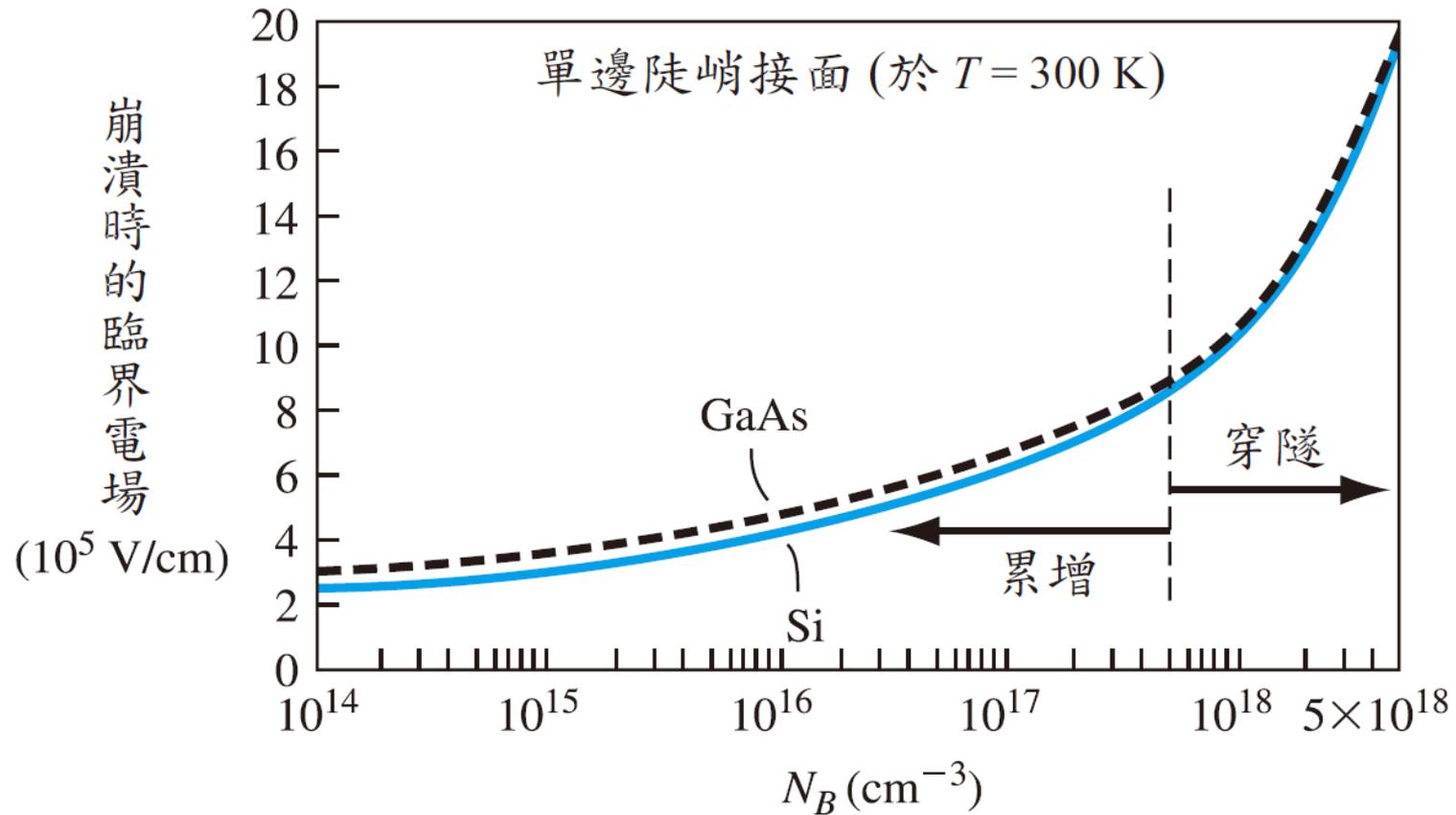
# 接面崩潰(續)

$$E_{\max} = \frac{eN_d x_n}{\epsilon_s}$$

$$x_n \approx \left\{ \frac{2\epsilon_s V_R}{e} \cdot \frac{1}{N_d} \right\}^{1/2}$$

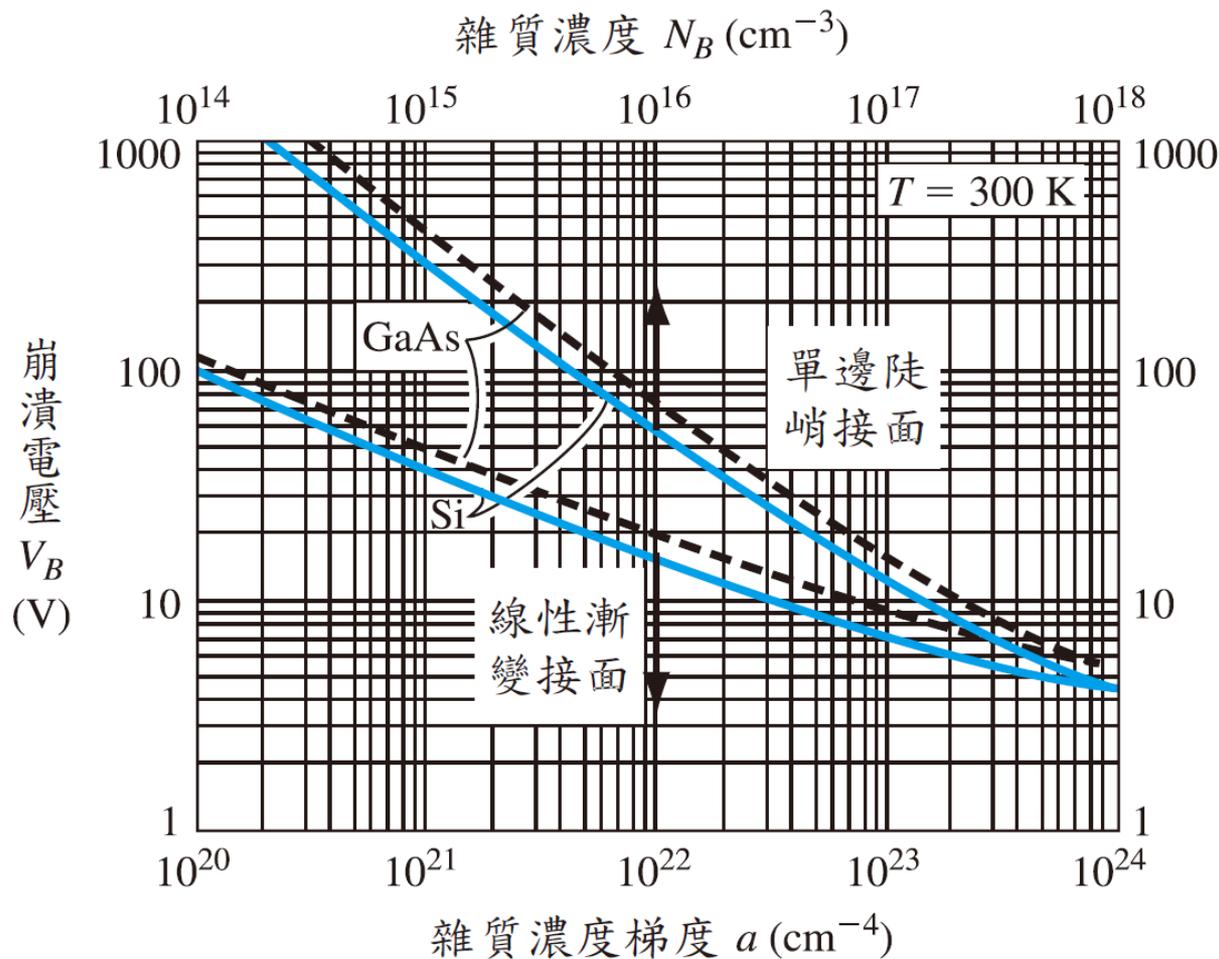
$$V_B = \frac{\epsilon_s E_{\text{crit}}^2}{2eN_B}$$

# 接面崩潰(續)



■ 圖 7.14 單邊接面在崩潰時的臨界電場對雜質摻雜濃度的函數關係

# 接面崩潰(續)



■ 圖 7.15 在均勻摻雜與線性漸變的接面中，崩潰電壓對摻雜濃度的關係曲線

# 例題 7.7

## ■ 題說

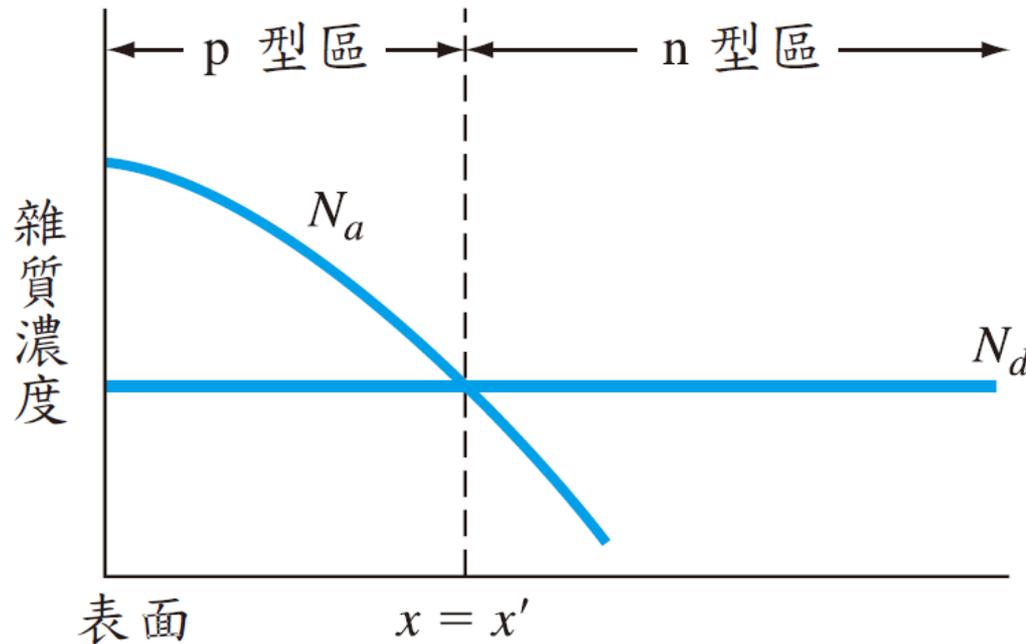
考慮一個在  $T = 300 \text{ K}$  的矽 pn 接面二極體。若  $N_d = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 。設計此二極體使其崩潰電壓為  $V_B = 100 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

$$V_B = \frac{\epsilon_s E_{\text{crit}}^2}{2eN_B} = \frac{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(3.7 \times 10^5)^2}{2(1.6 \times 10^{-19})(4 \times 10^{15})} = 110 \text{ V}$$

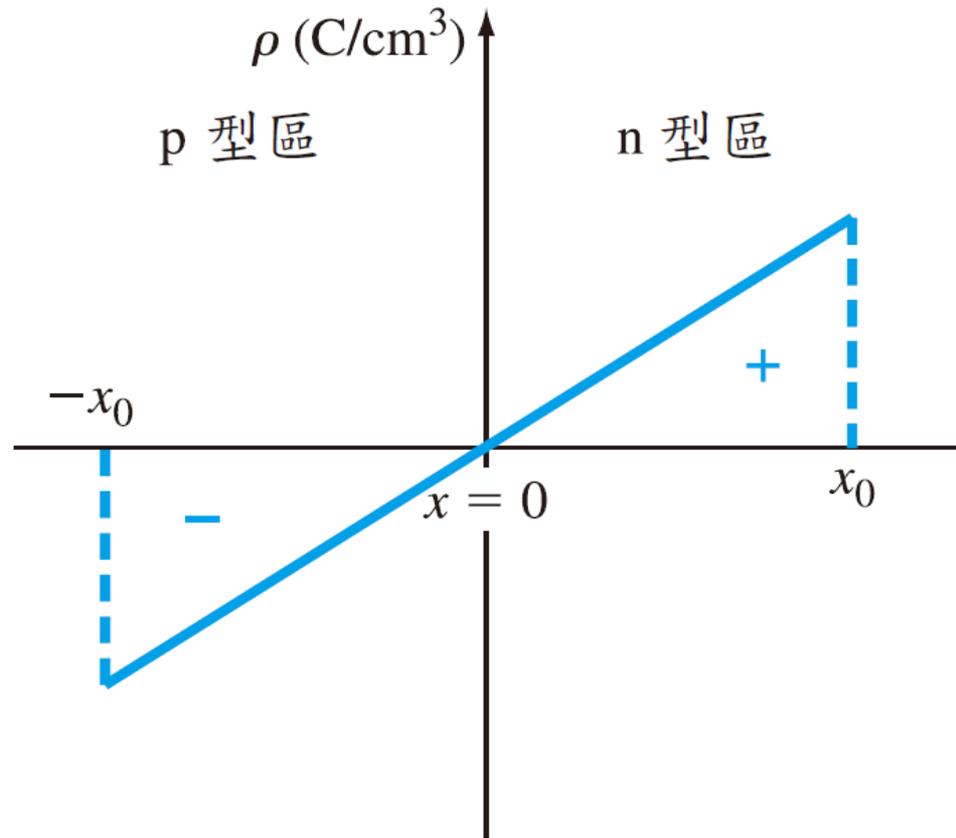
# 7.5 非均勻摻雜界面

## ❖ 7.5.1 線性漸變界面



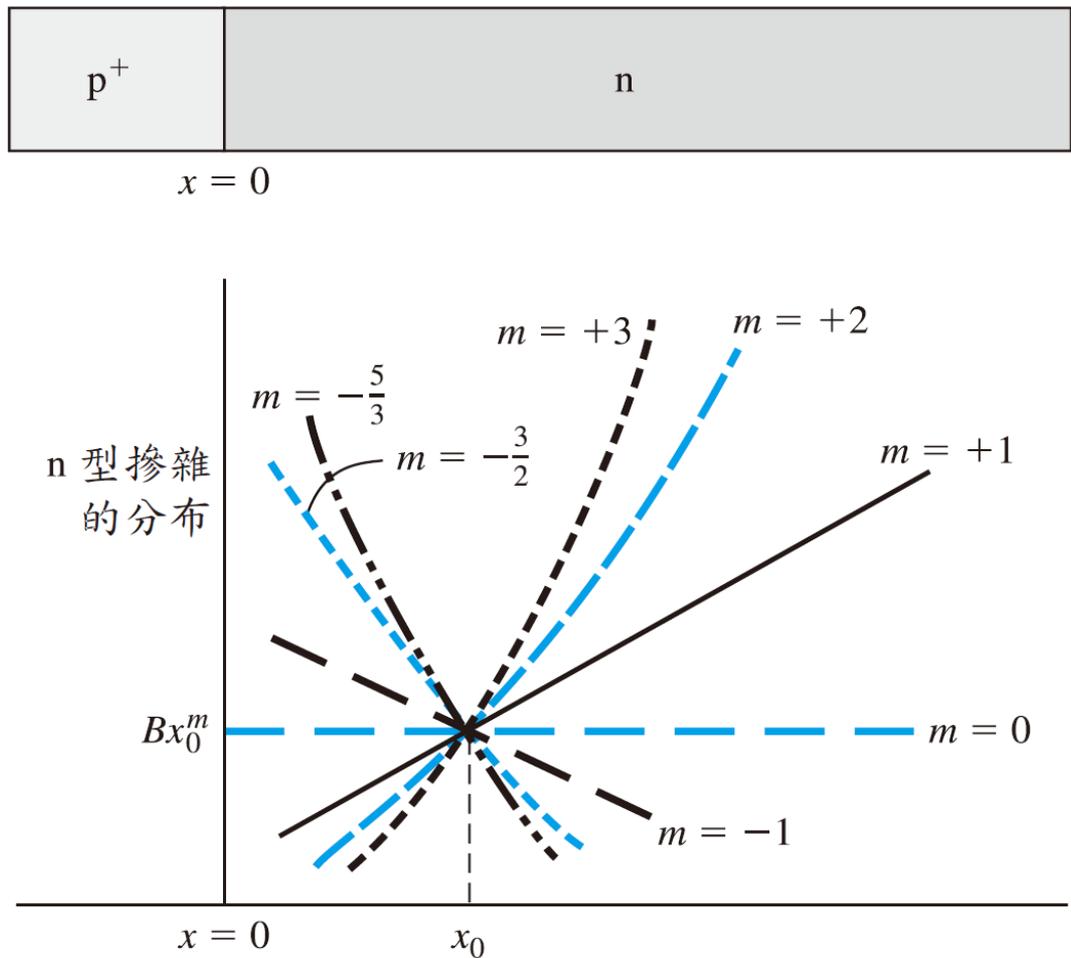
■ 圖 7.16 具有不均勻 p 型摻雜的 pn 界面之雜質濃度分布

# 線性漸變界面(續)



■ 圖 7.17 線性漸變界面的空間電荷密度變化情形

# 7.5.2 超陡峭式接面



■ 圖 7.19 各種單邊  $p^+n$  接面的摻雜濃度分布

# 超陡峭式接面(續)

$$N = Bx^m$$

$$C' = \left\{ \frac{eB\epsilon_s^{(m+1)}}{(m+2)(V_{bi} + V_R)} \right\}^{1/(m+2)}$$

# 超陡峭式接面(續)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$C = C_0(V_{bi} + V_R)^{-1/(m+2)}$$

$$C \propto V^{-2}$$

$$\frac{1}{m+2} = 2$$

$$m = -\frac{3}{2}$$

## 7.6 本章總結

- ❖ 均勻摻雜的pn接面為摻雜均勻受體雜質的p型半導體和摻雜均勻施體雜質的n型半導體相鄰連接在一起的結構。
- ❖ 空間電荷區或空乏區在冶金接面的兩邊形成，亦即冶金接面的兩邊有屬於n型區及p型區的空間電荷區。在此空間電荷區中，幾乎沒有可移動的電子或電洞。帶正電的施體離子使靠近冶金接面的n型空間電荷區中有淨正電荷存在，而帶負電的受體離子使靠近冶金接面的p型空間電荷區中有淨負電荷存在。

# 本章總結

- ❖ 由於淨空間電荷的存在，空乏區中會有一個電場存在。電場的方向是由n型區指向p型區。
- ❖ 在空間電荷區的兩端有一個電位差存在。在零偏壓狀況下，此電位差稱為內建電位障，在熱平衡時，其可限制n型區的多數載子電子及p型區的多數載子電洞不進入另一區。
- ❖ 施加逆向偏壓於pn接面上(n型區相對於p型區為正電壓)，可增加pn接面的總電位障、空間電荷區的寬度以及空乏區的電場強度。

# 本章總結

- ❖ 當逆向偏壓的電壓改變時，空乏區的電荷數量也跟著改變。這種電荷數量隨電壓而改變的關係定義為接面電容量。
- ❖ 外加夠大的逆向偏壓時pn接面會發生累增崩潰現象，並產生一個非常大的逆向偏壓電流。我們推導pn接面崩潰電壓與摻雜濃度的函數關係。在單邊pn接面中，崩潰電壓由低摻雜區的摻雜濃度決定。
- ❖ 線性漸變接面為一種非均勻摻雜的pn接面。我們推導得其電場強度、內建電位障及接面電容的關係式。這些關係式與均勻摻雜接面的關係並不相同。

# 本章總結

- ❖ 利用特殊的摻雜分布可獲得特別的電容特性。超陡峭式接面為一種離冶金接面越遠處其摻雜濃度越低的接面。這種型式的接面可做為共振電路中所需的變容二極體。



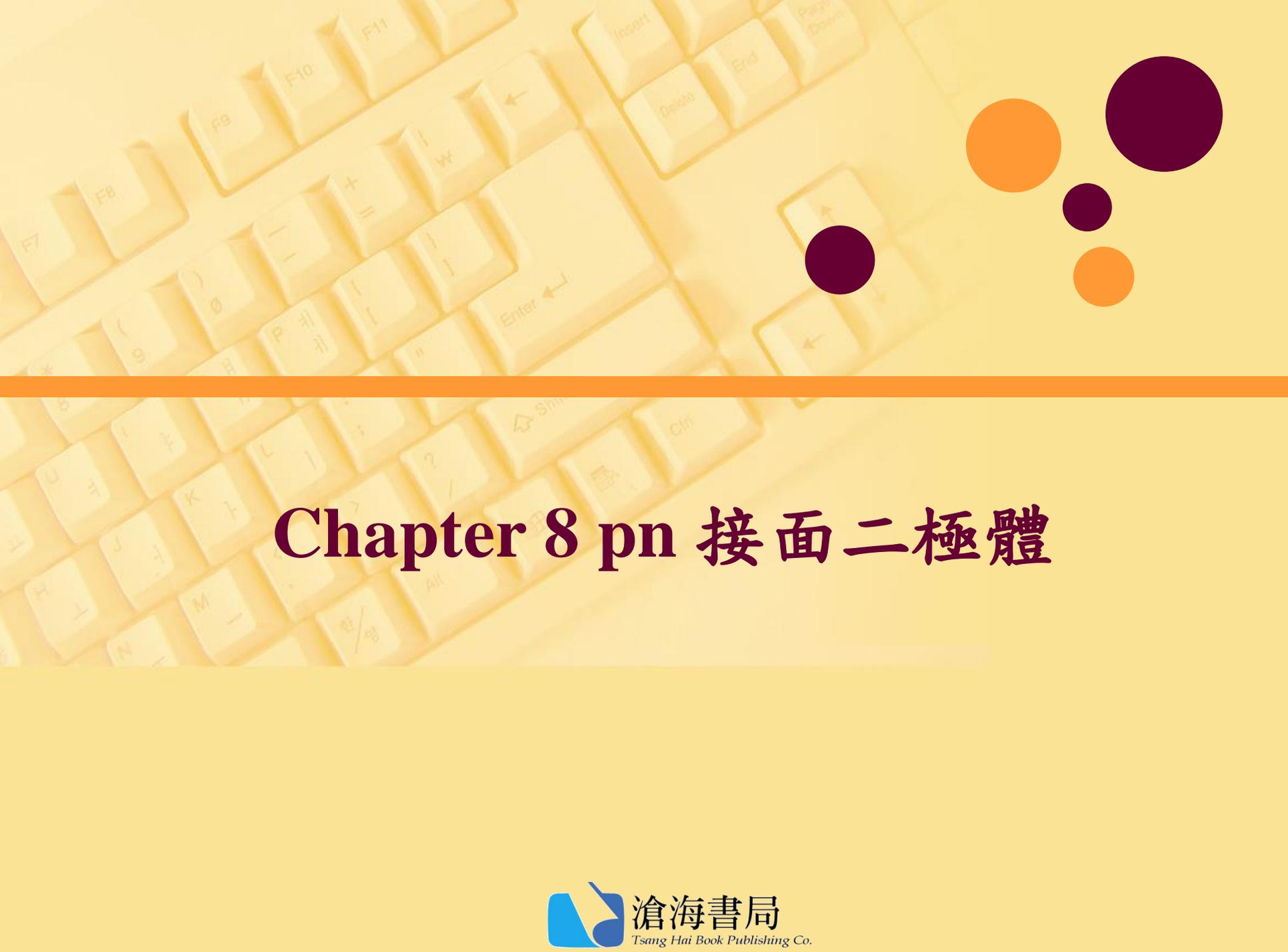












# Chapter 8 pn 接面二極體

# 本章預定討論內容

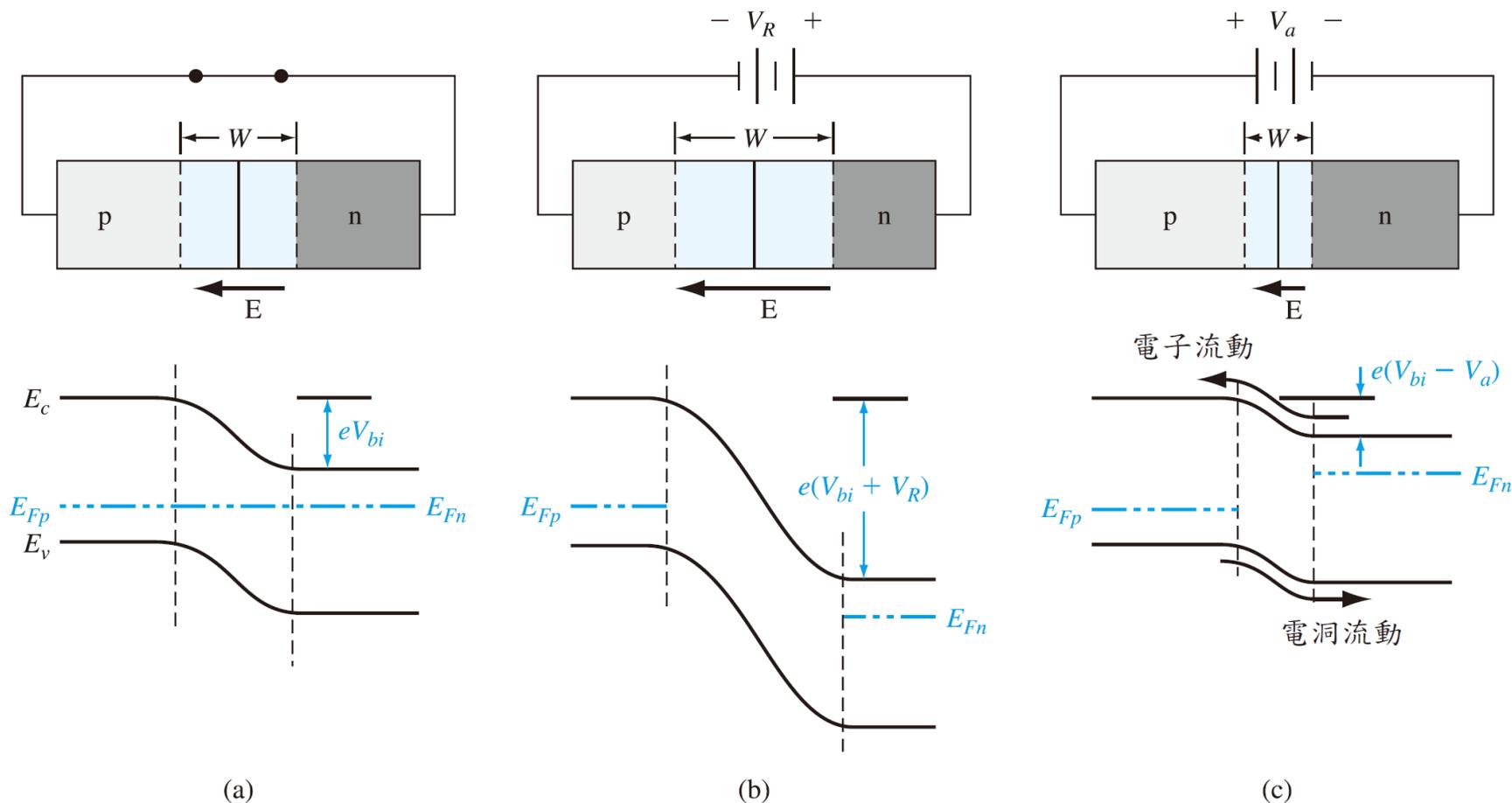
- ❖ 外加順向偏壓於pn接面時，電位障降低而使得部分的電子及電洞可以通過空間電荷區而產生二極體電流。
- ❖ 推導n區的過量電洞及自p區的過量電子的邊界條件，並分析這些過量載子在順偏時的行為表現。
- ❖ 推導理想pn接面二極體於順偏時的電流－電壓關係。
- ❖ 描述並分析pn接面二極體的非理想效應。

# 本章預定討論內容

- ❖ 發展出pn接面二極體的小信號等效電路。
- ❖ 討論大信號二極體的切換特性。
- ❖ 描述特殊pn接面的所謂穿隧二極體。

# 8.1 pn接面的電流

## ❖ 8.1.1 pn接面上電荷流動的定性描述



■ 圖 8.1 pn 接面及對應的能帶圖於：(a) 零偏壓；(b) 逆偏壓；及 (c) 順偏壓條件下

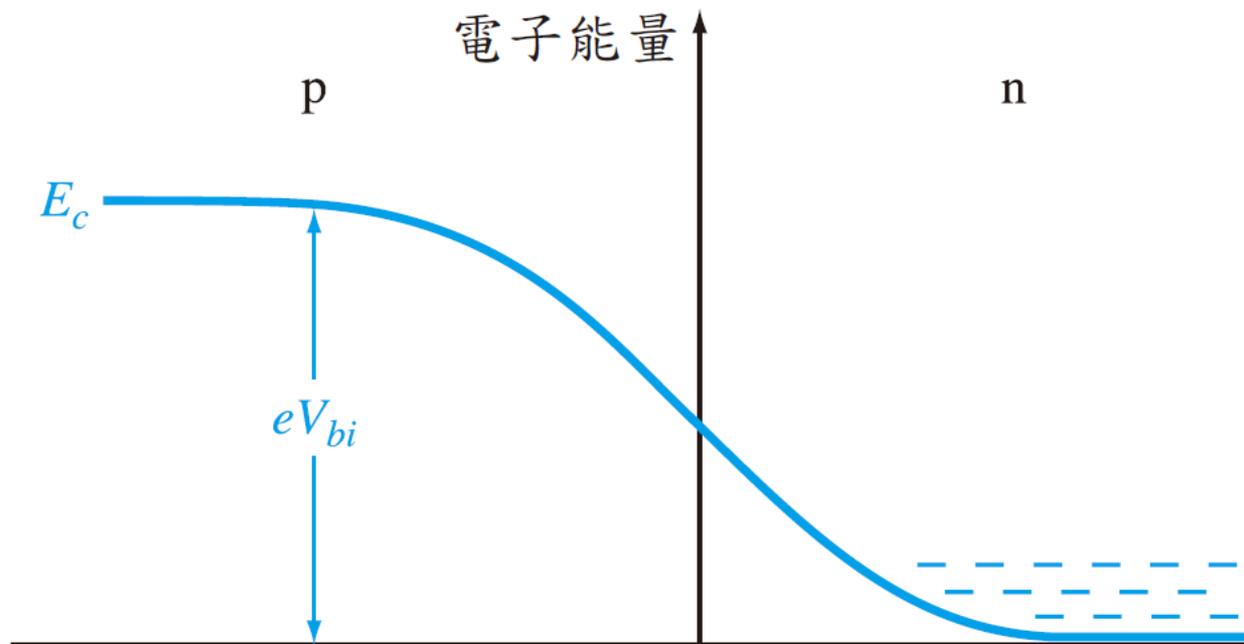
## 8.1.2 理想電流－電壓關係

1. 適用陡峭空乏區近似。空間電荷區有陡峭的邊界，在空乏區以外的半導體為電中性。
2. 利用馬克士威－波茲曼(Maxwell-Boltzmann)近似做載子統計。
3. 適用低階注入及完全游離的觀念。
- 4a. 整個pn結構的總電流為定值。
- 4b. 通過pn接面的電子電流及電洞電流均為連續性的。
- 4c. 在整個空乏區中，電子電流與電洞電流均為定值。

■ 表 8.1 本章常用的項目與記號

項目	意義
$N_a$	pn 介面中 p 型區的受體濃度
$N_d$	pn 介面中 n 型區的施體濃度
$n_{n0} = N_d$	熱平衡時 n 型區的多數載子電子的濃度
$p_{p0} = N_a$	熱平衡時 p 型區的多數載子電洞的濃度
$n_{p0} = n_i^2/N_a$	熱平衡時 p 型區的少數載子電子的濃度
$p_{n0} = n_i^2/N_d$	熱平衡時 n 型區的少數載子電洞的濃度
$n_p$	p 型區的少數載子電子的總濃度
$p_n$	n 型區的少數載子電洞的總濃度
$n_p(-x_p)$	空間電荷區靠近 p 型區邊緣處的少數載子電子的濃度
$p_n(x_n)$	空間電荷區靠近 n 型區邊緣處的少數載子電洞的濃度
$\delta n_p = n_p - n_{p0}$	p 型區的過量少數載子電子的濃度
$\delta p_n = p_n - p_{n0}$	n 型區的過量少數載子電洞的濃度

## 8.1.3 邊界條件



■ 圖 8.2 整個 pn 接面的傳導帶能量

# 邊界條件(續)

## ❖ 內建電位障

$$V_{bi} = V_t \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{n_i^2}{N_a N_d} = \exp \left( \frac{-eV_{bi}}{kT} \right)$$

若為完全游離的情形，

$$n_{n0} \approx N_d$$

其中 $n_{n0}$ 為熱平衡時n型區之多數載子電子的濃度。

# 邊界條件(續)

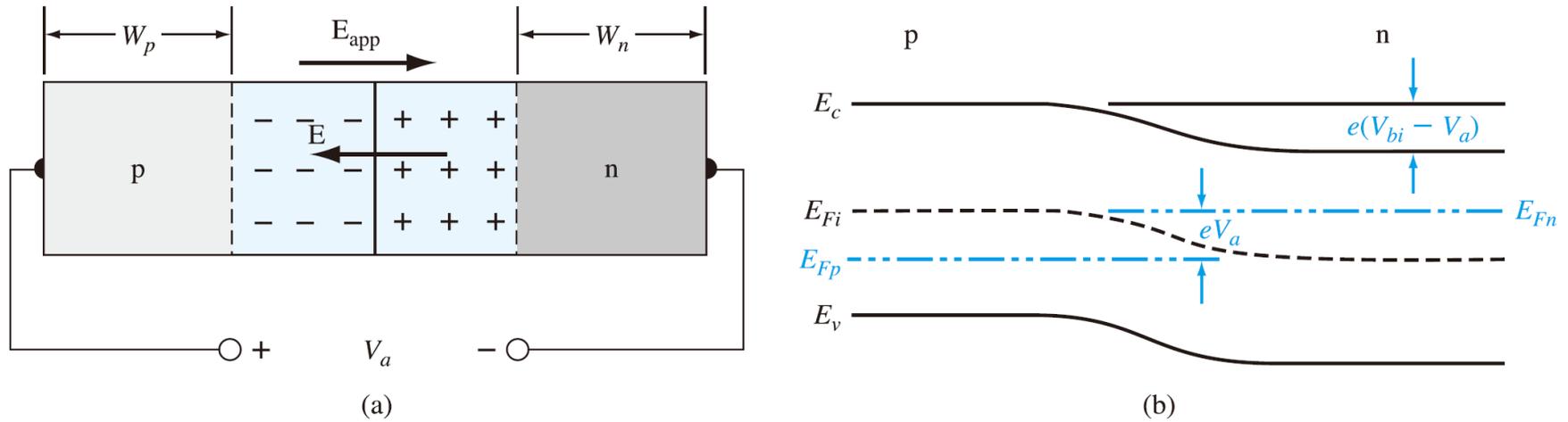
❖ 在p型區，

$$n_{p0} \approx \frac{n_i^2}{N_a}$$

其中 $n_{p0}$ 為熱平衡時少數載子電子的濃度。可得

$$n_{p0} = n_{n0} \exp\left(\frac{-eV_{bi}}{kT}\right)$$

# 邊界條件(續)



■ 圖 8.3 (a) 順向偏壓下的 pn 接面結構表現出的外加偏壓  $V_a$  與空間電荷造成的電場方向；(b) 順向偏壓下的 pn 接面之能帶圖

# 邊界條件(續)

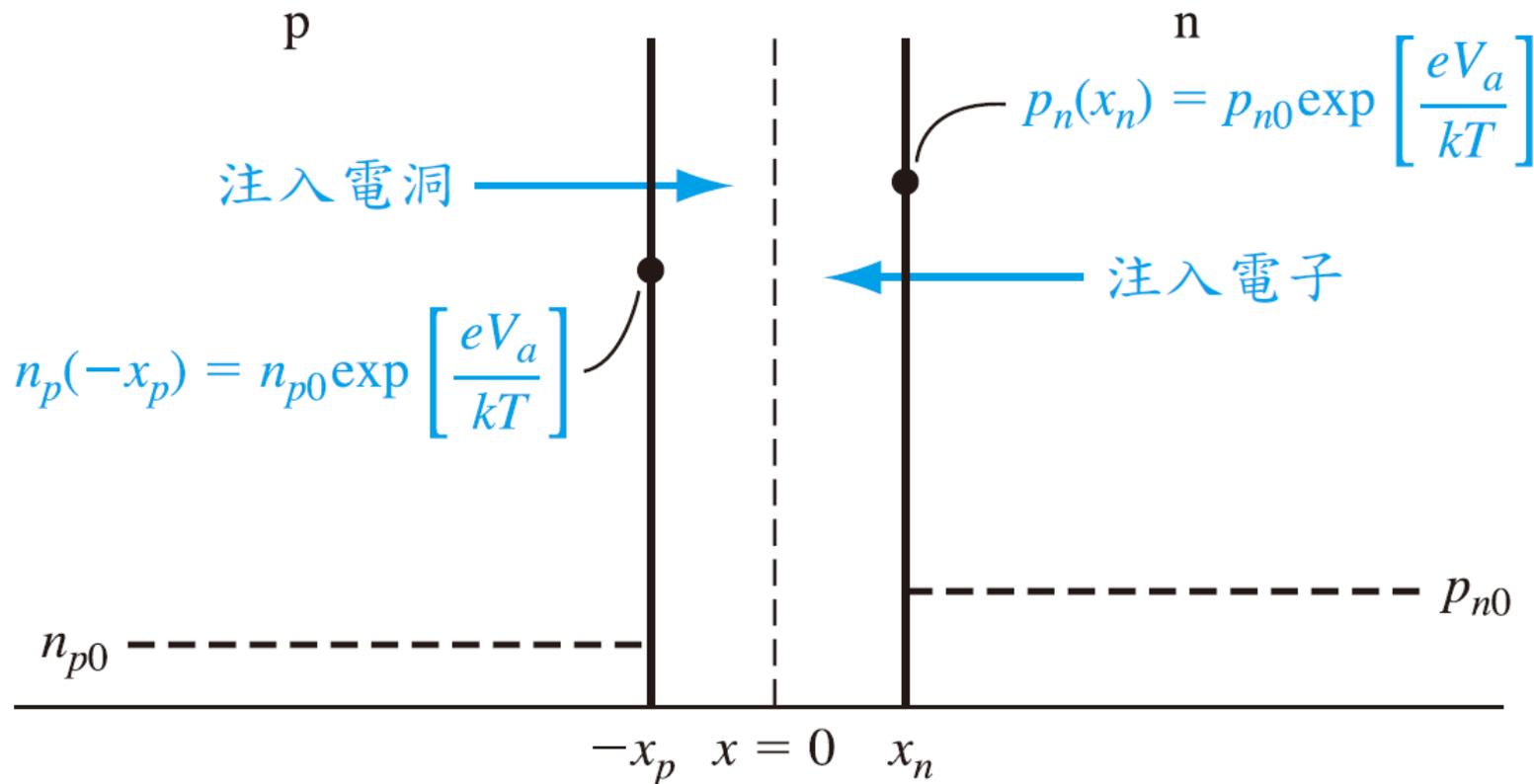
❖ 接面施加順向偏壓時，

$$n_p = n_{n0} \exp\left(\frac{-e(V_{bi} - V_a)}{kT}\right) = n_{n0} \exp\left(\frac{-eV_{bi}}{kT}\right) \exp\left(\frac{+eV_a}{kT}\right)$$

$$n_p = n_{p0} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

$$p_n = p_{n0} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

# 邊界條件(續)



■ 圖 8.4 順向偏壓在空間電荷區邊界產生的過量少數載子濃度

# 例題 8.1

## ■ 題說

考慮在  $T = 300 \text{ K}$  的 pn 接面，若其 n 型區摻雜濃度為  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，且其 p 型區摻雜濃度為  $N_a = 6 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，而施加於 pn 接面的順向偏壓為  $0.60 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

$$n_p(-x_p) = n_{po} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) \quad \text{及} \quad p_n(x_n) = p_{no} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

$$n_{po} = \frac{n_i^2}{N_a} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{6 \times 10^{15}} = 3.75 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{no} = \frac{n_i^2}{N_d} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{10^{16}} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$n_p(-x_p) = 3.75 \times 10^4 \exp\left(\frac{0.60}{0.0259}\right) = 4.31 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_n(x_n) = 2.25 \times 10^4 \exp\left(\frac{0.60}{0.0259}\right) = 2.59 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

## 8.1.4 少數載子的分布

❖ 一維情況下，雙極性傳輸方程式為

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p_n)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p_n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p_n}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p_n)}{\partial t}$$

其中  $\delta p_n = p_n - p_{n0}$  為過量少數載子電洞濃度，即是總少數載子濃度與熱平衡少數載子濃度的差值。雙極性傳輸方程式以時間與空間座標的函數來描述過量載子的行為。

# 少數載子的分布(續)

- ❖ 假定在電中性的p型與n型區中電場均為零。在 $x > x_n$ 的n型區中， $E = 0$ 且 $g' = 0$ 。若假定其為穩態， $\partial(\delta p_n) / \partial t = 0$ ，雙極性傳輸方程式可簡化為

$$\frac{d^2(\delta p_n)}{dx^2} - \frac{\delta p_n}{L_p^2} = 0 \quad (x > x_n)$$

其中  $L_p^2 = D_p \tau_{n0}$ 。

- ❖ p型區中的過量少數載子電子濃度可由下式決定：

$$\frac{d^2(\delta n_p)}{dx^2} - \frac{\delta n_p}{L_n^2} = 0 \quad (x < x_p)$$

其中  $L_p^2 = D_p \tau_{p0}$ 。

# 少數載子的分布(續)

❖ 全部的少數載子濃度的邊界條件為

$$p_n(x_n) = p_{n0} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

$$n_p(-x_p) = n_{p0} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

$$p_n(x \rightarrow +\infty) = p_{n0}$$

$$n_p(x \rightarrow -\infty) = n_{p0}$$

當少數載子由空間電荷區邊緣處擴散進入中性的半導體區域中，將會與多數載子進行復合。

# 少數載子的分布(續)

- ❖ 假定圖8.3a中的長度 $W_n$ 與 $W_p$ 非常長，即 $W_n \gg L_p$ 及 $W_p \gg L_n$ 。在距離空間電荷區很遠處過量少數載子濃度必須趨近於零，此種結構被稱為長pn界面。
- ❖ 過量少數載子濃度的一般解為

$$\delta p_n(x) = p_n(x) - p_{n0} = Ae^{x/L_p} + Be^{-x/L_p} \quad (x \geq x_n)$$

$$\delta n_p(x) = n_p(x) - n_{p0} = Ce^{x/L_n} + De^{-x/L_n} \quad (x \leq -x_p)$$

# 少數載子的分布(續)

❖ 由邊界條件可得係數A與D必須為零。係數B及C則也可由邊界條件來決定。對於( $x \geq x_n$ )的過量載子濃度，可得為

$$\delta p_n(x) = p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x_n - x}{L_p}\right)$$

而對於( $x \leq -x_p$ )，

$$\delta n_p(x) = n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x_p + x}{L_n}\right)$$

# 少數載子的分布(續)

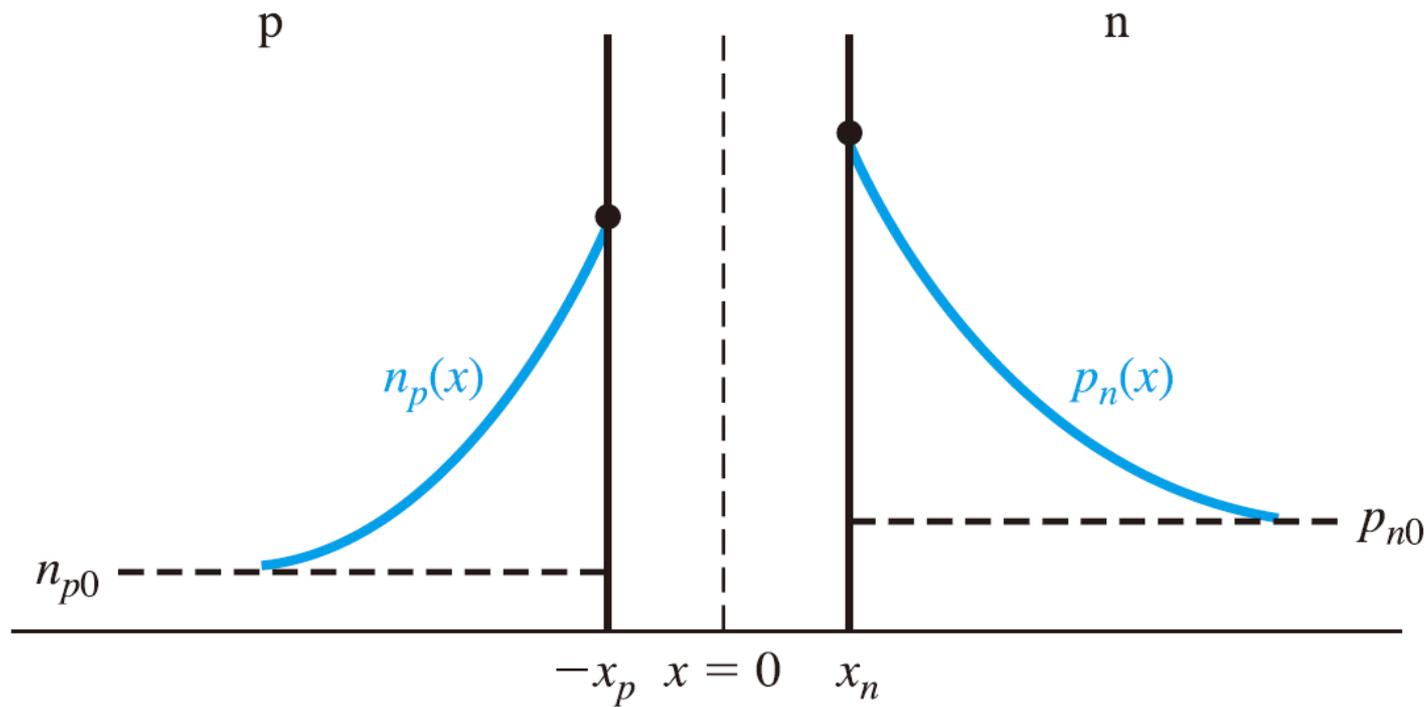


圖 8.5 順向偏壓下，pn 接面的穩態少數載子濃度分布

# 少數載子的分布(續)

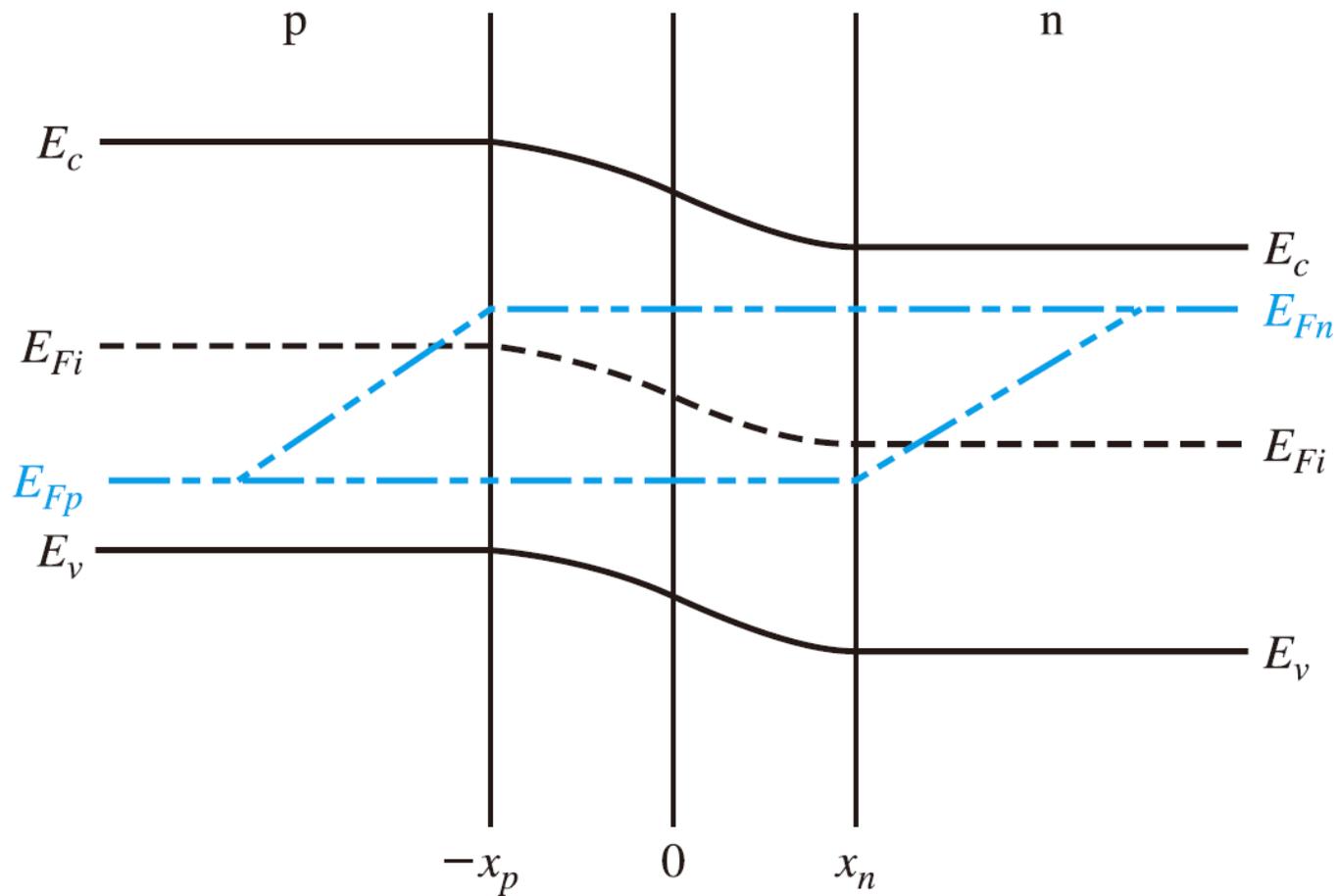
❖ 準費米能階與載子濃度的關係為

$$p = p_o + \delta p = n_i \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT}\right)$$

及

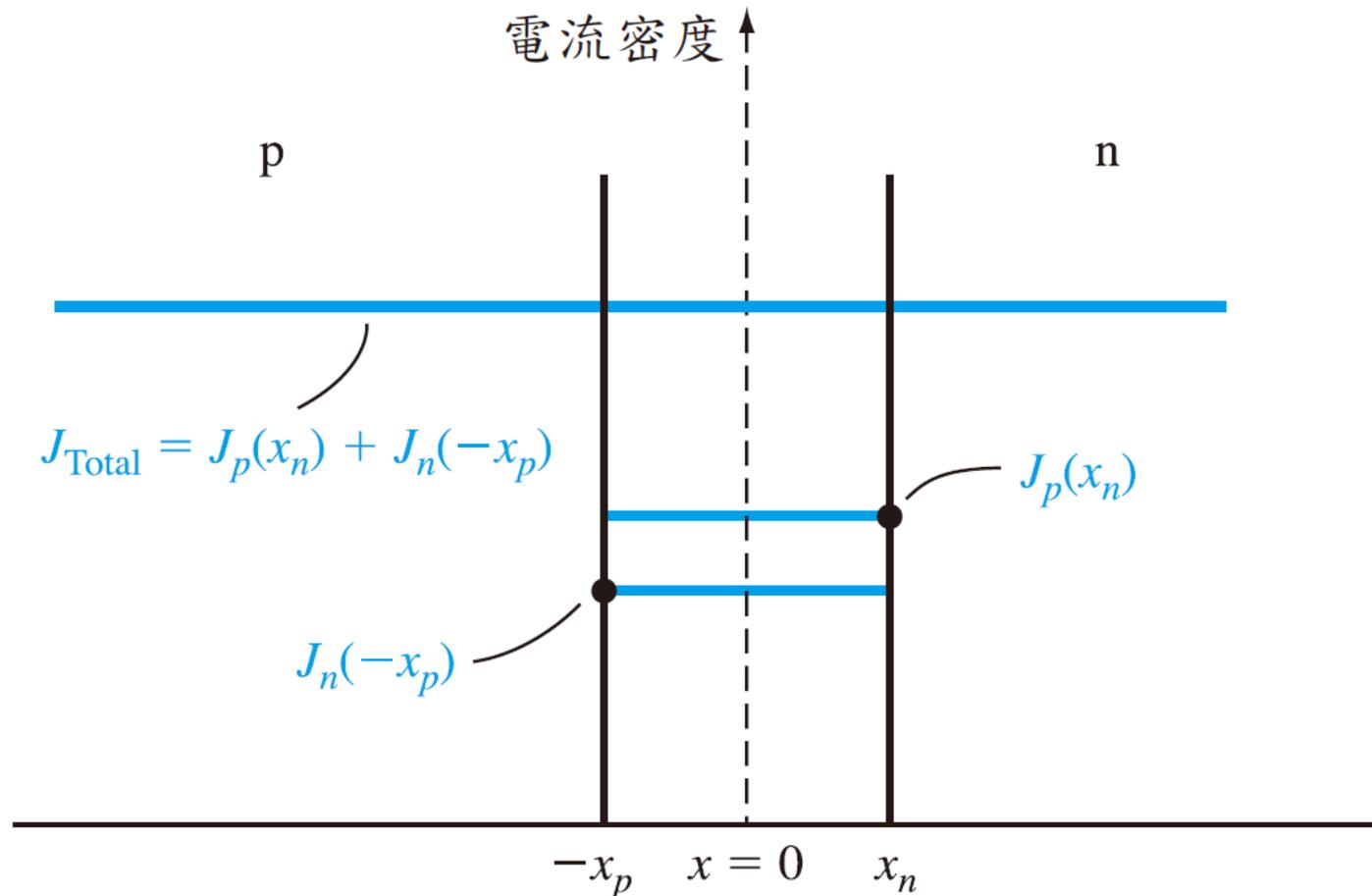
$$n = n_o + \delta n = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT}\right)$$

# 少數載子的分布(續)



■ 圖 8.6 準費米能階於順向偏壓的 pn 接面之分布

# 8.1.5 理想pn接面電流



■ 圖 8.7 pn 接面的空間電荷區中的電子電流密度與電洞電流密度

# 理想pn接面電流(續)

❖  $x = x_n$ 處的少數載子電洞的擴散電流密度

$$J_p(x_n) = -eD_p \left. \frac{dp_n(x)}{dx} \right|_{x=x_n}$$

假定各區域為均勻摻雜，熱平衡時的載子濃度為定值，因此電洞擴散電流密度可寫為

$$J_p(x_n) = -eD_p \left. \frac{d(\delta p_n(x))}{dx} \right|_{x=x_n}$$

$$J_p(x_n) = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

# 理想pn接面電流(續)

❖  $x = -x_p$  的電子擴散電流密度為

$$J_n(-x_p) = eD_n \left. \frac{d(\delta n_p(x))}{dx} \right|_{x=-x_p}$$

$$J_n(-x_p) = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

❖ 在pn接面中總電流密度為

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) = \left[ \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \right] \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

此為pn接面的理想電流－電壓關係。

# 理想pn接面電流(續)

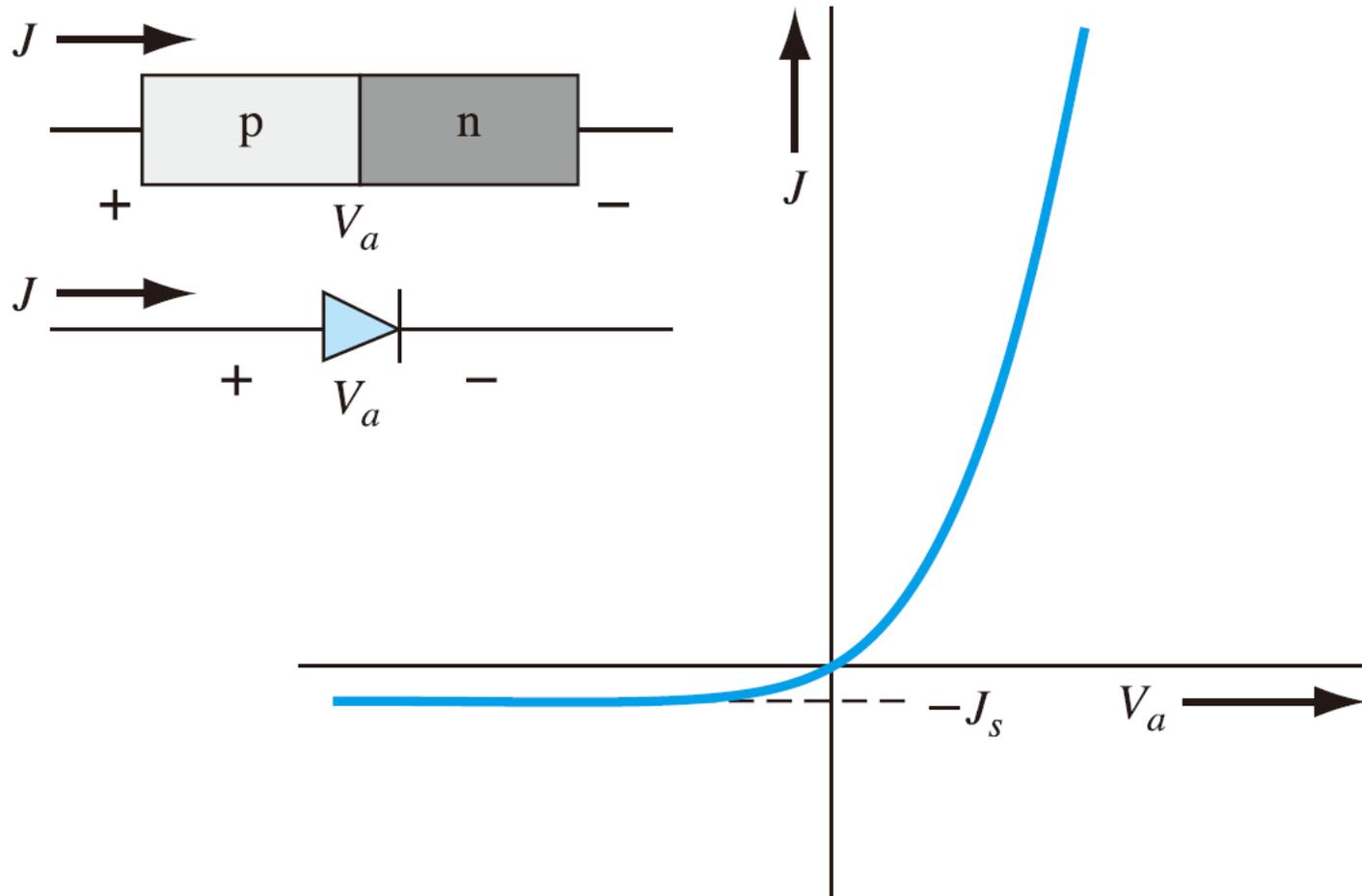
❖ 定義一參數 $J_s$ 為

$$J_s = \left[ \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \right]$$

理想二極體方程式可寫為

$$J = J_s \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

# 理想pn接面電流(續)



■ 圖 8.8 pn 接面二極體的理想電流—電壓特性

# 例題 8.2

## ■ 題說

考慮具有以下參數的一矽 pn 接面：

$$\begin{aligned}N_a = N_d &= 10^{16} \text{ cm}^{-3} & n_i &= 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \\D_n &= 25 \text{ cm}^2/\text{s} & \tau_{p0} = \tau_{n0} &= 5 \times 10^{-7} \text{ s} \\D_p &= 10 \text{ cm}^2/\text{s} & \epsilon_r &= 11.7\end{aligned}$$

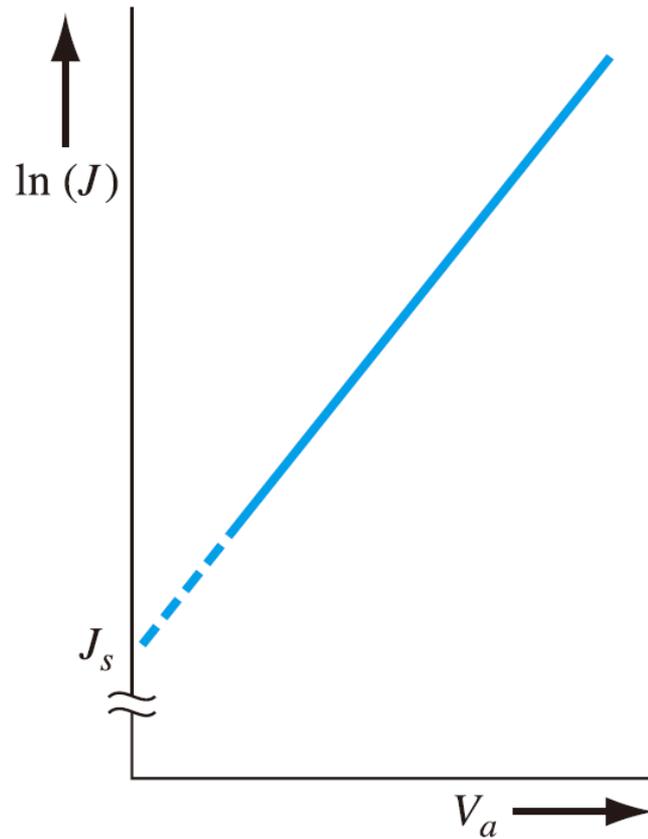
## ■ 解答

$$J_s = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{eD_p p_{n0}}{L_p}$$
$$J_s = en_i^2 \left( \frac{1}{N_a} \sqrt{\frac{D_n}{\tau_{n0}}} + \frac{1}{N_d} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_{p0}}} \right)$$

$$J_s = (1.6 \times 10^{-19})(1.5 \times 10^{10})^2 \left( \frac{1}{10^{16}} \sqrt{\frac{25}{5 \times 10^{-7}}} + \frac{1}{10^{16}} \sqrt{\frac{10}{5 \times 10^{-7}}} \right)$$

$$J_s = 4.16 \times 10^{-11} \text{ A/cm}^2$$

# 理想pn接面電流(續)



■ 圖 8.9 電流表示於對數座標上的理想 pn 接面二極體之電流－電壓特性

# 例題 8.3

## ■ 題說

考慮一矽 pn 接面二極體在  $T = 300 \text{ K}$  時。設計此二極體使其在順偏為  $V_a = 0.65 \text{ V}$  時， $J_n = 20 \text{ A/cm}^2$  且  $J_p = 5 \text{ A/cm}^2$ 。假定其餘的半導體參數與例題 8.2 的參數相同。

## ■ 解答

$$J_n = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] = e \sqrt{\frac{D_n}{\tau_{n0}}} \cdot \frac{n_i^2}{N_a} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$20 = (1.6 \times 10^{-19}) \sqrt{\frac{25}{5 \times 10^{-7}}} \cdot \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{N_a} \left[ \exp\left(\frac{0.65}{0.0259}\right) - 1 \right]$$

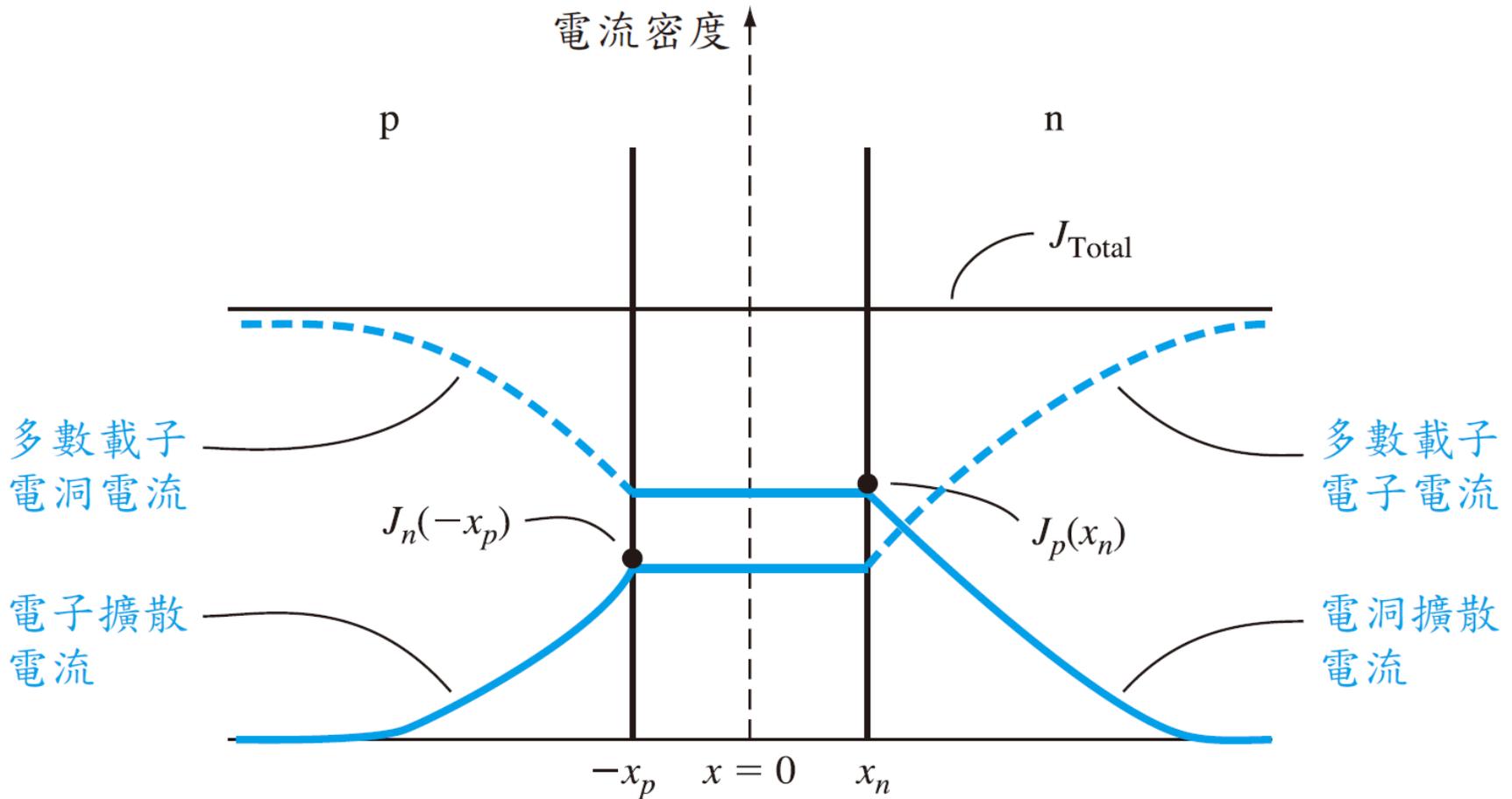
$$N_a = 1.01 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$J_p = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] = e \sqrt{\frac{D_p}{\tau_{p0}}} \cdot \frac{n_i^2}{N_d} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$5 = (1.6 \times 10^{-19}) \sqrt{\frac{10}{5 \times 10^{-7}}} \cdot \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{N_d} \left[ \exp\left(\frac{0.65}{0.0259}\right) - 1 \right]$$

$$N_d = 2.55 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

# 物理性的總結(續)



■ 圖 8.10 二極體順偏下，理想的通過 pn 接面的電子、電洞電流分量

# 8.1.7 溫度效應

## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，考慮一初始偏壓為  $0.60 \text{ V}$  的矽 pn 接面。假定溫度增加至  $T = 310 \text{ K}$ 。若要維持電流不變，則順向偏壓需改變若干？

## ■ 解答

$$J \propto \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right) \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{\exp(-E_g/kT_2) \exp(eV_{a2}/kT_2)}{\exp(-E_g/kT_1) \exp(eV_{a1}/kT_1)}$$

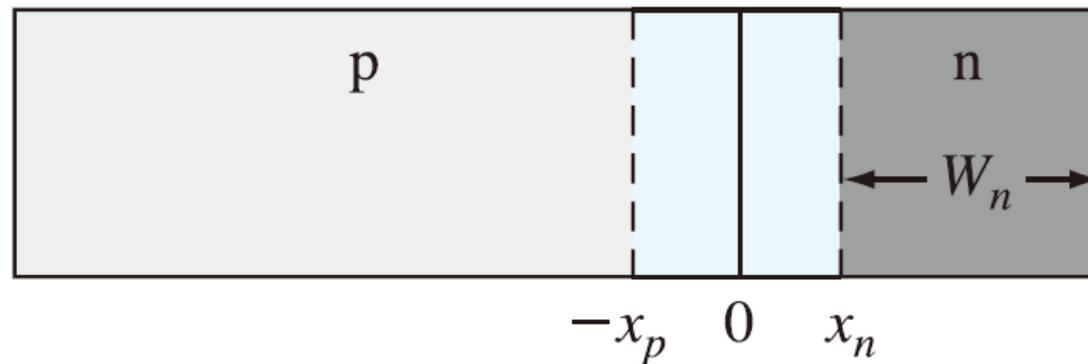
$$\frac{E_g - eV_{a2}}{kT_2} = \frac{E_g - eV_{a1}}{kT_1}$$

$$\frac{1.12 - V_{a2}}{310} = \frac{1.12 - 0.60}{300}$$

$$V_{a2} = 0.5827 \text{ V}$$

## 8.1.8 「短」二極體

❖ 長度  $W_n$  遠小於少數載子電洞的擴散長度  $L_p$ 。



■ 圖 8.11 「短」二極體的幾何結構

# 「短」二極體(續)

- ❖ 在n型區中的穩態過量少數載子電洞濃度是由下式決定的，

$$\frac{d^2(\delta p_n)}{dx^2} - \frac{\delta p_n}{L_p^2} = 0$$

在 $x = x_n$ 處邊界條件為

$$p_n(x_n) = p_{n0} \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$$

我們需要第二個邊界條件。假定在 $x = (x_n + W_n)$ 處存在有歐姆接點(ohmic contact)，其具有無窮大的表面復合速度，因此過量少數載子濃度為零。

# 「短」二極體(續)

❖ 第二個邊界條件可寫為

$$p_n(x = x_n + W_n) = p_{n0}$$

過量少數載子電洞濃度:

$$\delta p_n(x) = p_n(x) - p_{n0} = Ae^{x/L_p} + Be^{-x/L_p} \quad (x \geq x_n)$$

$$\delta p_n(x) = p_{n0} \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right] \frac{\sinh[(x_n + W_n - x)/L_p]}{\sinh[W_n/L_p]}$$

## 8.2 產生－復合電流及高階注入

### ❖ 8.2.1 產生－復合電流

- 由蕭克萊－里德－霍爾復合理論，過量電子與電洞的復合速率可寫為

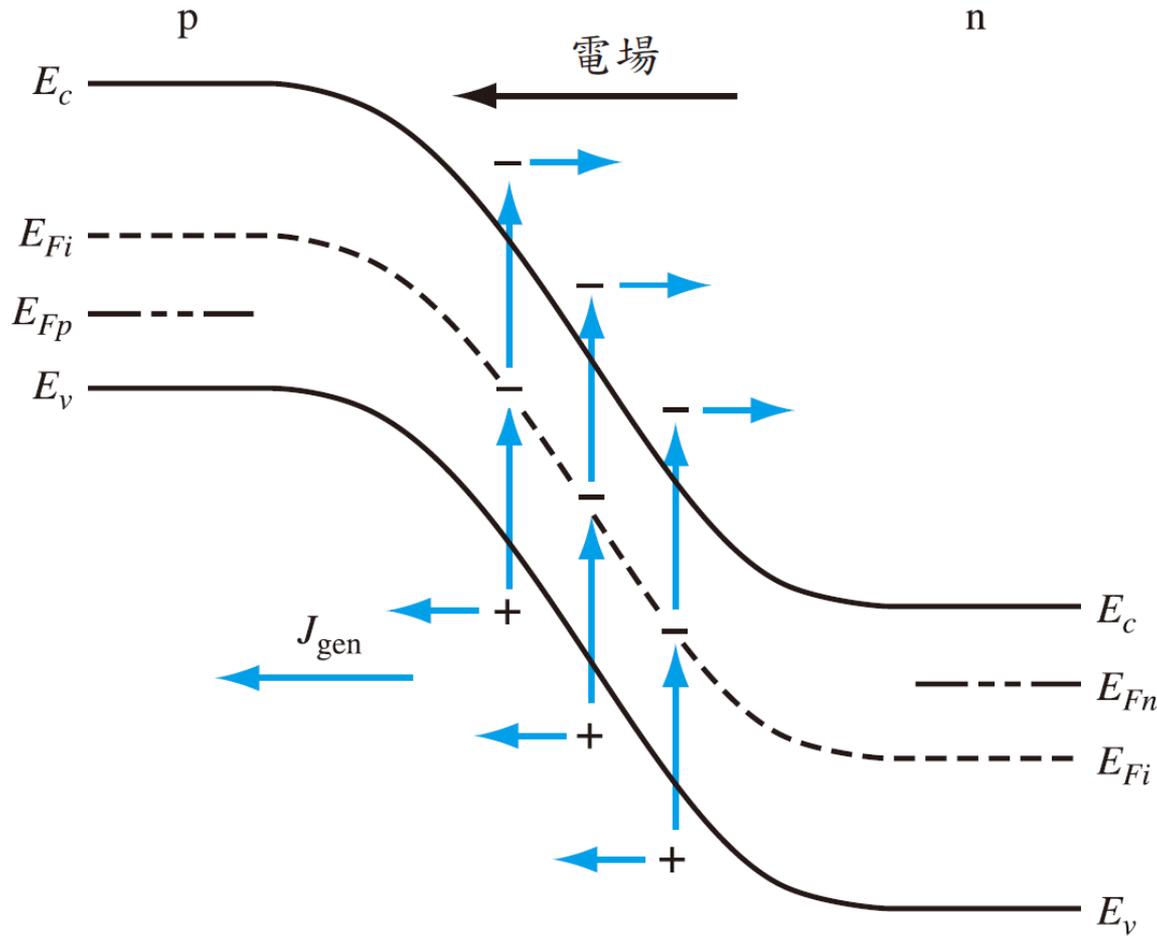
$$R = \frac{C_n C_p N_t (np - n_i^2)}{C_n (n + n') + C_p (p + p')}$$

其中，參數n與p分別為電子與電洞的濃度。

### ❖ 逆向偏壓產生電流

$$R = \frac{-C_n C_p N_t n_i^2}{C_n n' + C_p p'}$$

# 產生一復合電流及高階注入(續)



■ 圖 8.12 在逆向偏壓 pn 接面中的產生過程

# 產生一復合電流及高階注入(續)

- ❖ 計算逆向偏壓的產生電流密度。若做簡化的假設且讓陷阱能階位於本質費米能階，可得  $n' = n_i$  與  $p' = n_i$ 。逆向偏壓產生電流為

$$R = \frac{-n_i}{\frac{1}{N_t C_p} + \frac{1}{N_t C_n}}$$

- ❖ 由生命期定義，可將上式寫為

$$R = \frac{-n_i}{\tau_{p0} + \tau_{n0}}$$

# 產生—復合電流及高階注入(續)

❖ 若定義一個新的生命期為  $\tau_{p0}$  與  $\tau_{n0}$  的平均值，或

$$\tau_0 = \frac{\tau_{p0} + \tau_{n0}}{2}$$

則復合速率可寫為

$$R = \frac{-n_i}{2\tau_0} \equiv -G$$

此負的復合速率表示其為一產生速率，因此  $G$  為在空間電荷區電子與電洞的產生速率。

# 產生一復合電流及高階注入(續)

❖ 產生電流密度可由下式決定：

$$J_{\text{gen}} = \int_0^W e G dx$$

此處的積分是對空間電荷區加以積分。若在整個空間電荷區中產生速率為一定值，則可得

$$J_{\text{gen}} = \frac{en_i W}{2\tau_0}$$

❖ 總逆向偏壓電流密度為理想的逆向飽和電流密度加上產生電流密度，或

$$J_R = J_s + J_{\text{gen}}$$

# 例題 8.6

## ■ 題說

考慮一個矽 pn 接面於  $T = 300 \text{ K}$  時，其參數為  $D_n = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D_p = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $N_a = N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  及  $\tau_0 = \tau_{n0} = \tau_{p0} = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$ 。並設此二極體於逆向偏壓  $V_R = 5 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

$$V_{bi} = V_t \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) = (0.0259) \ln \left[ \frac{(10^{16})(10^{16})}{(1.5 \times 10^{10})^2} \right] = 0.695 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} W &= \left\{ \frac{2 \epsilon_s (V_{bi} + V_R)}{e} \left( \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ \frac{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.695 + 5)}{1.6 \times 10^{-19}} \left[ \frac{10^{16} + 10^{16}}{(10^{16})(10^{16})} \right] \right\}^{1/2} \\ &= 1.214 \times 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned}$$

# 例題 8.6

$$J_{\text{gen}} = \frac{en_i W}{2\tau_0} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(1.5 \times 10^{10})(1.214 \times 10^{-4})}{2(5 \times 10^{-7})}$$

$$J_{\text{gen}} = 2.914 \times 10^{-7} \text{ A/cm}^2$$

$$\frac{J_{\text{gen}}}{J_s} = \frac{2.914 \times 10^{-7}}{4.155 \times 10^{-11}} \cong 7 \times 10^3$$

# 產生一復合電流及高階注入(續)

## ❖ 順向偏壓復合電流

➤ 電子與電洞的復合速率為

$$R = \frac{C_n C_p N_t (np - n_i^2)}{C_n (n + n') + C_p (p + p')}$$

➤ 將分子與分母同除以  $C_n C_p N_t$  且使用  $\tau_{n0}$  與  $\tau_{p0}$  的定義，復合速率可寫為

$$R = \frac{np - n_i^2}{\tau_{p0} (n + n') + \tau_{n0} (p + p')}$$

# 產生一復合電流及高階注入(續)

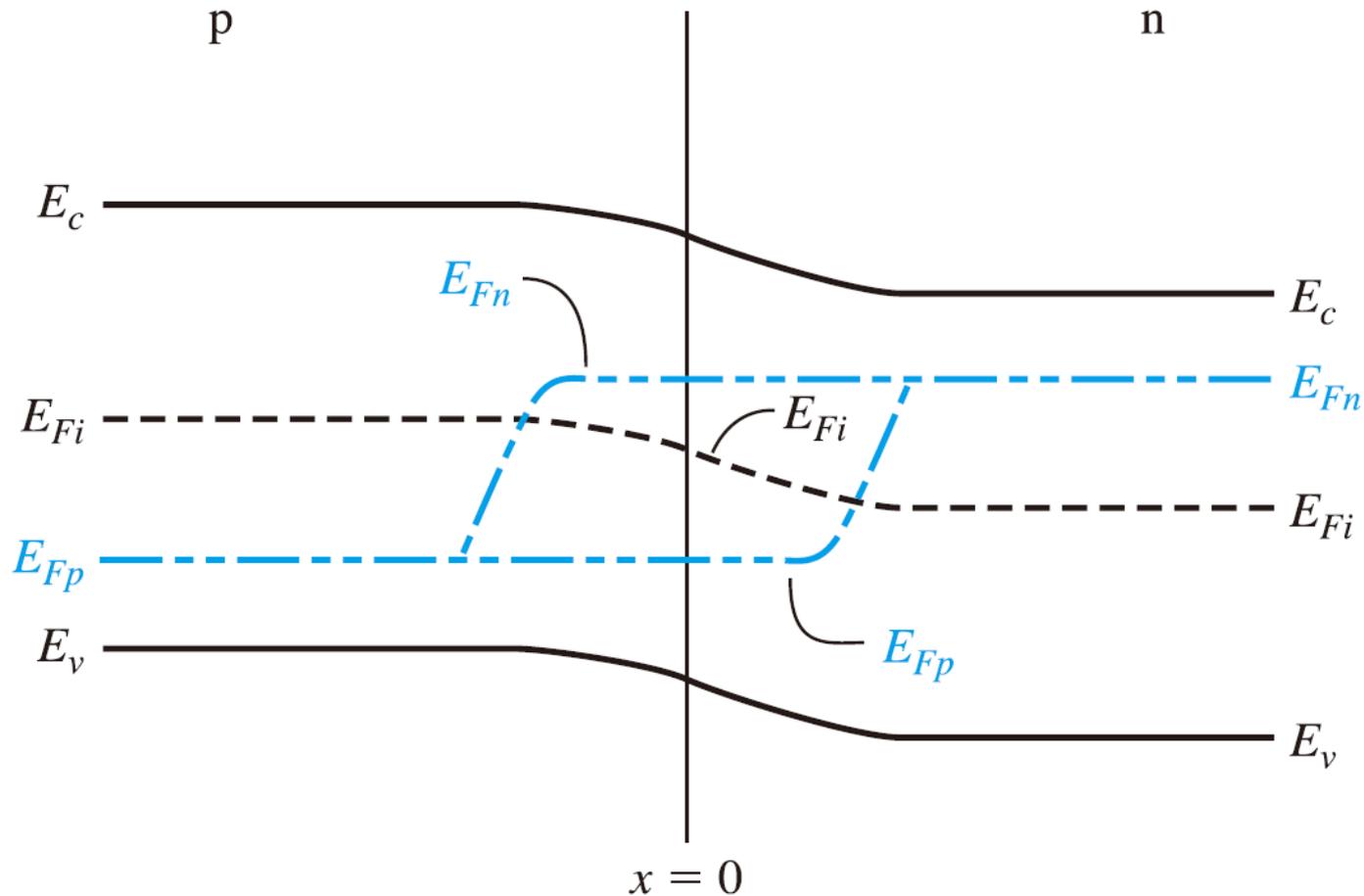


圖 8.13 包含準費米能階的順向偏壓之 pn 接面能帶圖

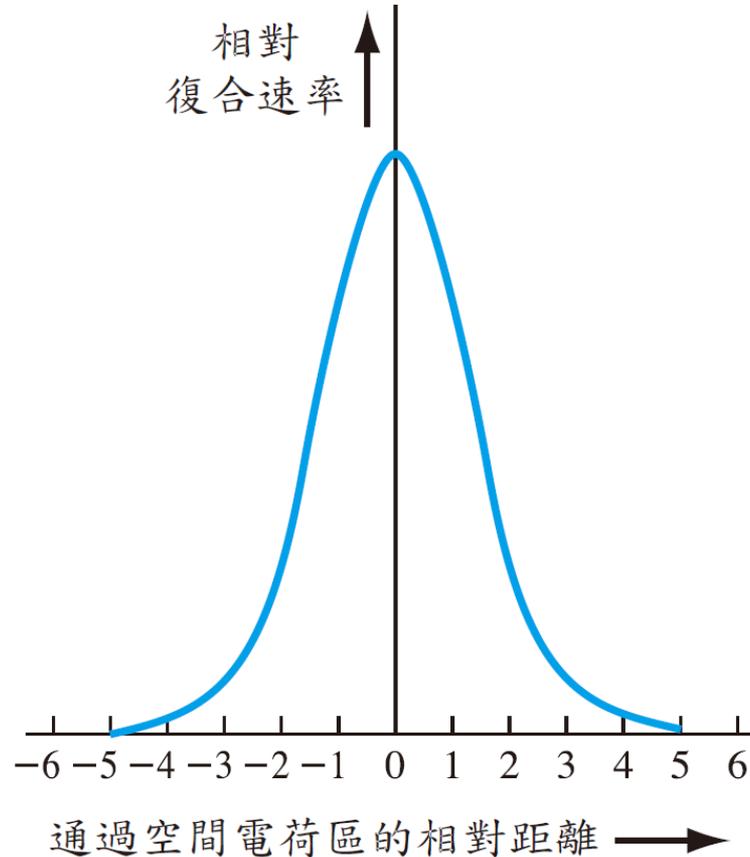
# 產生一復合電流及高階注入(續)

❖ 由圖8.13，可注意到在空乏區中

$$(E_{Fn} - E_{Fi}) + (E_{Fi} - E_{Fp}) = eV_a$$

其中 $V_a$ 為外加順向偏壓電壓的大小。假定陷阱能階位在本質費米能階，則 $n' = p' = n_i$ 。圖8.14顯示為通過空間電荷區距離的函數與復合速率的相對大小。在冶金接面( $x = 0$ )處會出現一個陡峭的峰值。

# 產生一復合電流及高階注入(續)



■ 圖 8.14 在一個順向偏壓 pn 接面的空間電荷區中，復合速率的相對大小

# 產生一復合電流及高階注入(續)

❖ 在空間電荷區的中央，我們得到

$$E_{Fn} - E_{Fi} = E_{Fi} - E_{Fp} = \frac{eV_a}{2}$$

得到

$$n = n_i \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

與

$$p = n_i \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

# 產生一復合電流及高階注入(續)

❖ 假定  $n' = p' = n_i$  與  $\tau_{n0} = \tau_{p0} = \tau_0$ ，復合速率可寫為

$$R_{\max} = \frac{n_i [\exp(eV_a/kT) - 1]}{2\tau_0 [\exp(eV_a/2kT) + 1]}$$

此為電子與電洞的最大復合速率，且其發生在順向偏壓pn接面的中央處。若我們假定  $V_a \gg kT/e$ ，則可以忽略在分子中的(-1)項與分母中的(+1)項，上式變為

$$R_{\max} = \frac{n_i}{2\tau_0} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

# 產生一復合電流及高階注入(續)

❖ 復合電流密度可由下式計算得到：

$$J_{\text{rec}} = \int_0^W eR dx$$

❖ 在空間電荷區的復合電流密度可寫成

$$J_{\text{rec}} = ex' \frac{n_i}{2\tau_0} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

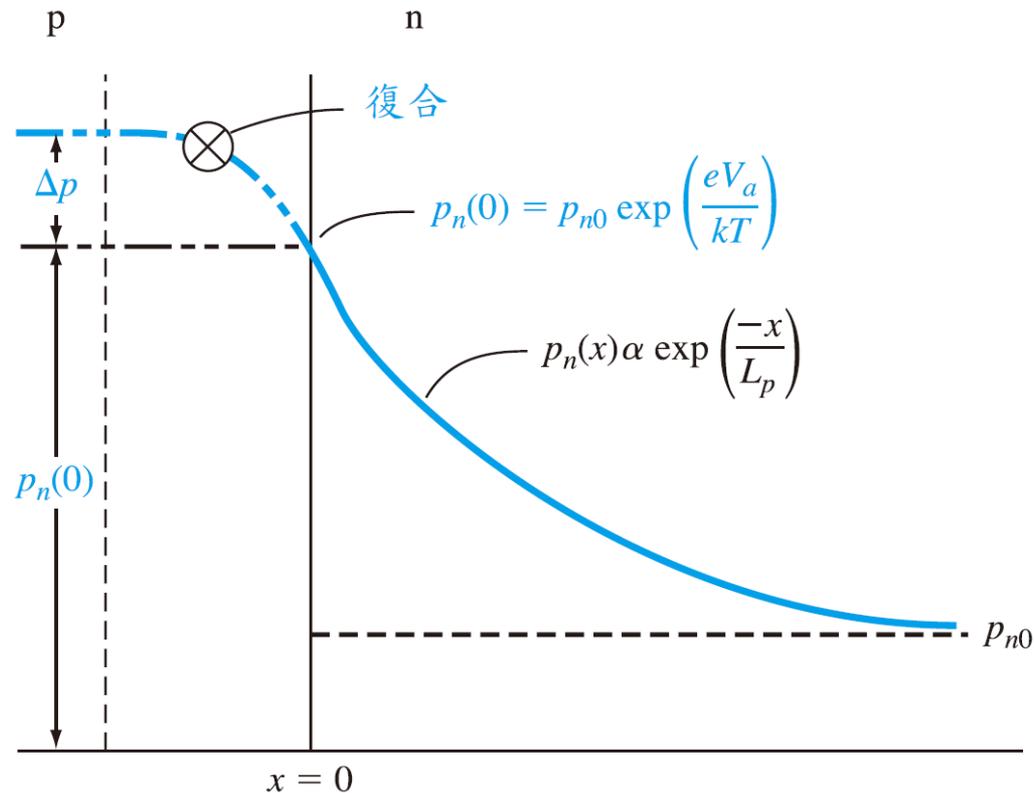
其中  $x'$  為最大復合速率有效的長度。習慣上會寫成

$$J_{\text{rec}} = \frac{eWn_i}{2\tau_0} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right) = J_{r0} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

其中  $W$  為空間電荷區的寬度。

# 產生一復合電流及高階注入(續)

## ❖ 順向偏壓總電流



■ 圖 8.15 因為復合作用，會有額外的電洞由 p 型區注入空間電荷區以建立在 n 型區中少數載子電洞的濃度

# 產生一復合電流及高階注入(續)



$$\ln J_{\text{rec}} = \ln J_{r0} + \frac{eV_a}{2kT} = \ln J_{r0} + \frac{V_a}{2V_t}$$

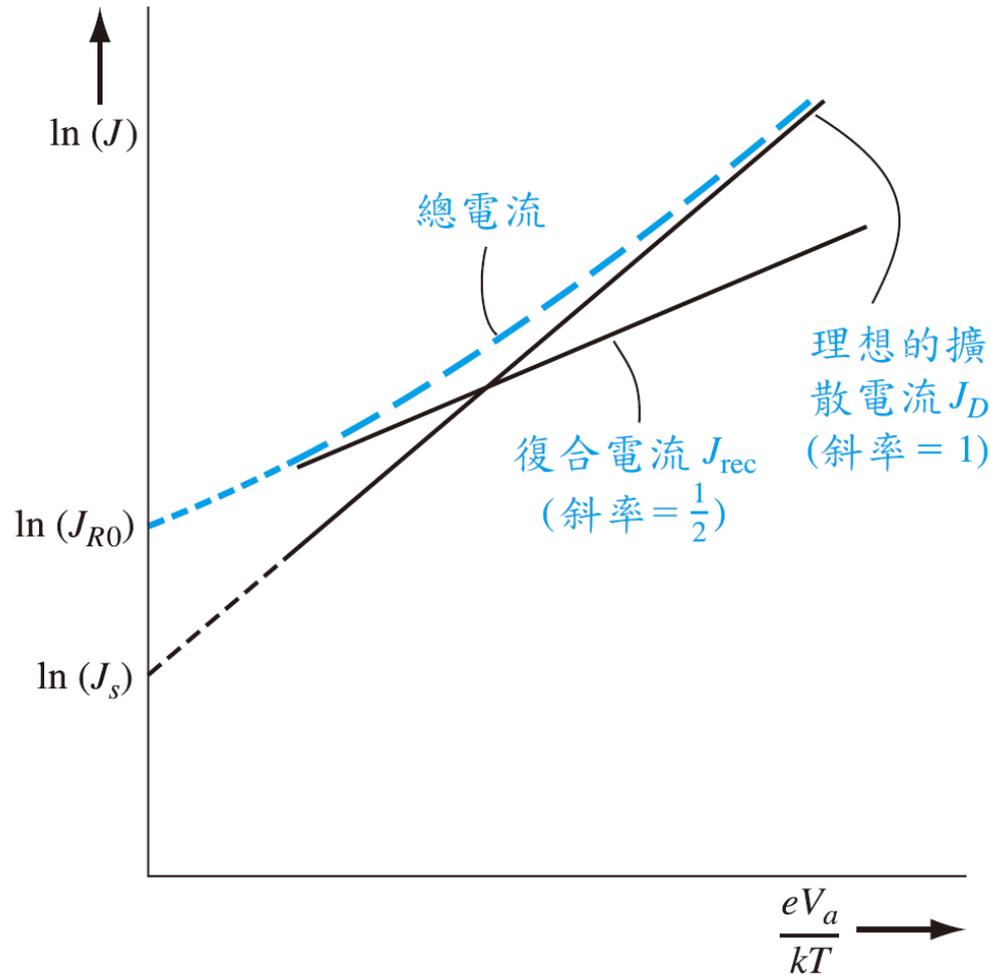
$$\ln J_D = \ln J_s + \frac{eV_a}{kT} = \ln J_s + \frac{V_a}{V_t}$$

❖ 一般而言，二極體電流－電壓關係可寫為

$$I = I_s \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{nkT}\right) - 1 \right]$$

其中參數 $n$ 稱為理想因數(ideality factor)。

# 產生一復合電流及高階注入(續)



■ 圖 8.16 順向偏壓下 pn 接面的理想擴散、復合及總電流

## 8.2.2 高階注入

- ❖ 在順向偏壓的情況下，當偏壓增加時，過量載子的濃度會增加，乃至等量於或更甚的大於多數載子的濃度。可得在空乏區邊緣

$$np = n_i^2 \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right)$$

- ❖ 由於  $n = n_o + \delta n$  及  $p = p_o + \delta p$ ，因此

$$(n_o + \delta n)(p_o + \delta p) = n_i^2 \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right)$$

# 高階注入(續)

- ❖ 在高階注入時，會有  $\delta n > n_o$  和  $\delta p > p_o$  之一或兩者的結果產生，因此可近似為

$$(\delta n)(\delta p) \cong n_i^2 \exp\left(\frac{V_a}{V_t}\right)$$

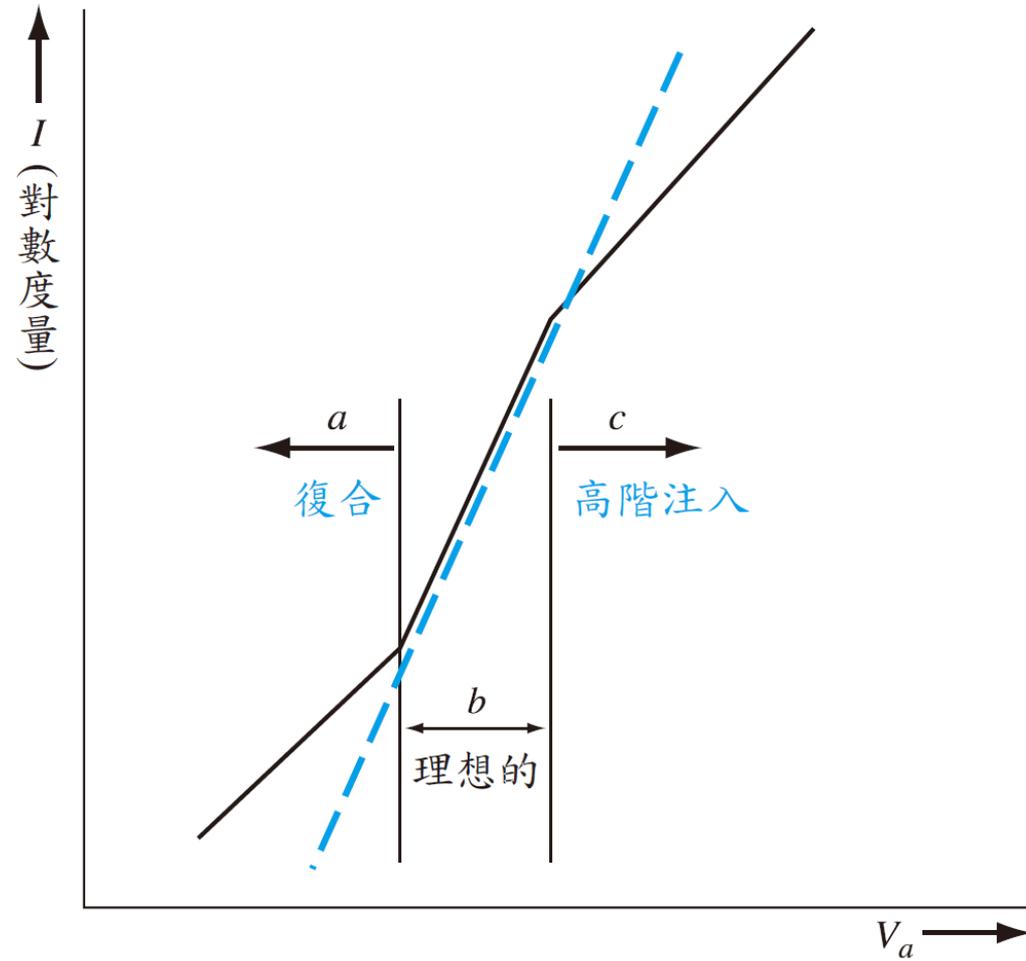
因為  $\delta n = \delta p$ ，所以

$$\delta n = \delta p \cong n_i \exp\left(\frac{V_a}{2V_t}\right)$$

- ❖ 二極體的電流正比於過量載子的濃度，因此在高階注入的條件下，我們可得

$$I \propto \exp\left(\frac{V_a}{2V_t}\right)$$

# 高階注入(續)

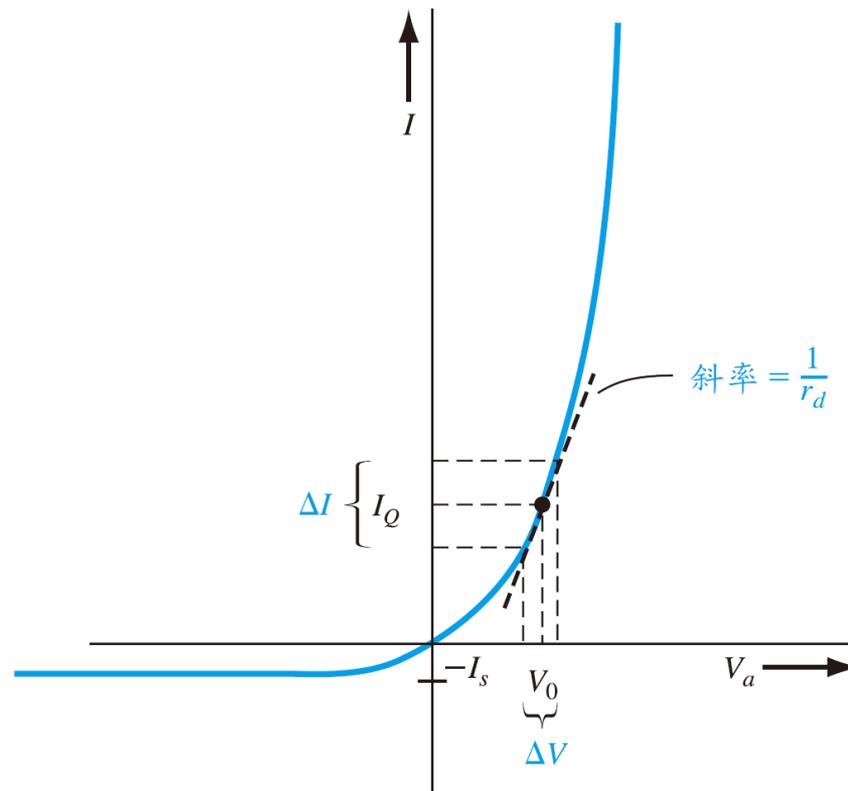


■ 圖 8.17 小順偏至大順偏下的二極體電流對電壓的關係

# 8.3 pn接面的小信號模型

## ❖ 8.3.1 擴散電阻

$$I_D = I_s \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$



# 擴散電阻(續)

❖ 在非常微小的正弦電流與正弦電壓的極限情況下，小信號的增量電導就是直流電流—電壓曲線的斜率，或

$$g_d = \left. \frac{dI_D}{dV_a} \right|_{V_a=V_0}$$

增量電導的倒數為增量電阻(incremental resistance)，定義為

$$r_d = \left. \frac{dV_a}{dI_D} \right|_{I_D=I_{DQ}}$$

其中 $I_{DQ}$ 為直流靜態二極體電流。

# 擴散電阻(續)

❖ 若我們假定二極體所加的順向偏壓夠大，則增量電導變為

$$g_d = \left. \frac{dI_D}{dV_a} \right|_{V_a=V_0} = \left( \frac{e}{kT} \right) I_s \exp\left( \frac{eV_0}{kT} \right) \approx \frac{I_{DQ}}{V_t}$$

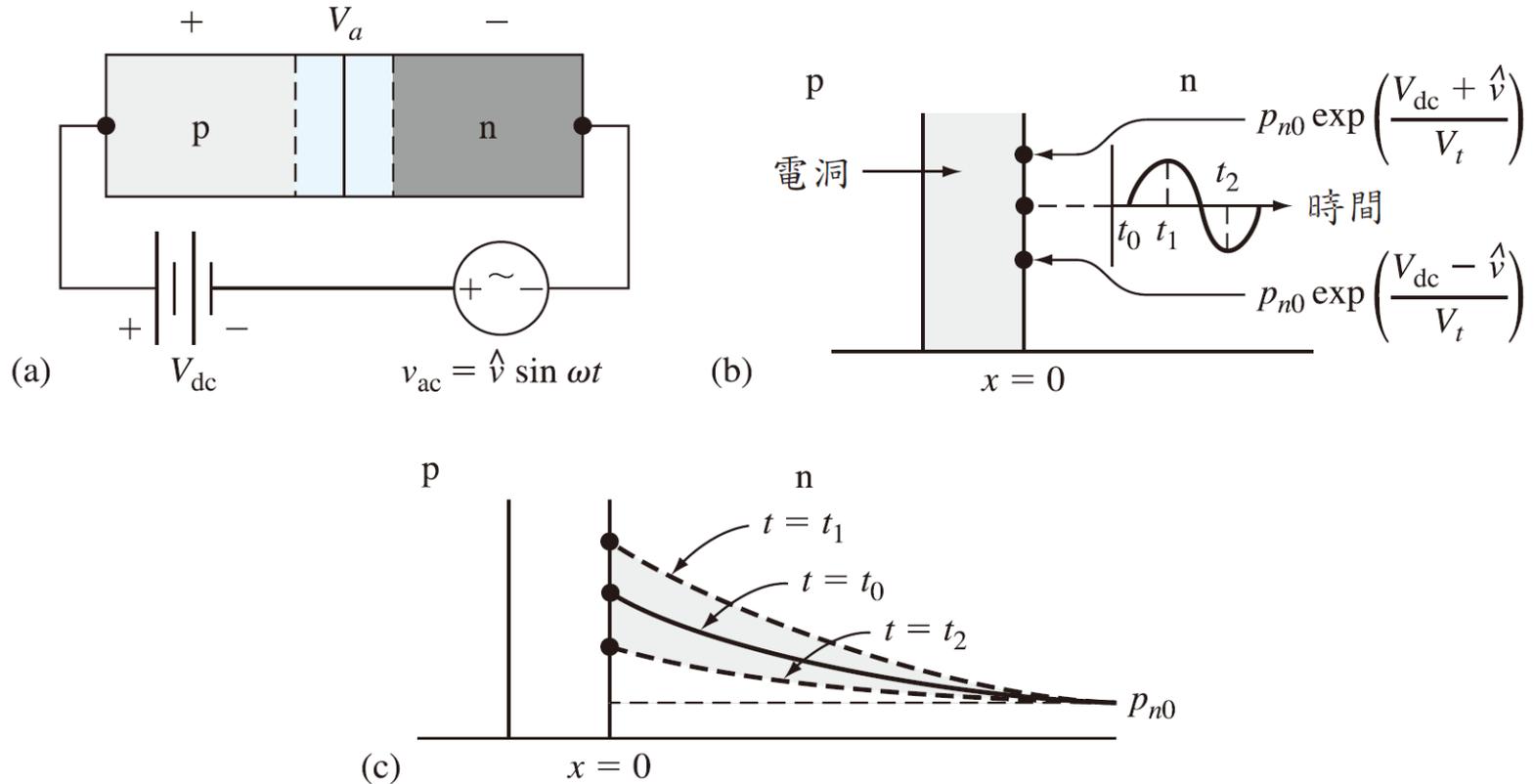
小信號的增量電阻則為其倒數，或

$$r_d = \frac{V_t}{I_{DQ}}$$

增量電阻隨偏壓電流增加而減少且反比於電流—電壓特性的斜率，如圖8.18所示。此增量電阻稱為擴散電阻(diffusion resistance)。

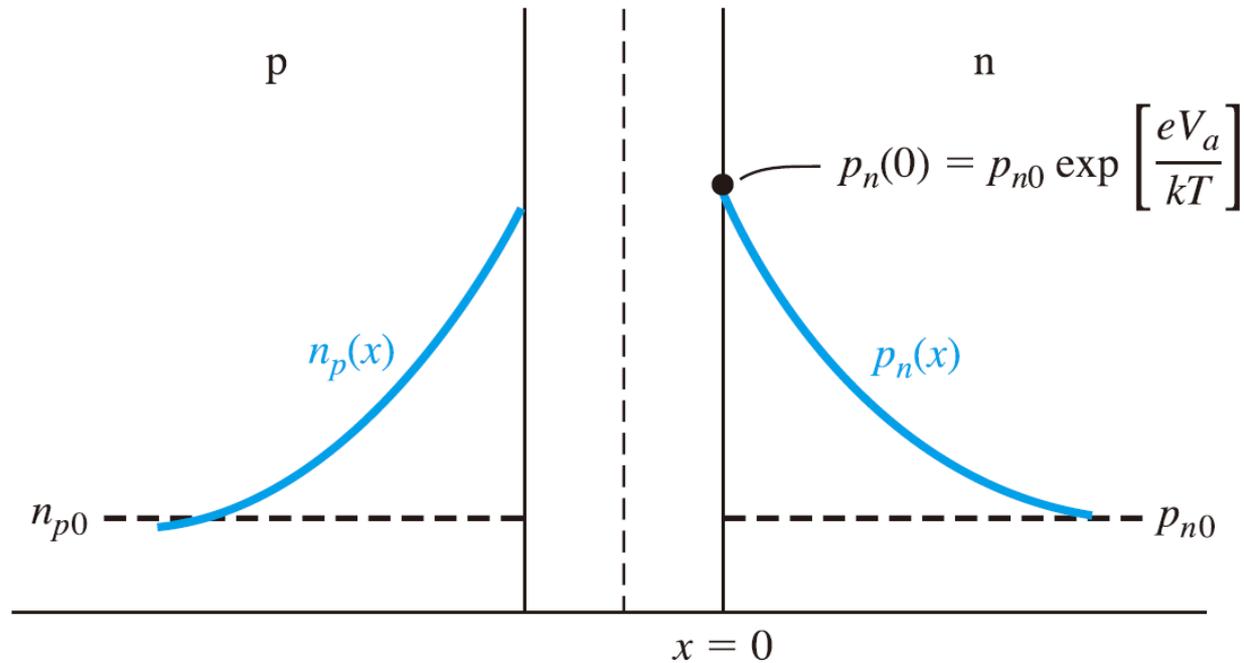
# 8.3.2 小信號導納

## ❖ 定性上的分析



■ 圖 8.19 (a) 交流電壓疊加於直流順偏的 pn 接面；(b) 在空間電荷區邊緣處，電洞濃度對時間的關係；(c) 在 n 型區中三個不同的時間，電洞濃度對位置變化的關係

# 小信號導納(續)



■ 圖 8.20 用於小信號導納計算中的順向偏壓接面之直流特性

# 小信號導納(續)

❖ 令  $V_a = V_0 + v_1(t)$

其中  $V_0$  為直流靜態偏壓，而  $v_1(t)$  為疊加在直流上的交流信號。我們可寫成

$$p_n(x=0) = p_{n0} \exp\left\{\frac{e[V_0 + v_1(t)]}{kT}\right\} = p_n(0, t)$$

$$p_n(0, t) = p_{dc} \exp\left[\frac{ev_1(t)}{kT}\right]$$

其中

$$p_{dc} = p_{n0} \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$$

若我們假定  $|v_1(t)| \ll (kT/e) = V_t$ ，則少數載子電洞的濃度在  $x=0$  處可以寫為

$$p_n(0, t) \approx p_{dc} \left[1 + \frac{v_1(t)}{V_t}\right]$$

# 小信號導納(續)

❖ 若我們假定隨時間變化的電壓  $v_1(t)$  為一正弦信號，少數載子電洞的濃度在  $x = 0$  處可以寫為

$$p_n(0, t) = p_{dc} \left( 1 + \frac{\hat{V}_1}{V_t} e^{j\omega t} \right)$$

其中  $\hat{V}_1$  為所加正弦信號的相量(phasor)。上式可用來做為解得n型區中少數載子電洞的時變擴散方程式時所需之邊界條件。

# 小信號導納(續)

❖ 在中性的n型區中( $x > 0$ )，電場被假定為零，則過量少數載子電洞的行為可由以下方程式來決定：

$$D_p \frac{\partial^2(\delta p_n)}{\partial x^2} - \frac{\delta p_n}{\tau_{p0}} = \frac{\partial(\delta p_n)}{\partial t}$$

其中  $\delta p_n$  為在n型區的過量電洞濃度。假定交流電壓信號  $v_1(t)$  為一正弦信號。則可預期  $\delta p_n$  的穩態解為一正弦疊加在一直流解上，

$$\delta p_n(x, t) = \delta p_0(x) + p_1(x)e^{j\omega t}$$

其中  $\delta p_n$  為直流的過量載子濃度，而  $p_1(x)$  為過量載子濃度的交流分量。

# 小信號導納(續)

$$D_p \left\{ \frac{\partial^2 [\delta p_0(x)]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} e^{j\omega t} \right\} - \frac{\delta p_0(x) + p_1(x) e^{j\omega t}}{\tau_{p0}} = j\omega p_1(x) e^{j\omega t}$$

結合時變項與非時變項，我們可將方程式改寫為

$$\left\{ \frac{D_p \partial^2 [\delta p_0(x)]}{\partial x^2} - \frac{\delta p_0(x)}{\tau_{p0}} \right\} + \left[ D_p \frac{\partial^2 p_1(x)}{\partial x^2} - \frac{p_1(x)}{\tau_{p0}} - j\omega p_1(x) \right] e^{j\omega t} = 0$$

若交流分量 $p_1(x)$ 為零，則第一個括弧項之微分方程式，恆等於零。

# 小信號導納(續)

❖ 由第二個括弧項可得

$$D_p \frac{d^2 p_1(x)}{dx^2} - \frac{p_1(x)}{\tau_{p0}} - j\omega p_1(x) = 0$$

可改寫為

$$\frac{d^2 p_1(x)}{dx^2} - \frac{(1 + j\omega\tau_{p0})}{L_p^2} p_1(x) = 0$$

或

$$\frac{d^2 p_1(x)}{dx^2} - C_p^2 p_1(x) = 0$$

其中

$$C_p^2 = \frac{(1 + j\omega\tau_{p0})}{L_p^2}$$

# 小信號導納(續)

❖ 一般解為

$$p_1(x) = K_1 e^{-C_p x} + K_2 e^{+C_p x}$$

其中一個邊界條件為  $p_1(x \rightarrow +\infty) = 0$ ，這表示係數  $K_2 = 0$ 。則

$$p_1(x) = K_1 e^{-C_p x}$$

在  $x = 0$  處使用由上式得到的邊界條件可得

$$p_1(0) = K_1 = p_{\text{dc}} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right)$$

# 小信號導納(續)

❖ 在  $x = 0$  處的電洞擴散電流密度能被計算出來。此電流密度為

$$J_p = -eD_p \left. \frac{\partial p_n}{\partial x} \right|_{x=0}$$

❖ 考慮一均質的半導體，電洞濃度的導數將僅只是過量電洞濃度的導數而已。則

$$J_p = -eD_p \left. \frac{\partial(\delta p_n)}{\partial x} \right|_{x=0} = -eD_p \left. \frac{\partial[\delta p_0(x)]}{\partial x} \right|_{x=0} - eD_p \left. \frac{\partial p_1(x)}{\partial x} \right|_{x=0} e^{j\omega t}$$

❖ 我們可將此方程式的型式寫為

$$J_p = J_{p0} + j_p(t)$$

其中

$$J_{p0} = -eD_p \left. \frac{\partial[\delta p_0(x)]}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left[ \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right) - 1 \right]$$

# 小信號導納(續)

❖ 擴散電流密度的正弦分量可由下式求得：

$$j_p(t) = \hat{J}_p e^{j\omega t} = -eD_p \frac{\partial p_1(x)}{\partial x} e^{j\omega t} \Big|_{x=0}$$

其中  $\hat{J}_p$  為電流密度的相量。

$$\hat{J}_p = -eD_p(-C_p) \left[ p_{dc} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right) \right] e^{-c_p x} \Big|_{x=0}$$

我們可將總交流電洞電流相量寫為

$$\hat{I}_p = A\hat{J}_p = eAD_p C_p p_{dc} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right)$$

其中 A 為 pn 接面的截面積。

# 小信號導納(續)

❖ 代入 $C_n$ 的表示式可得

$$\hat{I}_p = \frac{eAD_p p_{dc}}{L_p} \sqrt{1 + j\omega\tau_{p0}} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right)$$

定義

$$I_{p0} = \frac{eAD_p p_{dc}}{L_p} = \frac{eAD_p p_{n0}}{L_p} \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$$

則

$$\hat{I}_p = I_{p0} \sqrt{1 + j\omega\tau_{p0}} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right)$$

# 小信號導納(續)

❖ 對在p型區的少數載子電子做相同的分析，得到

$$\hat{I}_n = I_{n0} \sqrt{1 + j\omega\tau_{n0}} \left( \frac{\hat{V}_1}{V_t} \right)$$

❖ 其中

$$I_{n0} = \frac{eAD_n n_{p0}}{L_n} \exp\left(\frac{eV_0}{kT}\right)$$

❖ 總交流電流相量為  $\hat{I}_p$  與  $\hat{I}_n$  的和。pn接面的導納為總交流電流相量除以總交流電壓相量，或

$$Y = \frac{\hat{I}}{\hat{V}_1} = \frac{\hat{I}_p + \hat{I}_n}{\hat{V}_1} = \left( \frac{1}{V_t} \right) \left[ I_{p0} \sqrt{1 + j\omega\tau_{p0}} + I_{n0} \sqrt{1 + j\omega\tau_{n0}} \right]$$

# 小信號導納(續)

❖ 假設

$$\omega\tau_{p0} \ll 1$$

以及

$$\omega\tau_{n0} \ll 1$$

這兩個假設表示交流信號的頻率並不是很大。則可寫

$$\sqrt{1 + j\omega\tau_{p0}} \approx 1 + \frac{j\omega\tau_{p0}}{2}$$

與

$$\sqrt{1 + j\omega\tau_{n0}} \approx 1 + \frac{j\omega\tau_{n0}}{2}$$

# 小信號導納(續)

❖ 代入導納式得到

$$Y = \left(\frac{1}{V_t}\right) \left[ I_{p0} \left(1 + \frac{j\omega\tau_{p0}}{2}\right) + I_{n0} \left(1 + \frac{j\omega\tau_{n0}}{2}\right) \right]$$

若我們分別結合實部項與虛部項可得

$$Y = \left(\frac{1}{V_t}\right) (I_{p0} + I_{n0}) + j\omega \left[ \left(\frac{1}{2V_t}\right) (I_{p0}\tau_{p0} + I_{n0}\tau_{n0}) \right]$$

# 小信號導納(續)

$$Y = g_d + j\omega C_d$$

參數 $g_d$ 稱為擴散電導(diffusion conductance)，且可表示為

$$g_d = \left( \frac{1}{V_t} \right) (I_{p0} + I_{n0}) = \frac{I_{DQ}}{V_t}$$

其中 $I_{DQ}$ 為直流偏壓電流

參數 $C_d$ 稱為擴散電容(diffusion capacitance)，且可表示為

$$C_d = \left( \frac{1}{2V_t} \right) (I_{p0}\tau_{p0} + I_{n0}\tau_{n0})$$

# 小信號導納(續)

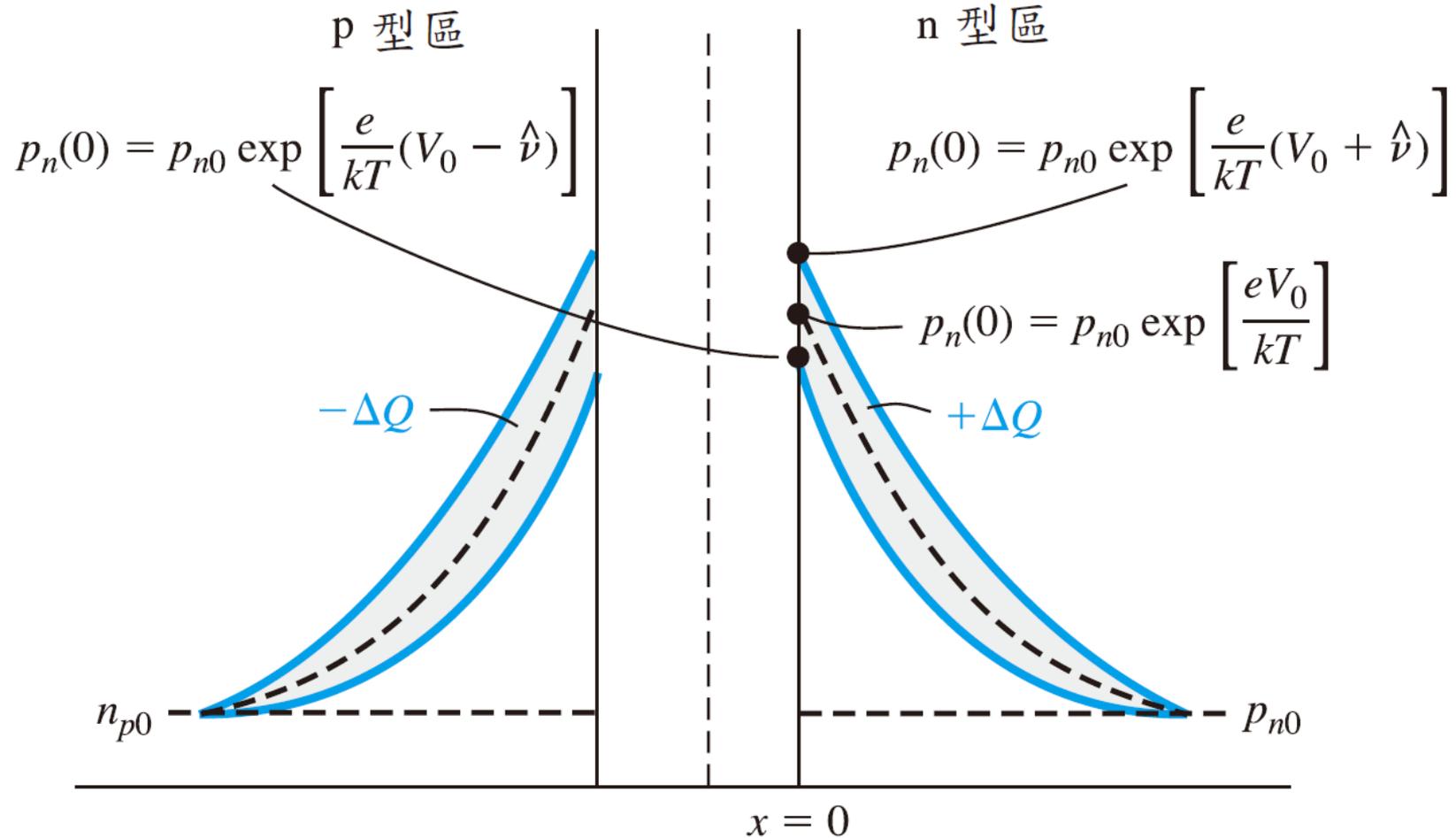
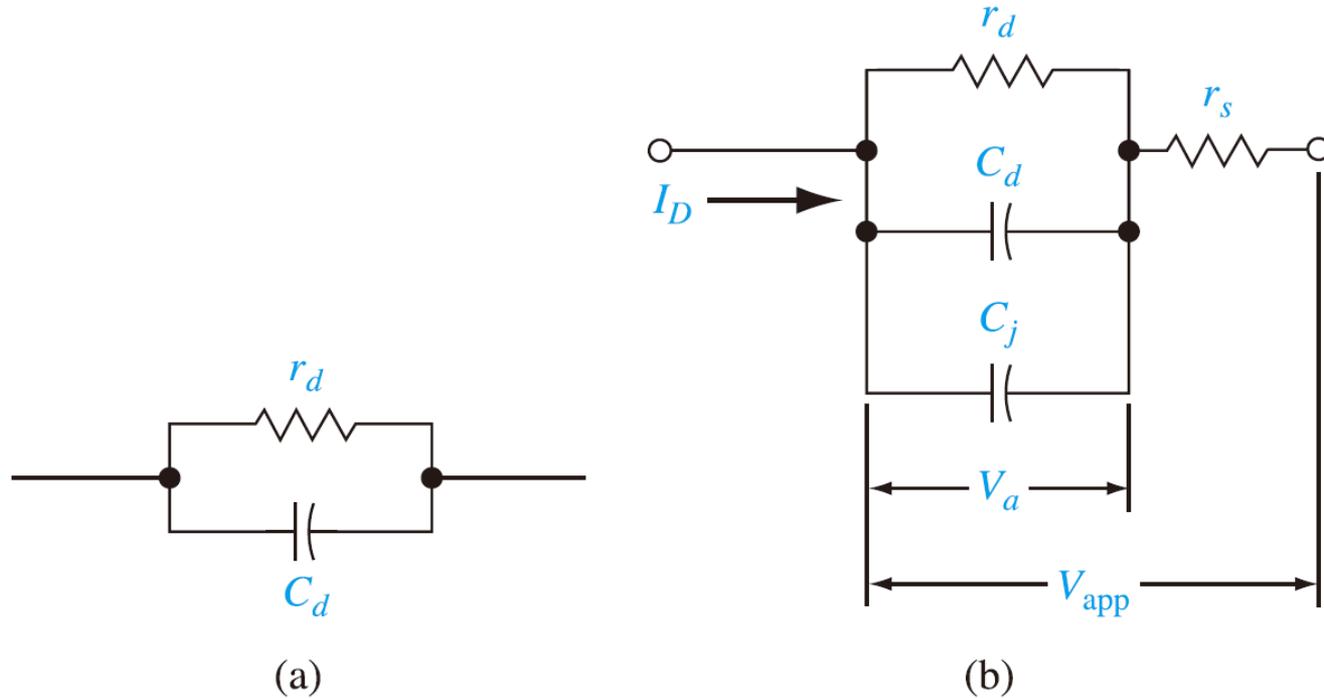


圖 8.21 少數載子濃度隨順向偏壓的電壓而改變

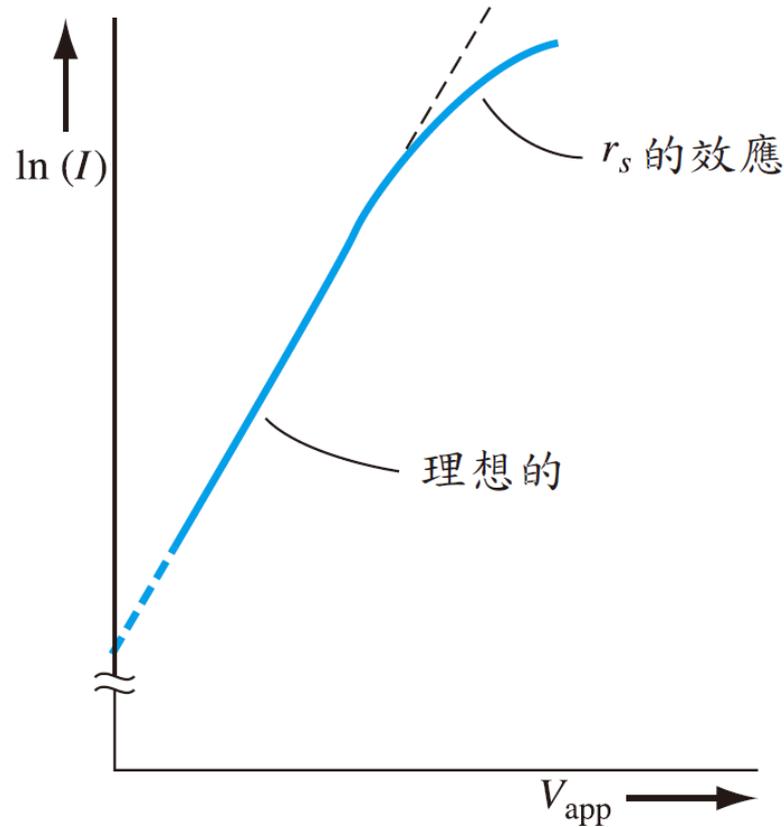
# 8.3.3 等效電路

$$V_{\text{app}} = V_a + I r_s$$



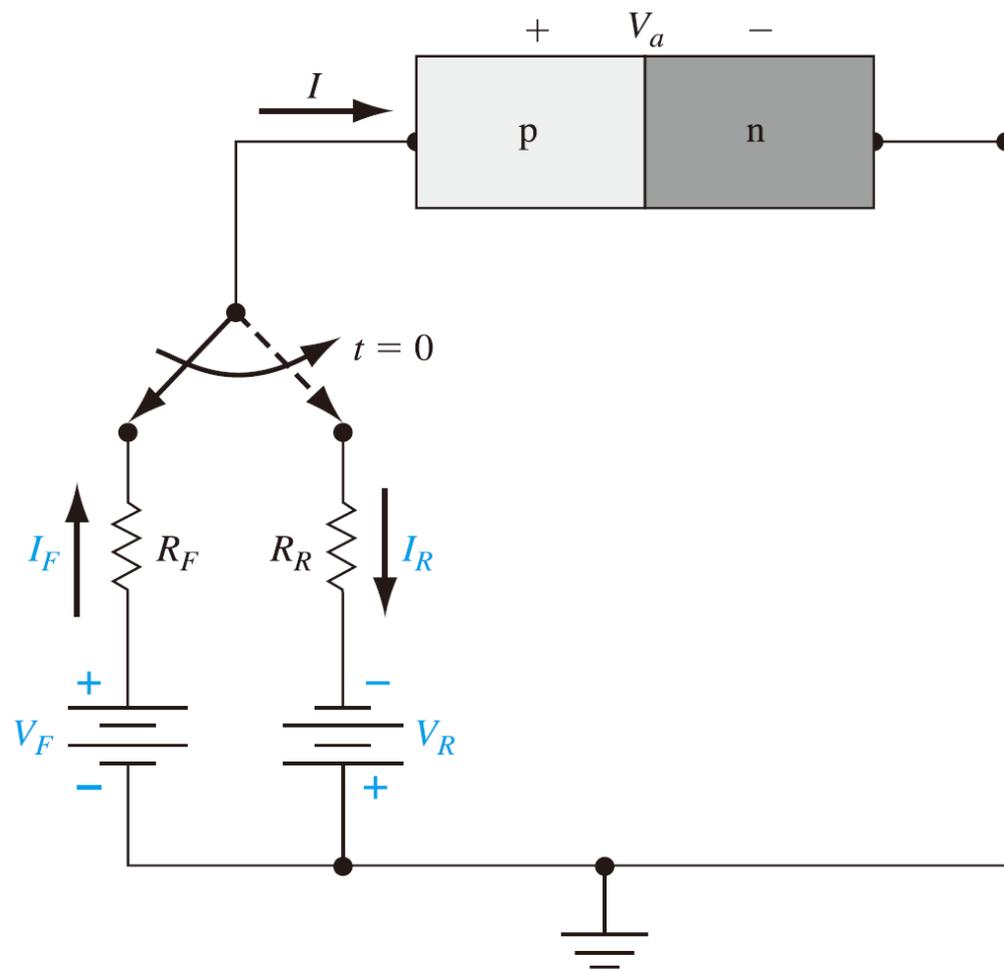
■ 圖 8.22 (a) 理想順向偏壓 pn 接面二極體的小信號等效電路；(b) pn 接面的完整小信號等效電路

# 等效電路(續)



■ 圖 8.23 表現出串聯電阻效應的 pn 接面二極體的順向偏壓之電流－電壓特性

# 8.4 電荷儲存及二極體暫態



■ 圖 8.24 將二極體由順向偏壓切換至逆向偏壓的簡單電路

## 8.4.1 關閉暫態

- ❖ 設我們欲將一個二極體由順向偏壓的導通態切換到逆向偏壓的關閉態。圖8.24顯示一個在 $t = 0$ 時切換外加偏壓的簡單電路。當 $t < 0$ 時，順向偏壓電流為

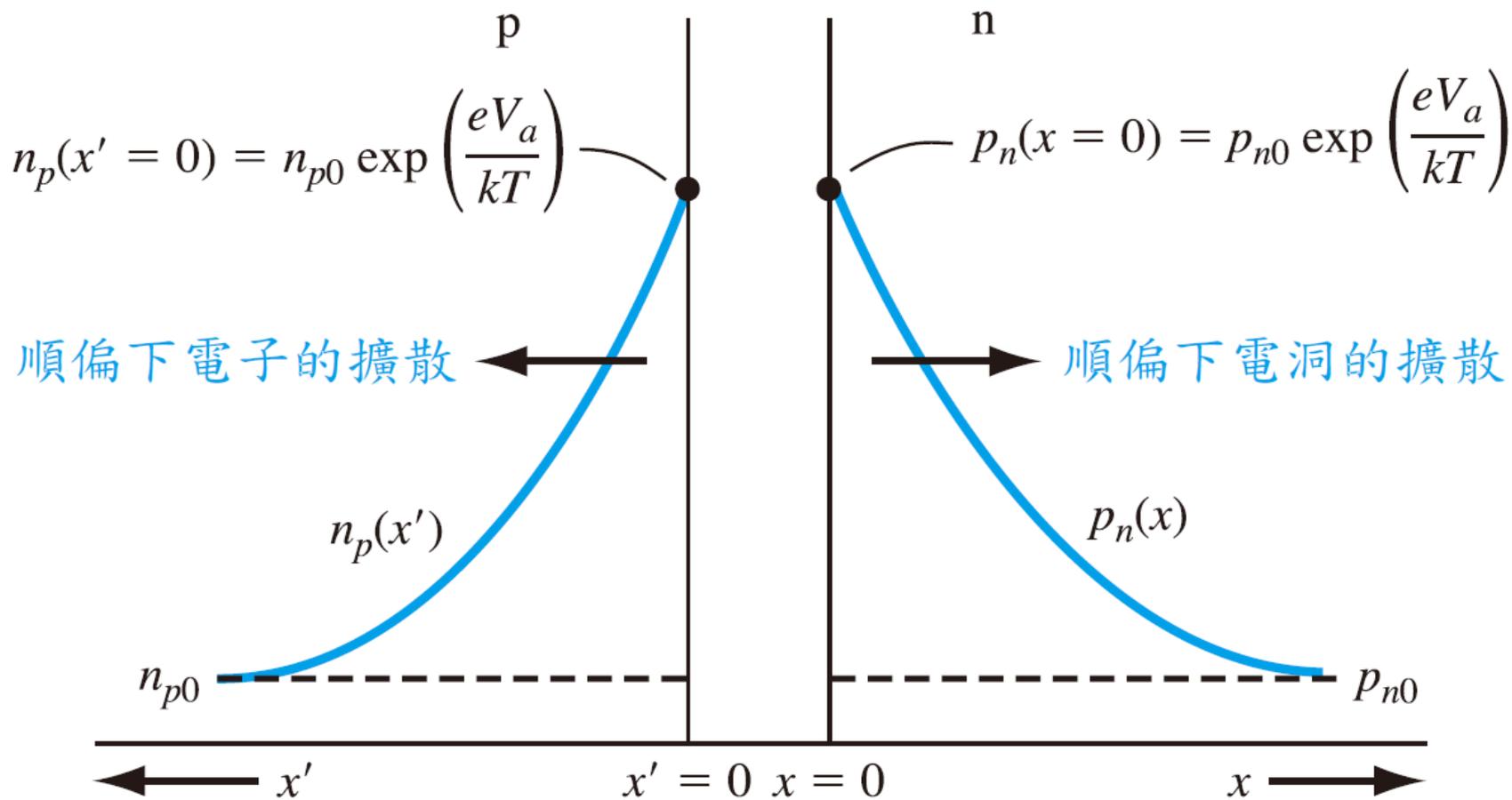
$$I = I_F = \frac{V_F - V_a}{R_F}$$

在外加順向偏壓 $V_F$ 時，元件中的少數載子濃度顯示在圖8.25a中。

- ❖ 若我們暫時假定跨降在二極體接面的電壓比 $V_R$ 小，則逆向偏壓電流大約被限制為

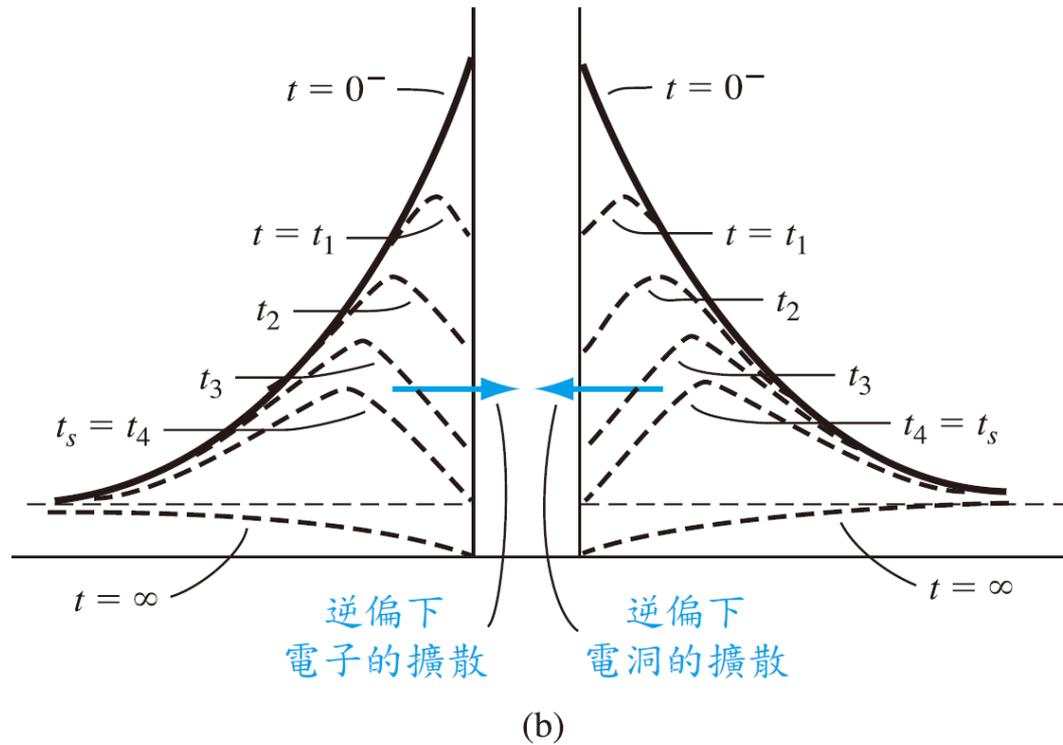
$$I = -I_R \approx \frac{-V_R}{R_R}$$

# 關閉暫態(續)



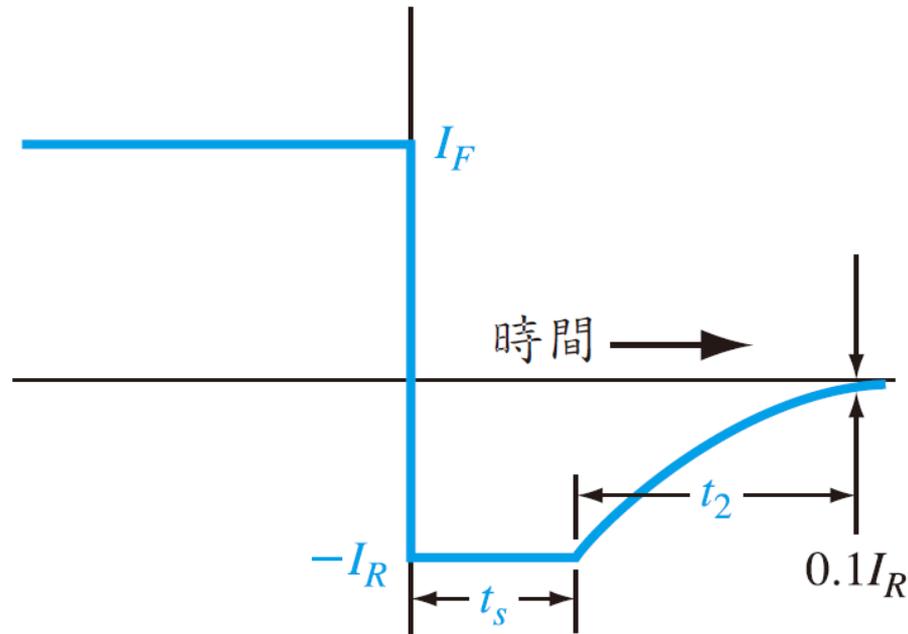
(a)

# 關閉暫態(續)



■ 圖 8.25 (a) 穩態的順向偏壓少數載子濃度；(b) 切換過程中，於不同時間點的少數載子濃度

# 關閉暫態(續)



■ 圖 8.26 在切換過程中，電流特性對時間的關係圖

# 關閉暫態(續)

❖ 儲存時間 $t_s$ 可藉由求解與時間相關的連續方程式得到。若我們考慮一單邊的 $p^+n$ 接面，儲存時間由下列方程式決定：

$$\operatorname{erf} \sqrt{\frac{t_s}{\tau_{p0}}} = \frac{I_F}{I_F + I_R}$$

其中 $\operatorname{erf}(x)$ 稱為誤差函數。一個儲存時間的近似解可獲得為

$$t_s \approx \tau_{p0} \ln \left( 1 + \frac{I_F}{I_R} \right)$$

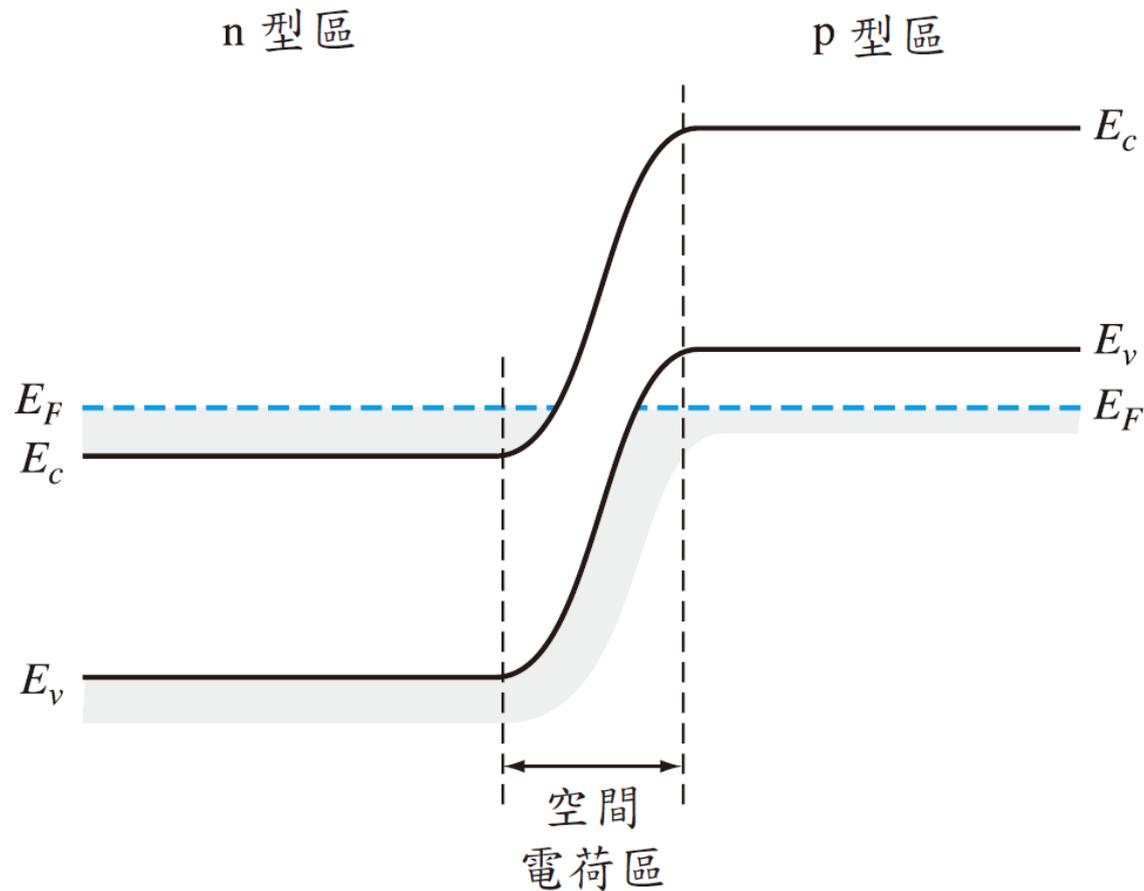
# 關閉暫態(續)

❖  $t \gg t_s$  的恢復期為接面達到其穩態逆向偏壓情況所需的時間。剩餘的過量載子正被移除中且空間電荷區寬度逐漸增加到逆向偏壓的值。衰減時間  $t_2$  由下式決定：

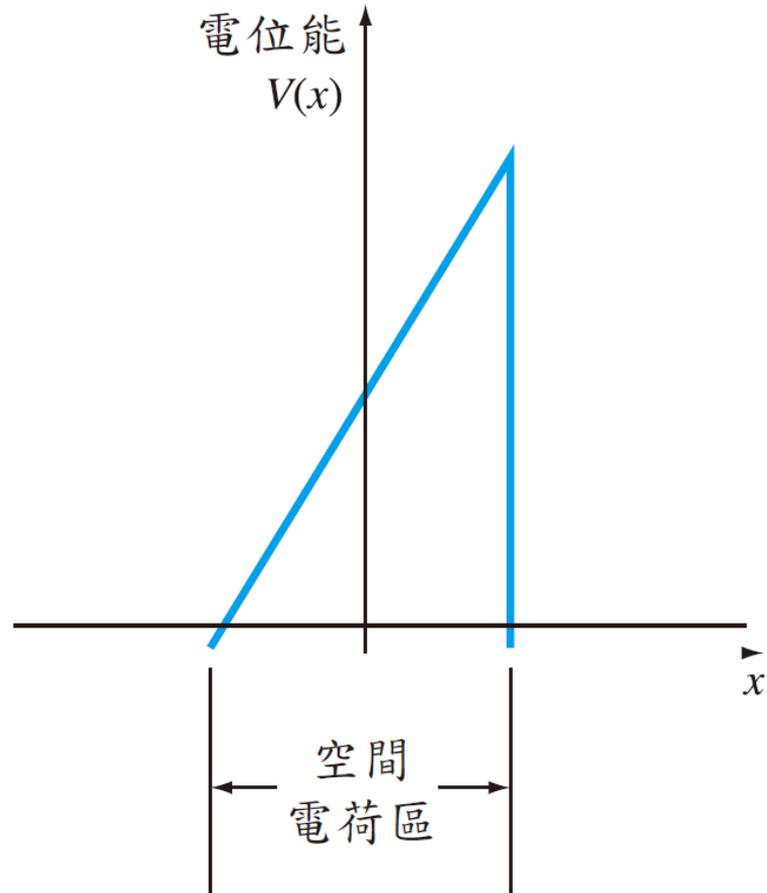
$$\operatorname{erf} \sqrt{\frac{t_2}{\tau_{p0}}} + \frac{\exp(-t_2/\tau_{p0})}{\sqrt{\pi t_2/\tau_{p0}}} = 1 + 0.1 \left( \frac{I_R}{I_F} \right)$$

總關閉時間為  $t_s$  與  $t_2$  的和。

# 8.5 穿隧二極體

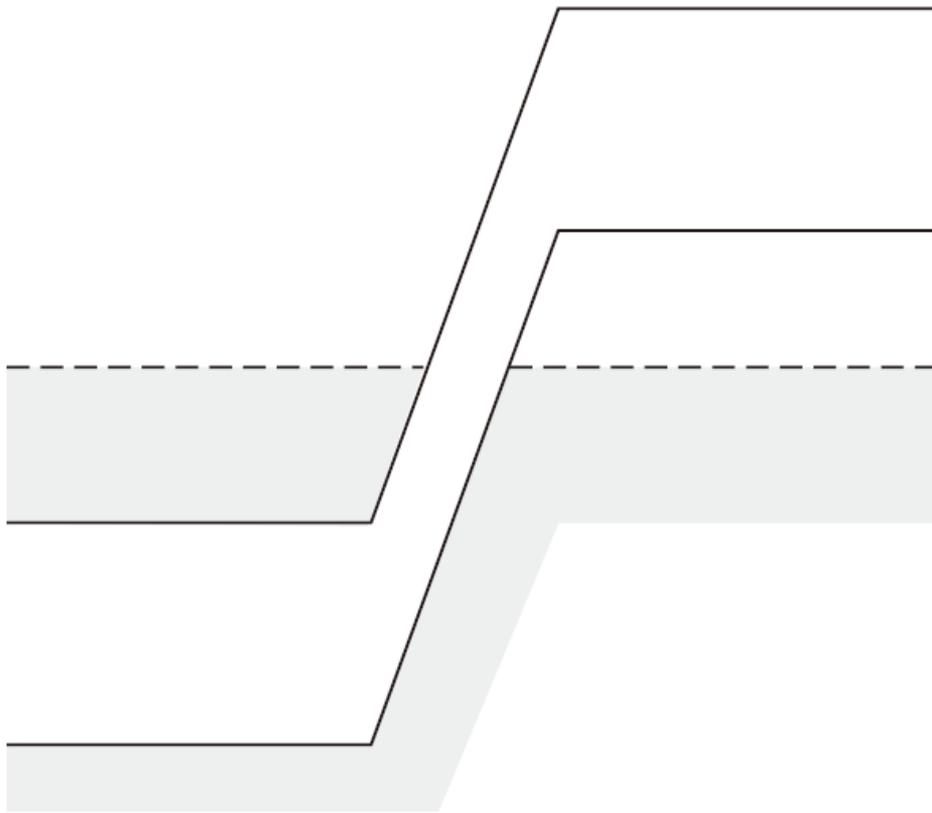


■ 圖 8.27 熱平衡時，n 型區與 p 型區同為簡併摻雜的 pn 接面之能帶圖

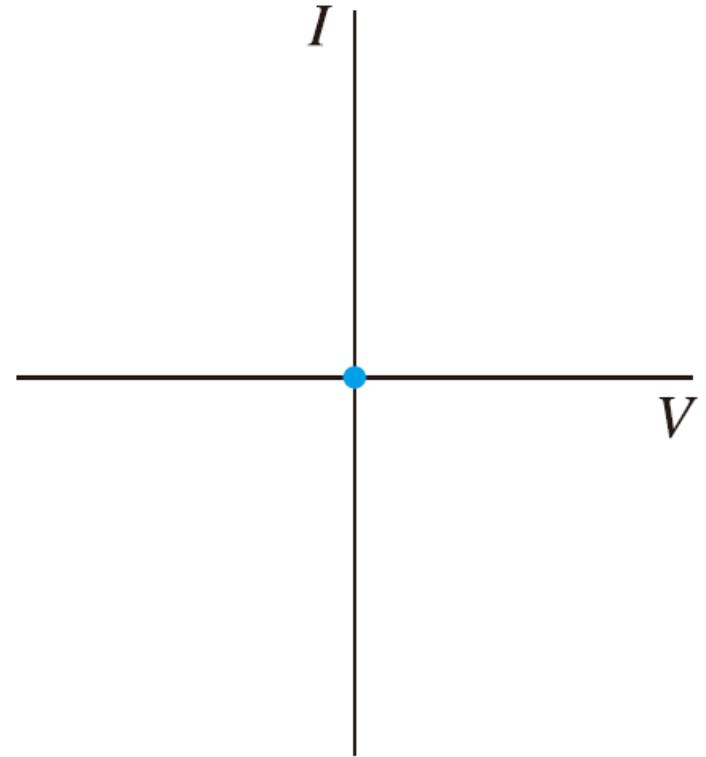


■ 圖 8.28 穿隧二極體中電子經歷近似的三角形電位能障

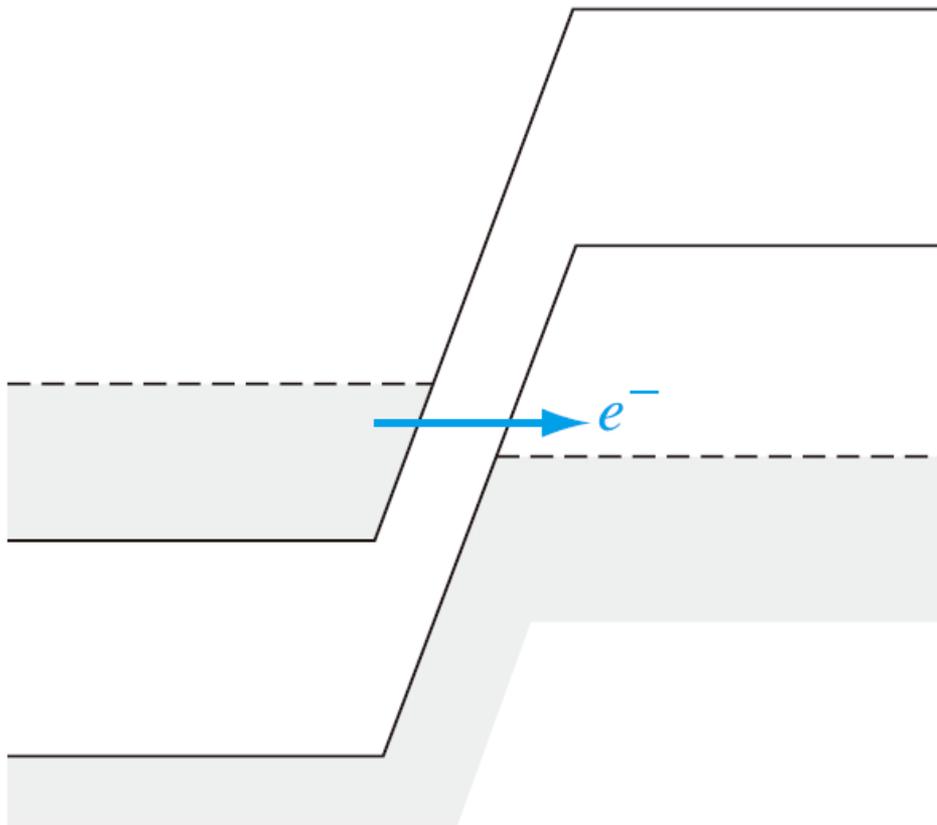
# 零偏壓



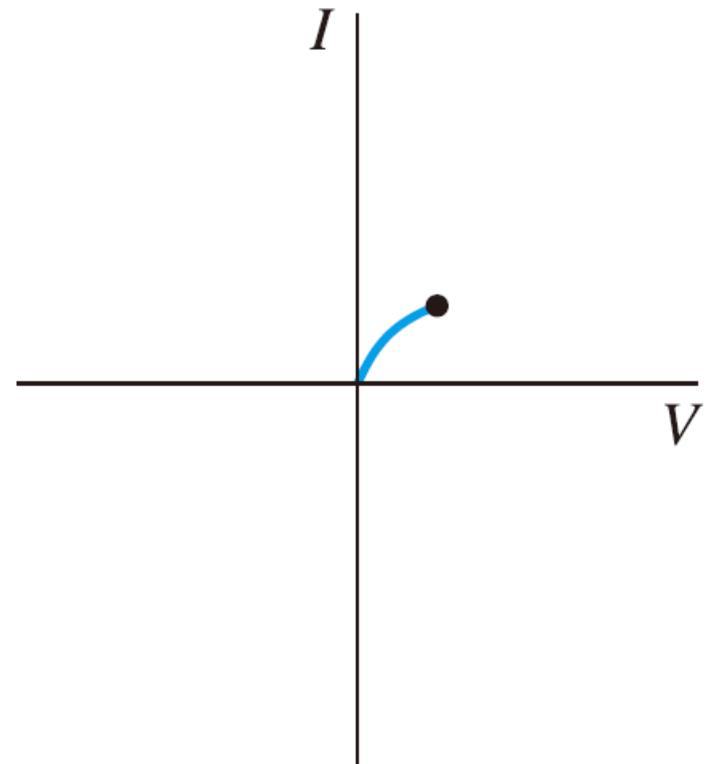
(a)



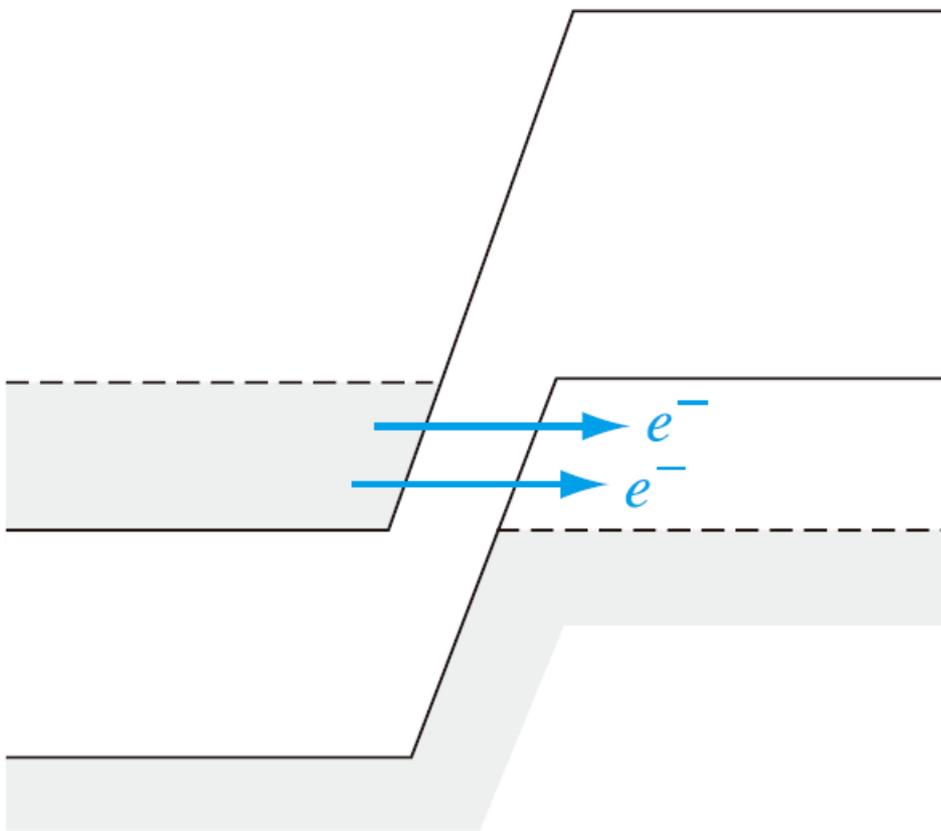
# 微小順向偏壓



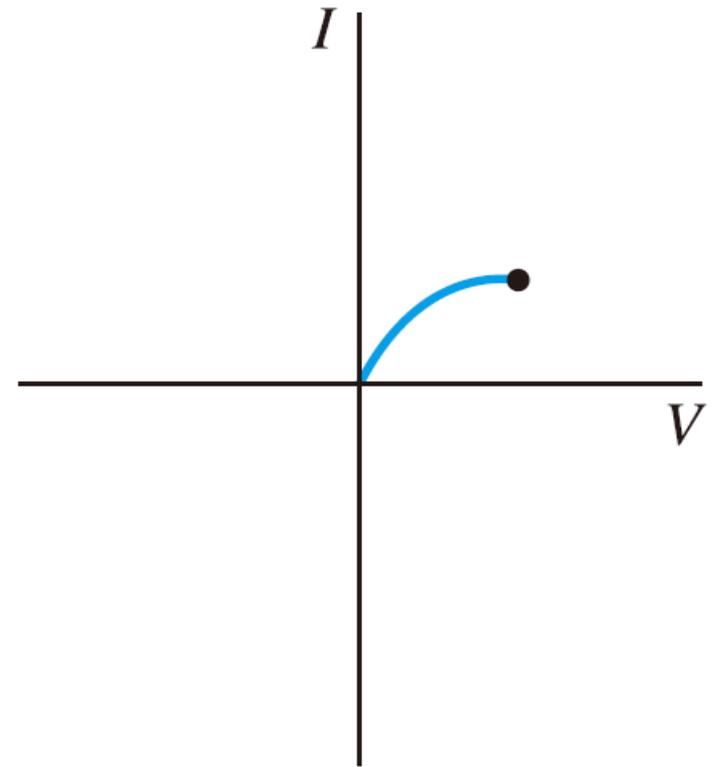
(b)



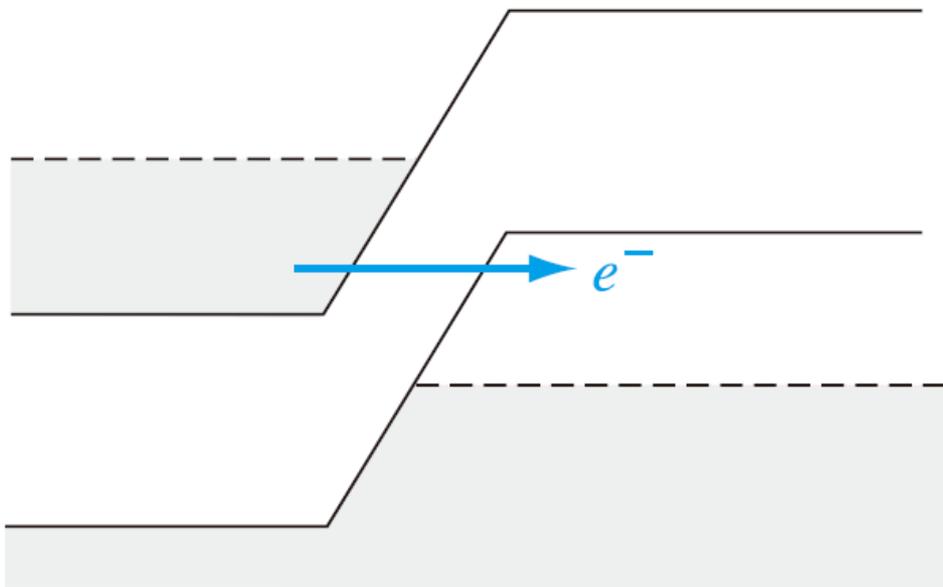
# 產生最大穿隧電流的順向偏壓時，穿隧二極體的簡化能帶圖與電流－電壓特性



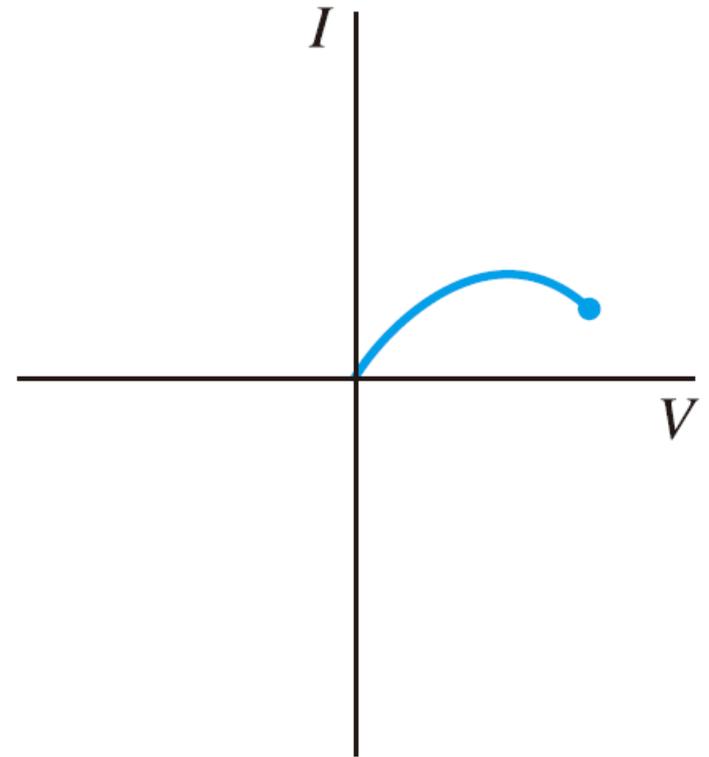
(c)



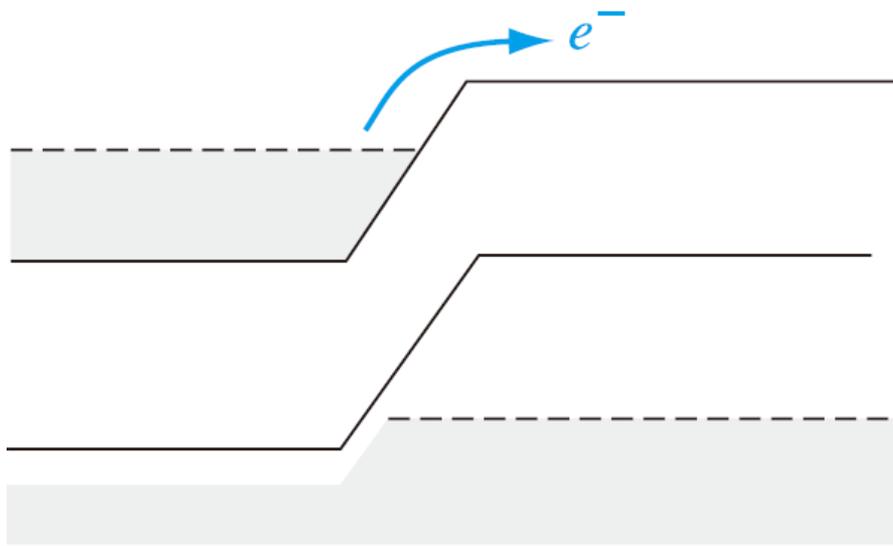
# 較高的順向偏壓顯現較低的穿隧電流



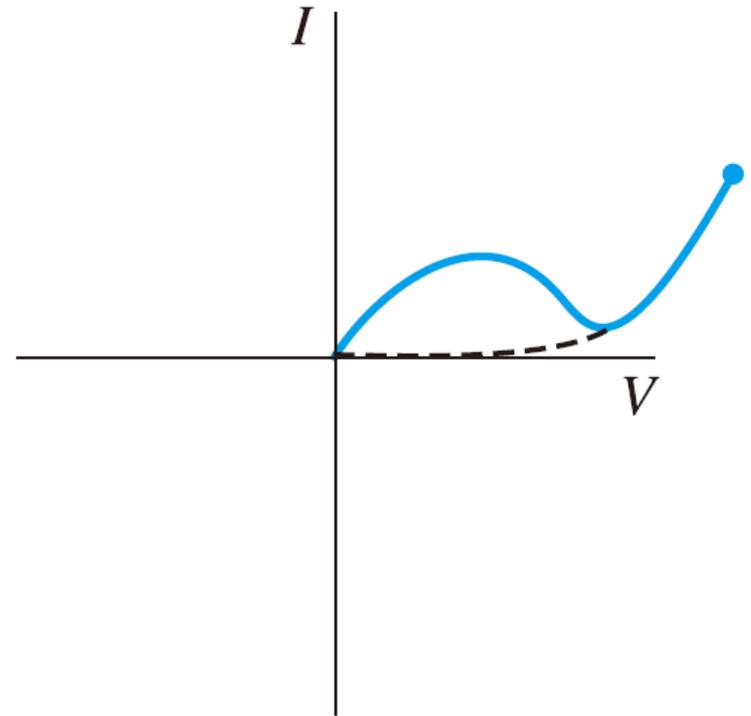
(d)

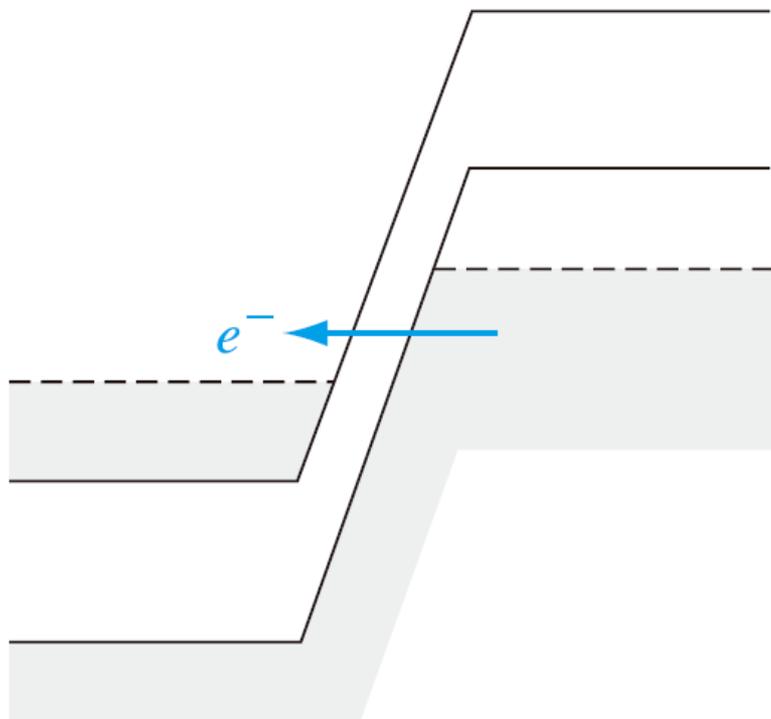


# 擴散電流主控時的順向偏壓

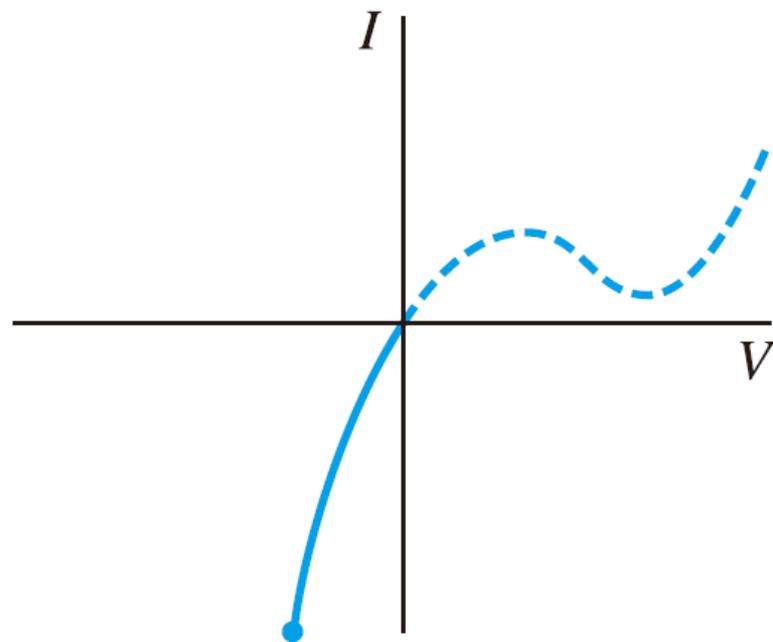


(e)





(a)



(b)

■ 圖 8.30 (a) 加逆向偏壓電壓的二極體之簡化能帶圖；(b) 加逆向偏壓電壓的二極體之電流－電壓特性

## 8.6 本章總結

- ❖ 當順向偏壓的電壓跨降在pn接面上時(p型區相對於n型區為正電壓)，電位障會被降低，因此在p型區的電洞與在n型區的電子能流動並跨越空間電荷區。
- ❖ 我們推導了關於在n型區中空間電荷區邊緣處的少數載子電洞濃度與在p型區中空間電荷區邊緣處的少數載子電子濃度的邊界條件。
- ❖ 注入n型區的電洞與注入p型區的電子為各區的過量少數載子。過量少數載子的行為可由第6章所推行與描述的雙極性傳輸方程式來描述。解雙極性傳輸方程式並利用邊界條件可分別求得在n型區的穩態少數載子電洞的濃度及在p型區穩態的少數載子的電子。

# 本章總結(續)

- ❖ 少數載子電洞與電子濃度有梯度存在，因此在pn接面中會有少數載子的擴散電流存在。這些擴散電流產生pn接面二極體的理想電流－電壓關係式。
- ❖ 過量載子在逆向偏壓pn接面的空間電荷區產生。這些過量載子被電場所掃除且產生逆向偏壓電流，此電流為逆向偏壓的二極體電流的另一個分量。過量載子在順向偏壓pn接面的空間電荷區復合。此復合過程產生順向偏壓復合電流，此電流為順向偏壓的二極體電流的另一個分量。

# 本章總結(續)

- ❖ pn接面二極體的小信號等效電路被推導得到。我們有興趣的兩個參數為擴散電阻與擴散電容。
- ❖ 當pn接面由順向偏壓切換到逆向偏壓時，儲存的過量少數載子電荷必須從接面中被移除。移除電荷所需的時間被稱為儲存時間，且其為二極體切換速度的一個限制因數。
- ❖ 發展出穿隧二極體的電流－電壓特性並展現其具負微分電阻的區域。









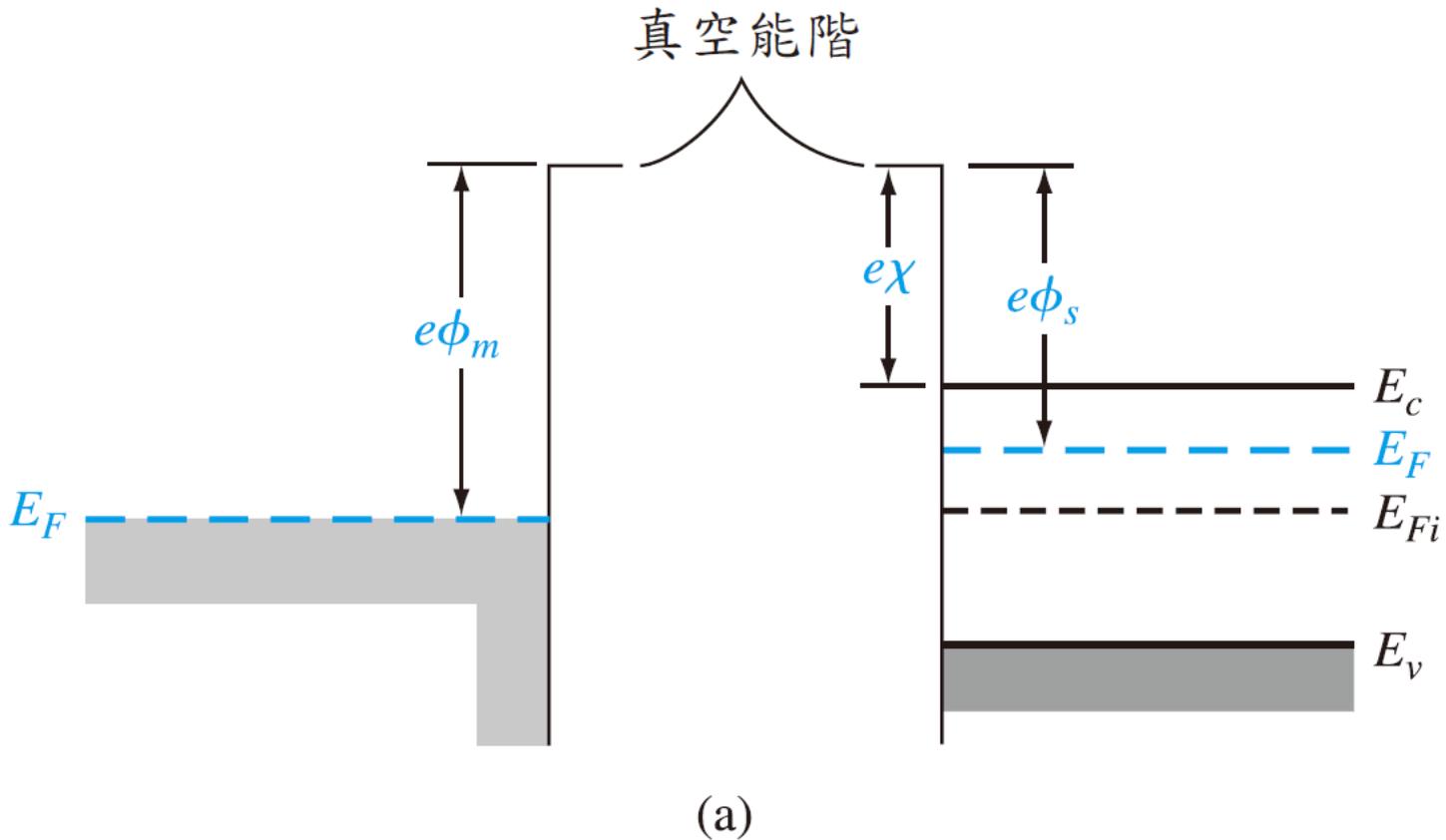
# Chapter 9 金屬—半導體接面與半導體異質接面

# 本章預定討論內容

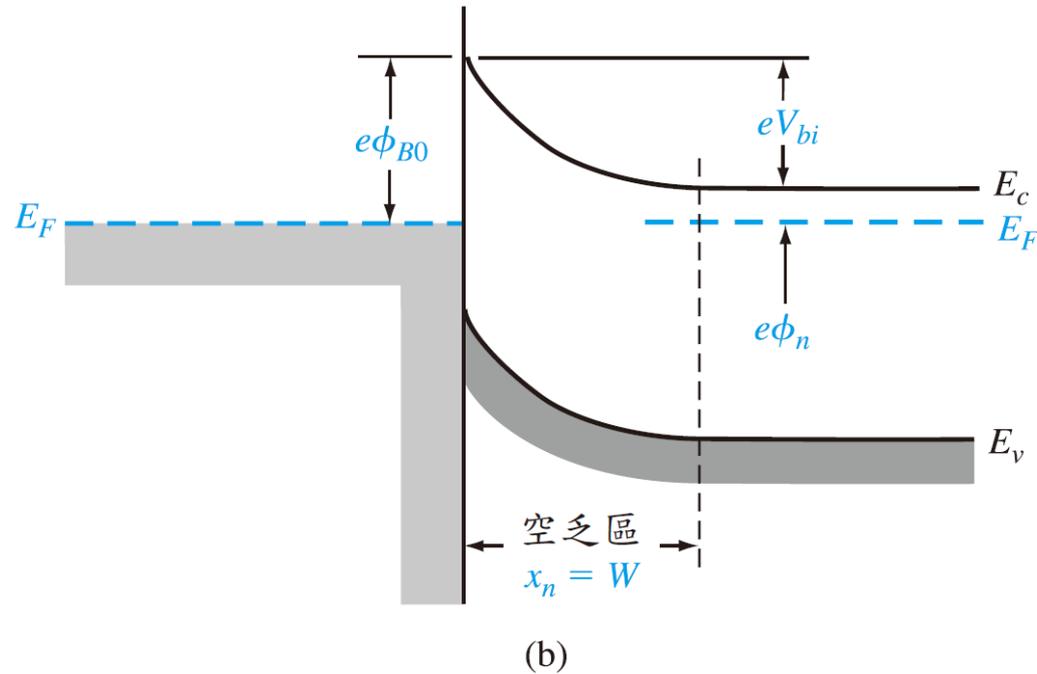
- ❖ 決定金屬—半導體接面的能帶圖。
- ❖ 探討蕭特基位障二極體金屬—半導體接面的靜電位。
- ❖ 推導蕭特基位障二極體的理想電流—電壓關係。
- ❖ 討論蕭特基位障二極體及pn接面二極體電流傳輸機制的差異，並討論這兩個二極體在導通電壓及切換時間上表現的差異。
- ❖ 討論歐姆接觸的低電阻且非整流性之金屬—半導體接面。
- ❖ 探討半導體異質接面的特性。

# 9.1 蕭特基位障二極體

## ❖ 9.1.1 特性的定性分析



# 特性的定性分析(續)



■ 圖 9.1 (a) 金屬與半導體接觸前的能帶結構；(b) 在  $\phi_m > \phi_s$  下，熱平衡時金屬-n 型半導體的理想能帶結構

# 特性的定性分析(續)

■ 表 9.1 某些元素的功函數

金屬元素	功函數 $\phi_m$
銀 (Ag)	4.26
鋁 (Al)	4.28
金 (Au)	5.1
鉻 (Cr)	4.5
鉬 (Mo)	4.6
鎳 (Ni)	5.15
鈀 (Pd)	5.12
鉑 (Pt)	5.65
鈦 (Ti)	4.33
鎢 (W)	4.55

# 特性的定性分析(續)

■ 表 9.2 某些半導體的電子親和力

元素	電子親和力 $\chi$
鍺 (Ge)	4.13
矽 (Si)	4.01
砷化鎵 (GaAs)	4.07
鋁化鎵 (AlAs)	3.5

# 特性的定性分析(續)

## ❖ 蕭特基位障(Schottky barrier)

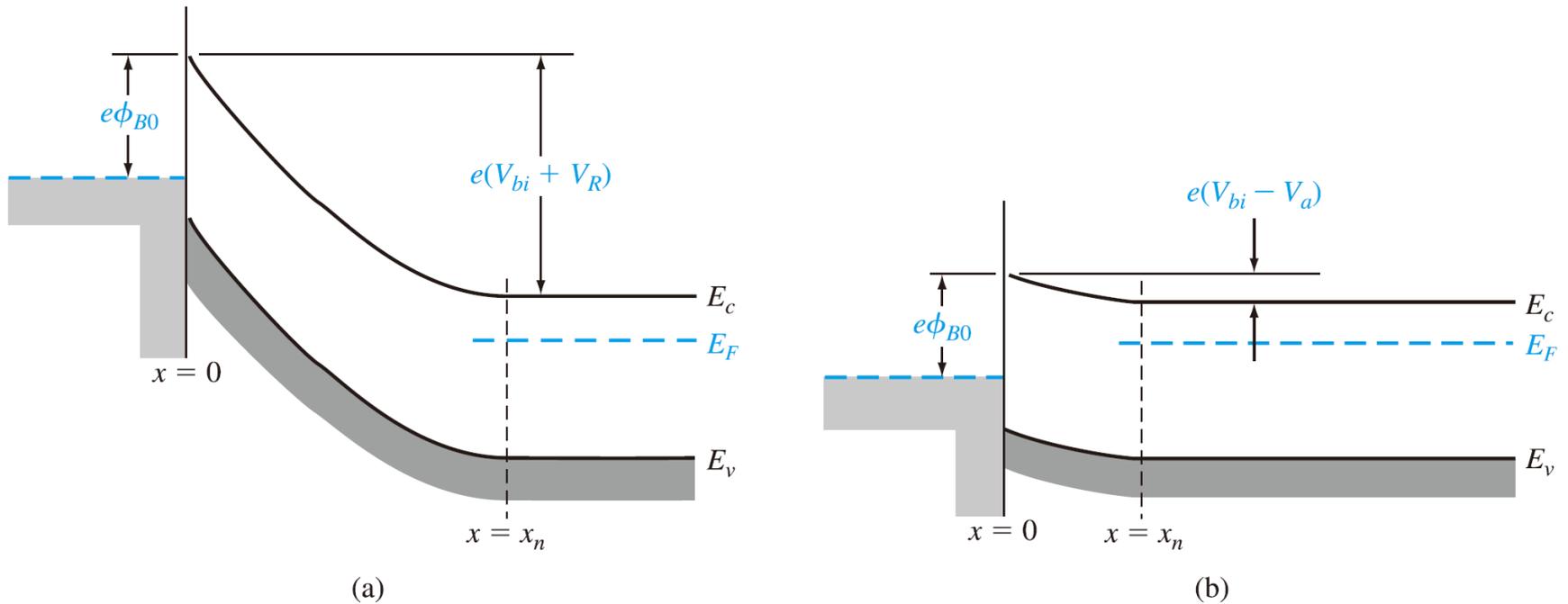
$$\phi_{B0} = (\phi_m - \chi)$$

內建電位障為

$$V_{bi} = \phi_{B0} - \phi_n$$

如同在pn接面的狀況一般， $V_{bi}$ 僅稍微受半導體的摻雜量而改變其值。

# 特性的定性分析(續)



■ 圖 9.2 (a) 逆向偏壓；及 (b) 順向偏壓下的金一半接面的理想能帶結構

## 9.1.2 理想接面的性質

❖ 空間電荷區的電場可由帕松方程式求得

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_s}$$

其中， $\rho(x)$  是空間電荷體積濃度， $\epsilon_s$  是半導體的電容率。若假設半導體摻雜是均勻的，則可得

$$E = \int \frac{eN_d}{\epsilon_s} dx = \frac{eN_d x}{\epsilon_s} + C_1$$

其中， $C_1$  為一個積分常數。

# 理想接面的性質(續)

- ❖ 半導體中空間電荷區邊緣處的電場為零，因此可求得積分常數為

$$C_1 = -\frac{eN_d x_n}{\epsilon_s}$$

所以，電場可以寫成

$$E = -\frac{eN_d}{\epsilon_s}(x_n - x)$$

對一個均勻摻雜的半導體而言，電場是距離的線性函數，在金-半接面處會達到峰值。

# 理想接面的性質(續)

❖ 對均勻摻雜的半導體，空間電荷區的寬度 $W$ 為

$$W = x_n = \left[ \frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_R)}{eN_d} \right]^{1/2}$$

其中， $V_R$ 是外加逆向偏壓的大小。此亦為陡峭接面的近似結果。

# 例題 9.1

## ■ 題說

在  $T = 300 \text{ K}$  時，考慮鎢與摻雜了  $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  的 n 型矽的接觸。

## ■ 解答

$$\phi_{B0} = \phi_m - \chi = 4.55 - 4.01 = 0.54 \text{ V}$$

$$\phi_n = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{N_c}{N_d} \right) = 0.0259 \ln \left( \frac{2.8 \times 10^{19}}{10^{16}} \right) = 0.206 \text{ V}$$

$$V_{bi} = \phi_{B0} - \phi_n = 0.54 - 0.206 = 0.334 \text{ V}$$

$$x_n = \left[ \frac{2\epsilon_s V_{bi}}{eN_d} \right]^{1/2} = \left[ \frac{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.334)}{(1.6 \times 10^{-19})(10^{16})} \right]^{1/2}$$

$$x_n = 0.208 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$|E_{\max}| = \frac{eN_d x_n}{\epsilon_s} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(10^{16})(0.208 \times 10^{-4})}{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})}$$

$$|E_{\max}| = 3.21 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

# 理想接面的性質(續)

❖ 金一半接面的電容量:

$$C' = eN_d \frac{dx_n}{dV_R} = \left[ \frac{e\epsilon_s N_d}{2(V_{bi} + V_R)} \right]^{1/2}$$

其中  $C'$  是單位面積的電容。

$$\left( \frac{1}{C'} \right)^2 = \frac{2(V_{bi} + V_R)}{e\epsilon_s N_d}$$

可以獲得一階近似的內建電位障  $V_{bi}$ ，也可以由曲線斜率得到半導體的摻雜濃度  $N_d$ 。接著計算出電位障  $\phi_n$ ，來求出蕭特基位障  $\phi_{B0}$ 。

# 例題 9.2

從圖 9.3 中所顯示的矽二極體的實驗數據來推算半導體的摻雜濃度及蕭特基位障高度。假設  $T = 300\text{ K}$ 。

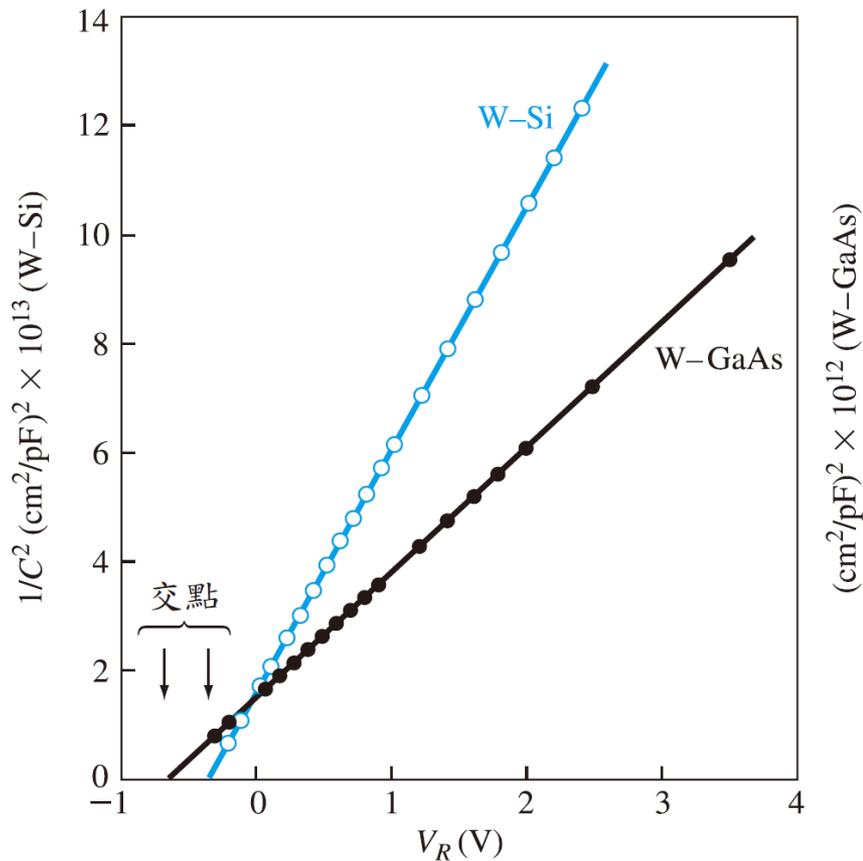


圖 9.3 鎢-矽 (W-Si) 及鎢-砷化鎵 (W-GaAs) 蕭特基位障二極體的  $1/C^2$  對  $V_R$  的關係曲線

# 例題 9.2

## ■ 解答

$$\frac{d(1/C')^2}{dV_R} \approx \frac{\Delta(1/C')^2}{\Delta V_R} = \frac{2}{e\epsilon_s N_d}$$

$$\frac{\Delta(1/C')^2}{\Delta V_R} \approx 4.4 \times 10^{13}$$

$$N_d = \frac{2}{(1.6 \times 10^{-19})(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(4.4 \times 10^{13})} = 2.7 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

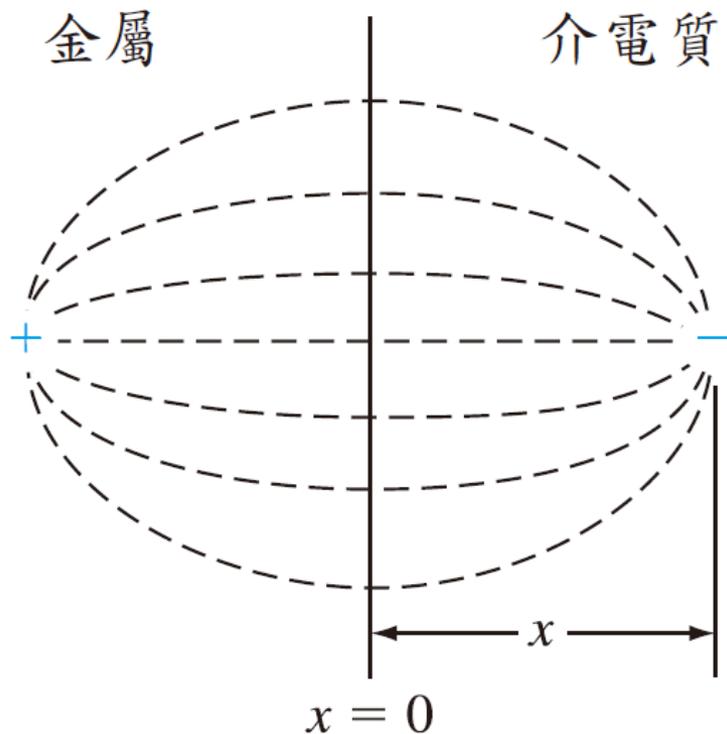
$$\phi_n = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{N_c}{N_d} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{2.8 \times 10^{19}}{2.7 \times 10^{17}} \right) = 0.12 \text{ V}$$

$$\phi_{Bn} = V_{bi} + \phi_n = 0.40 + 0.12 = 0.52 \text{ V}$$

# 9.1.3 影響位障高度的非理想因素

## ❖ 蕭特基位障降低

➤ 在金屬－介電質界面處的影像電荷和電力線



(a)

# 影響位障高度的非理想因素(續)

❖ 影像電荷對電子的庫倫吸引力為

$$F = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_s(2x)^2} = -eE$$

我們可以求得電位為

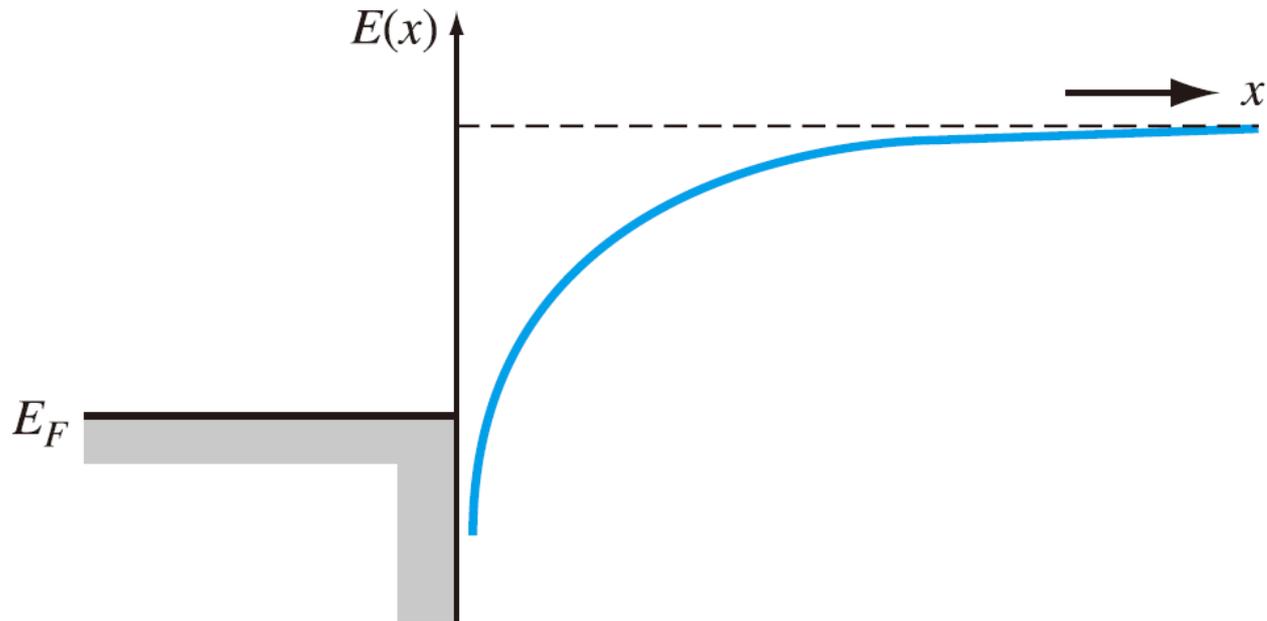
$$-\phi(x) = + \int_x^\infty E dx' = + \int_x^\infty \frac{e}{4\pi\epsilon_s \cdot 4(x')^2} dx' = \frac{-e}{16\pi\epsilon_s x}$$

其中， $x'$ 是積分的變數，並且假設在 $x = \infty$ 處的電位為零。

❖ 電子的位能為 $-e\phi(x)$ ；當有固定電場 $E$ 存在於介電質時，電位應修正為

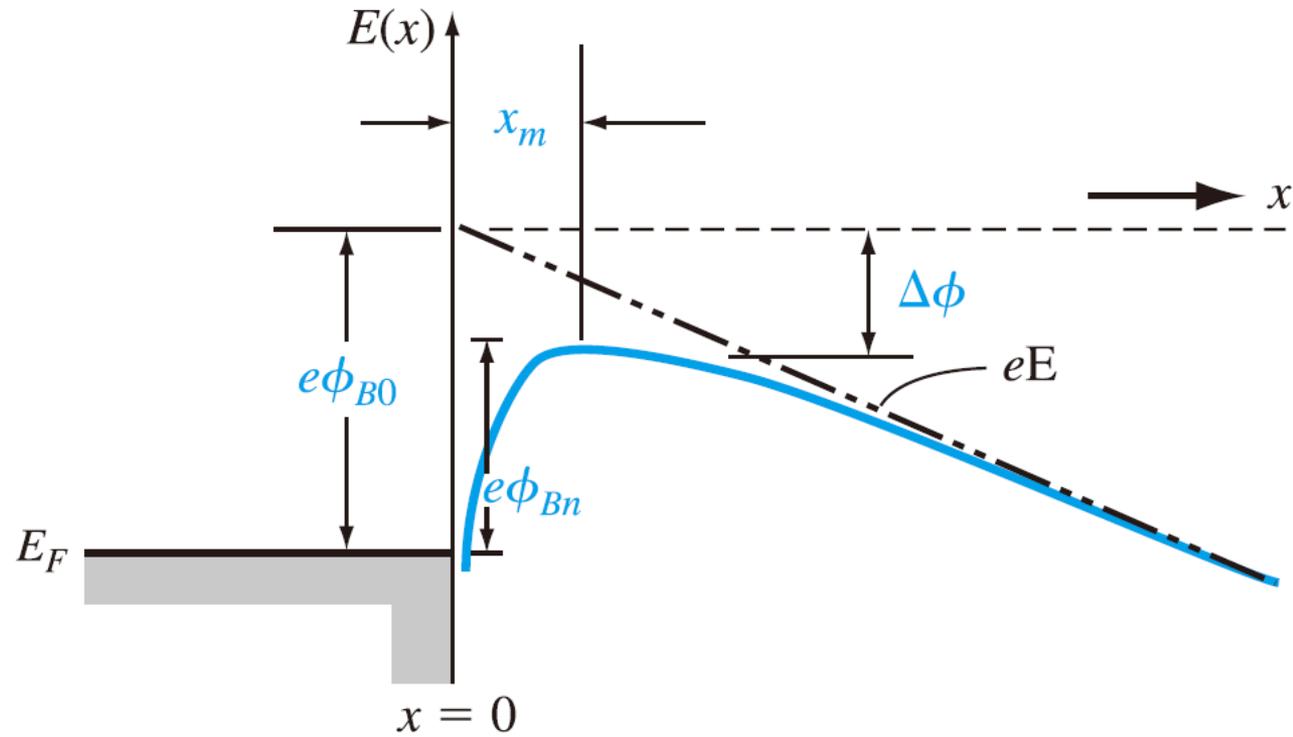
$$-\phi(x) = \frac{-e}{16\pi\epsilon_s x} - Ex$$

# 由影像電荷所造成的電位障



(b)

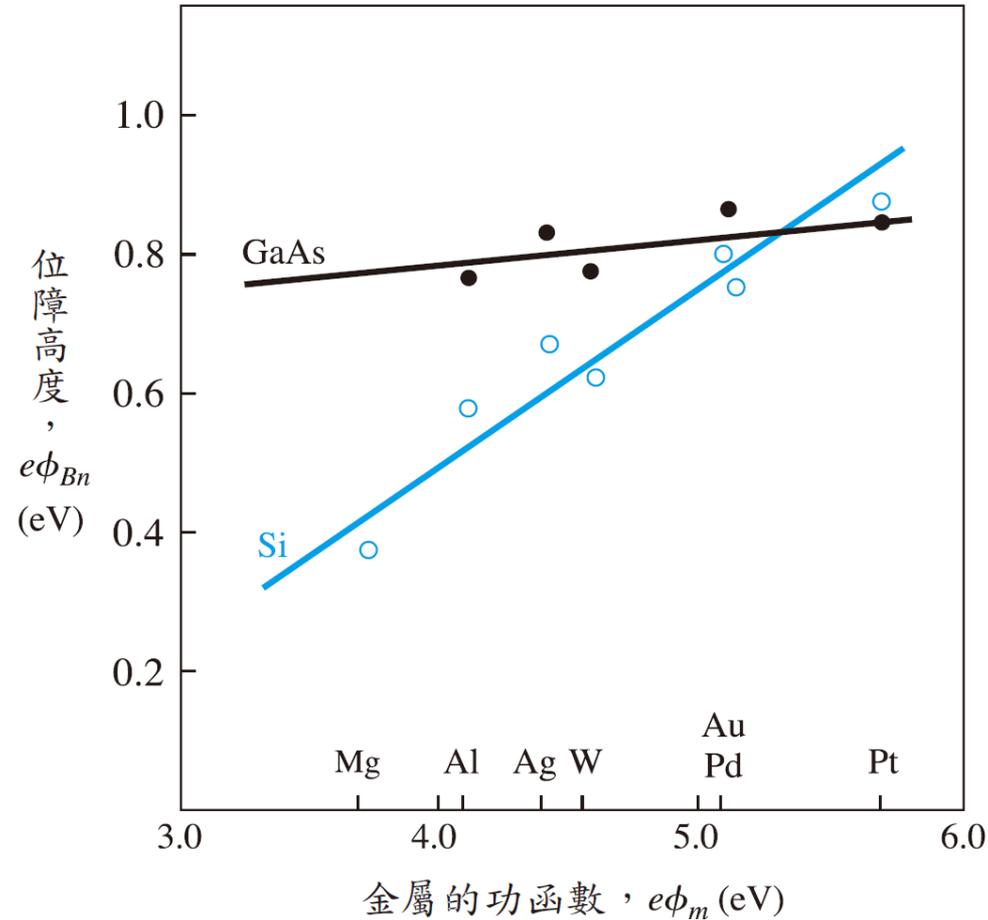
# 有固定電場，並有影像電荷所形成的電位障



(c)

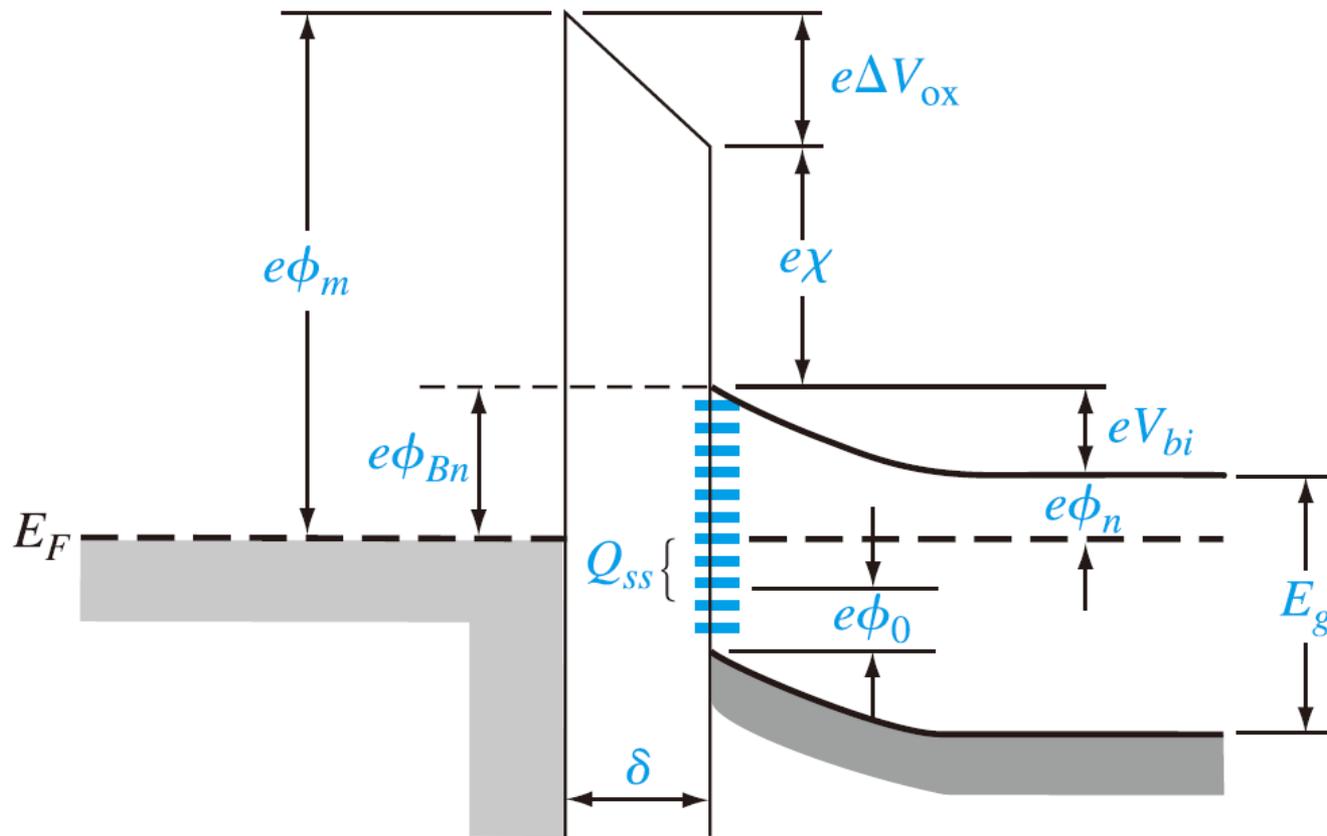
# 影響位障高度的非理想因素(續)

## ❖ 界面狀態



■ 圖 9.5 砷化鎵蕭特基二極體及矽蕭特基二極體所量測到的位障高度與金屬的功函數之關係

# 影響位障高度的非理想因素(續)



■ 圖 9.6 具有界面層及界面狀態的一個金一半接  
面之能帶圖

# 影響位障高度的非理想因素(續)

$$(E_g - e\phi_0 - e\phi_{Bn}) = \frac{1}{eD_{it}} \sqrt{2e\epsilon_s N_d (\phi_{Bn} - \phi_n)} - \frac{\epsilon_i}{eD_{it}\delta} [\phi_m - (\chi + \phi_{Bn})]$$

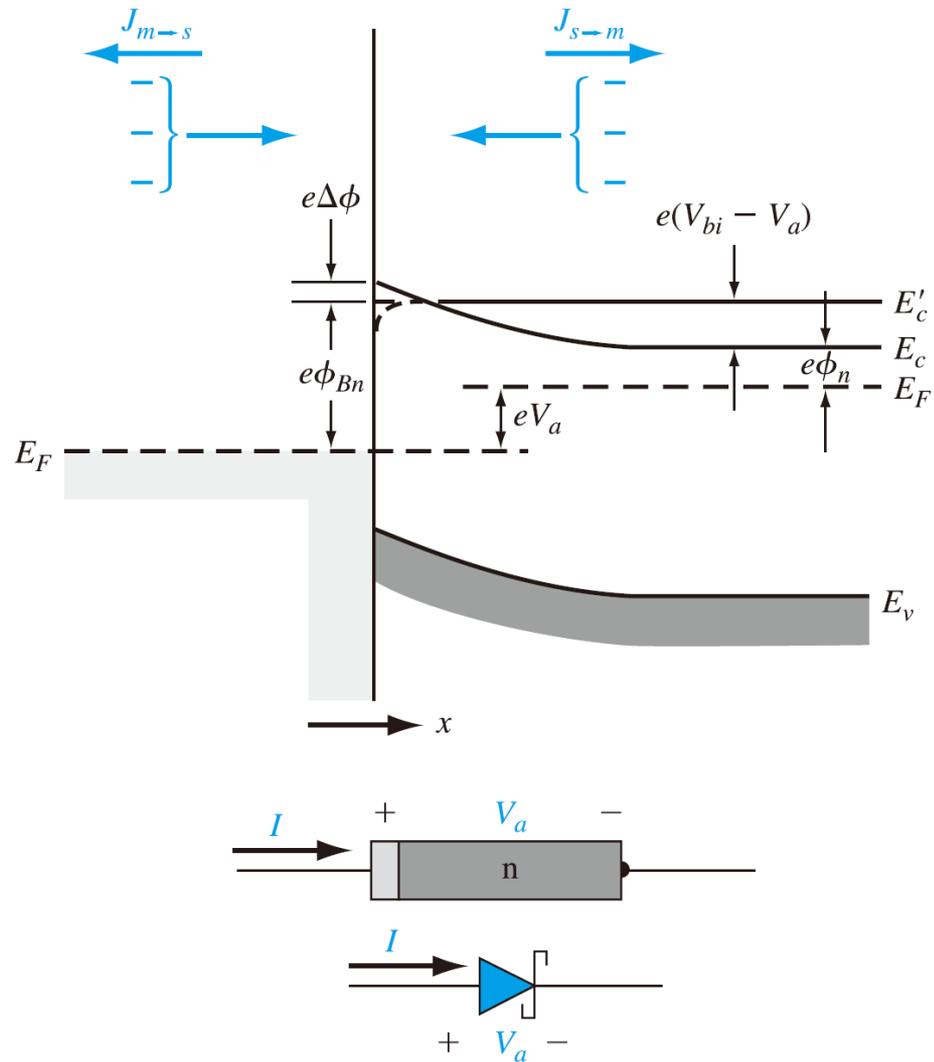
❖ 狀況1  $D_{it} \rightarrow \infty$ 。

$$\phi_{Bn} = \frac{1}{e} (E_g - e\phi_0)$$

❖ 狀況2  $D_{it}\delta \rightarrow 0$ 。

$$\phi_{Bn} = (\phi_m - \chi)$$

# 9.1.4 電流－電壓關係



# 電流－電壓關係(續)

❖ 電流密度  $J_{s \rightarrow m}$  為在  $x$  方向上具有足夠速度而可克服位障的電子濃度的函數。

$$J_{s \rightarrow m} = e \int_{E_c'}^{\infty} v_x dn$$

其中， $E_c'$  是熱離子放射入金屬中所需的最低能量， $v_x$  是載子在傳輸方向上的速度，而  $e$  是電子電荷量的大小。電子濃度的微增量為

$$dn = g_c(E) f_F(E) dE$$

其中  $g_c(E)$  是傳導帶中的狀態密度，而  $f_F(E)$  是費米－狄拉克機率函數。

# 電流－電壓關係(續)

❖ 假設馬克士威－波茲曼近似，

$$dn = \frac{4\pi (2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_c} \exp\left[\frac{-(E - E_F)}{kT}\right] dE$$

❖ 假設比 $E_c$ 高的電子能量全部都是動能，則我們可以得到

$$\frac{1}{2} m_n^* v^2 = E - E_c$$

$$J = J_{s \rightarrow m} - J_{m \rightarrow s}$$

# 電流－電壓關係(續)

❖ 進一步推導可知淨電流密度為

$$J = \left[ A^* T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{kT}\right) \right] \left[ \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right]$$

其中

$$A^* \equiv \frac{4\pi e m_n^* k^2}{h^3}$$

參數 $A^*$  稱為熱離子放射的等效瑞查森常數(effective Richardson constant)。

# 電流－電壓關係(續)

❖ 可寫成一般二極體的電流－電壓關係型式：

$$J = J_{sT} \left[ \exp \left( \frac{eV_a}{kT} \right) - 1 \right]$$

其中  $J_{sT}$  是逆向飽和電流密度，其為

$$J_{sT} = A^* T^2 \exp \left( \frac{-e\phi_{Bn}}{kT} \right)$$

# 例題 9.4

## ■ 題說

考慮圖 9.9 中的鎢-矽二極體曲線並假設  $\phi_{Bn} = 0.67 \text{ V}$  的位障高度。由此圖形知， $J_{sT} \approx 6 \times 10^{-5} \text{ A/cm}^2$ 。

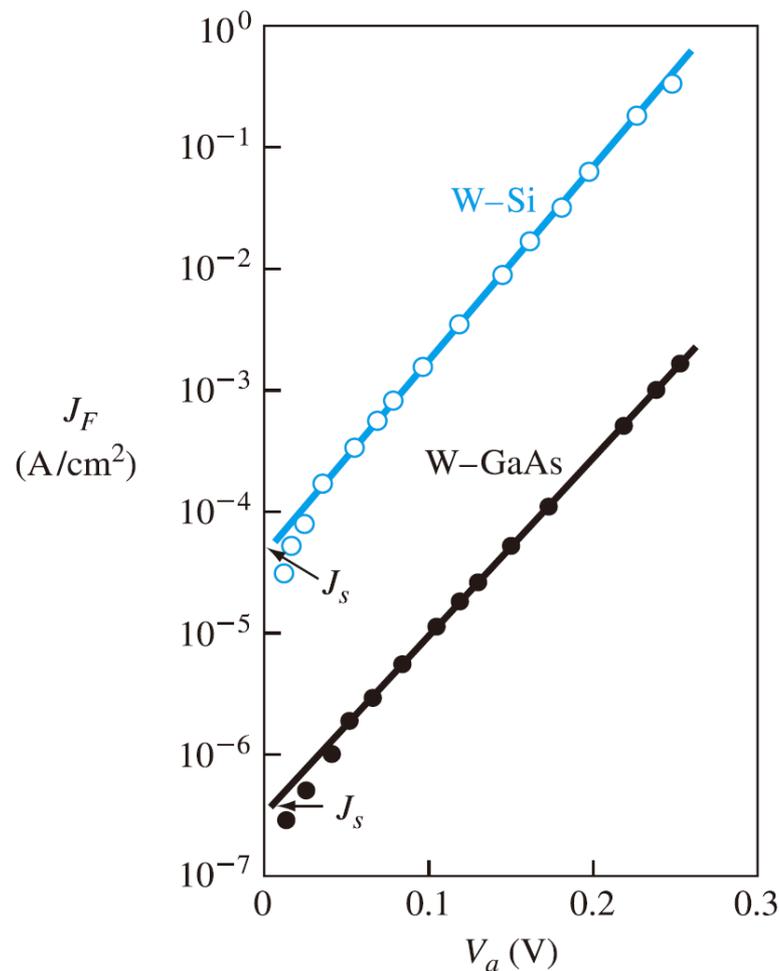
## ■ 解答

$$J_{sT} = A^* T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

$$A^* = \frac{J_{sT}}{T^2} \exp\left(\frac{+e\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

$$A^* = \frac{6 \times 10^{-5}}{(300)^2} \exp\left(\frac{0.67}{0.0259}\right) = 114 \text{ A/K}^2\text{-cm}^2$$

# 電流－電壓關係(續)



■ 圖 9.9 W-Si 及 W-GaAs 二極體的順偏電流密度  $J_F$  對  $V_a$  的圖形

# 9.1.5 蕭特基位障二極體與pn接面二極體之比較

❖ 蕭特基位障二極體的逆向飽和電流密度為

$$J_{sT} = A^* T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{kT}\right)$$

pn接面二極體的理想逆向飽和電流密度為

$$J_s = \frac{eD_n n_{po}}{L_n} + \frac{eD_p p_{no}}{L_p}$$

# 例題 9.5

## ■ 題說

考慮矽-鎢的位障，其具有量測到的位障高度  $e\phi_{Bn} = 0.67$  eV。等效瑞查森常數是  $A^* = 114$  A/K<sup>2</sup>-cm<sup>2</sup>。令  $T = 300$  K。

## ■ 解答

$$J_{sT} = A^* T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{kT}\right) = (114)(300)^2 \exp\left(\frac{-0.67}{0.0259}\right) = 5.98 \times 10^{-5} \text{ A/cm}^2$$

$$N_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \quad N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p = 10 \text{ cm}^2/\text{s} \quad D_n = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\tau_{po} = 10^{-7} \text{ s} \quad \tau_{no} = 10^{-7} \text{ s}$$

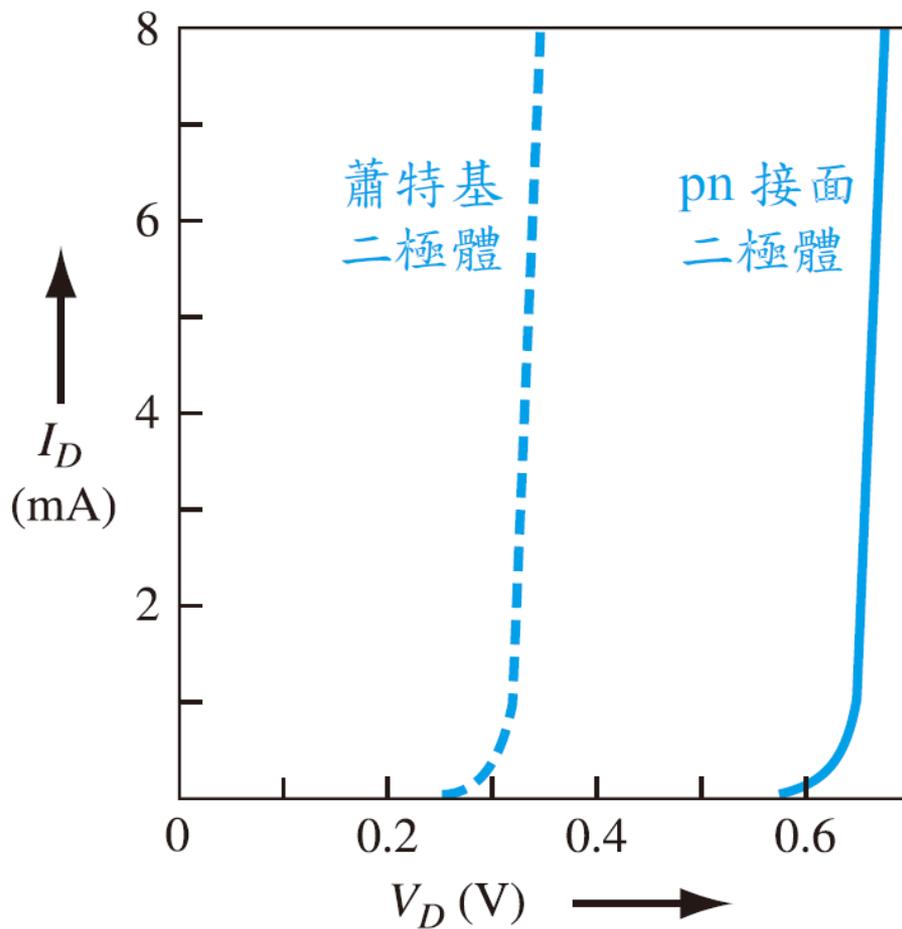
$$L_p = 1.0 \times 10^{-3} \text{ cm} \quad L_n = 1.58 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$p_{no} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3} \quad n_{po} = 2.25 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$$

$$J_s = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(25)(2.25 \times 10^2)}{(1.58 \times 10^{-3})} + \frac{(1.6 \times 10^{-19})(10)(2.25 \times 10^4)}{(1.0 \times 10^{-3})}$$

$$= 5.7 \times 10^{-13} + 3.6 \times 10^{-11} = 3.66 \times 10^{-11} \text{ A/cm}^2$$

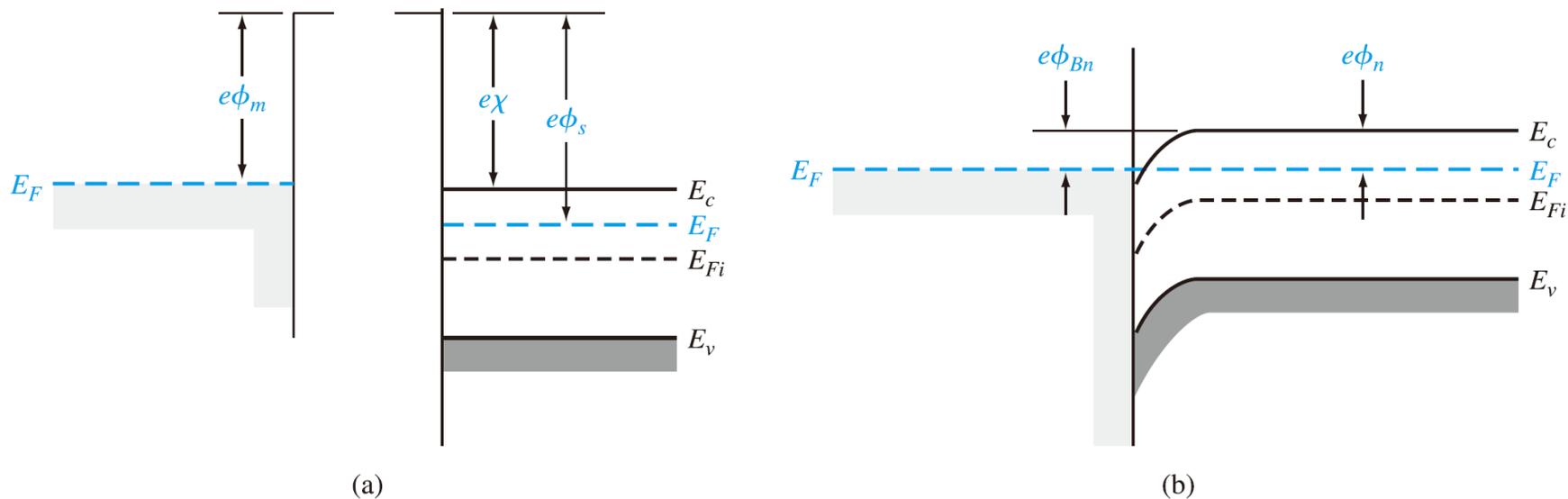
# 蕭特基位障二極體與pn接面二極體之比較(續)



■ 圖 9.10 蕭特基二極體和 pn 接面二極體的順向偏壓  $I-V$  特性比較

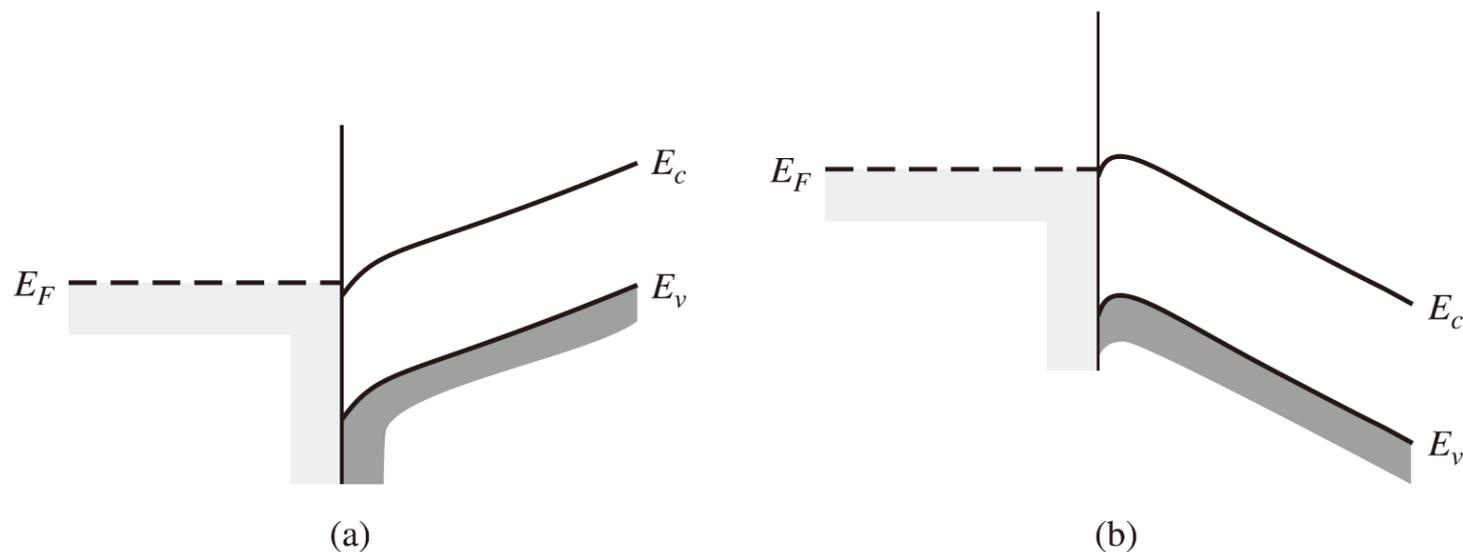
# 9.2 金屬－半導體歐姆接觸

## ❖ 9.2.1 理想的非整流位障



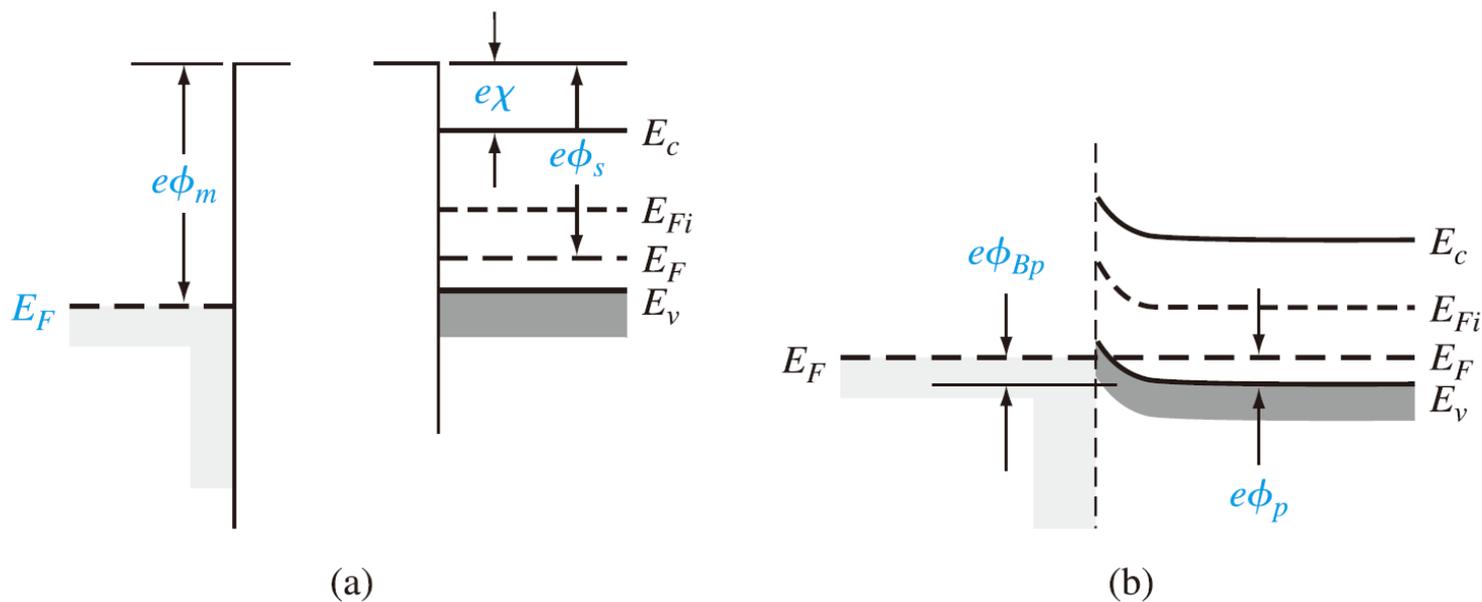
■ 圖 9.11  $\phi_m < \phi_s$  情況下，金屬－n 型半導體接面在：(a) 接觸前；(b) 接觸後的理想能帶結構

# 理想的非整流位障(續)



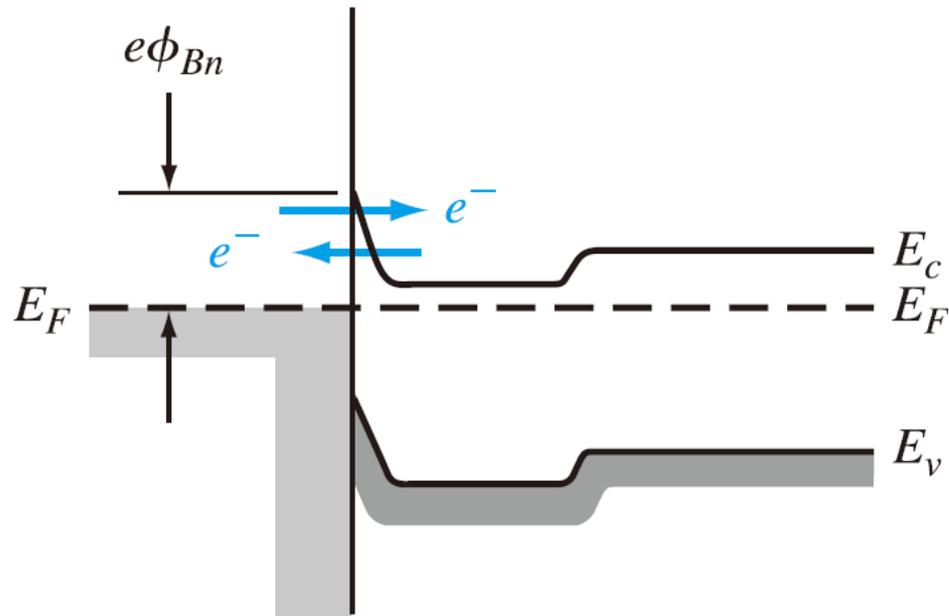
■ 圖 9.12 金屬—n 型半導體的歐姆接觸的理想能帶結構：(a) 在金屬上外加一個相對於半導體為正的電壓時；及 (b) 在半導體上外加一個相對於金屬為正的電壓時

# 理想的非整流位障(續)



■ 圖 9.13  $\phi_m < \phi_s$  情況下，金屬-p 型半導體界面在：(a) 接觸前；及 (b) 接觸後的理想能帶圖

## 9.2.2 穿隧位障



■ 圖 9.14 重摻雜的 n 型半導體－金屬接面的能帶結構

# 穿隧位障(續)

## ❖ 穿隧電流

$$J_t \propto \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{E_{oo}}\right)$$

其中

$$E_{oo} = \frac{e\hbar}{2} \sqrt{\frac{N_d}{\epsilon_s m_n^*}}$$

穿隧電流會隨著摻雜濃度而以指數型式增加。

## 9.2.3 比接觸電阻

❖ 歐姆接觸的一個評比因素是比接觸電阻(specific contact resistance)  $R_c$ 。此參數定義為零偏壓下電流密度相對於電壓的導數之倒數，可以寫為

$$R_c = \left( \frac{\partial J}{\partial V} \right)^{-1} \Big|_{V=0} \quad \Omega\text{-cm}^2$$

對一個歐姆接觸而言，我們希望  $R_c$  值越小越好。

# 比接觸電阻(續)

❖ 對一個低濃度半導體摻雜濃度的整流接觸而言，  
電流－電壓的關係可表示為

$$J_n = A^*T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_{Bn}}{kT}\right) \left[ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right]$$

在此接面中，熱離子放射電流是主控的電流成分，  
而對應的比接觸電阻為

$$R_c = \frac{\left(\frac{kT}{e}\right) \exp\left(\frac{+e\phi_{Bn}}{kT}\right)}{A^*T^2}$$

當位障高度降低時，比接觸電阻明顯的下降。

# 比接觸電阻(續)

❖ 對於一個高雜質摻質濃度的金-半接面而言，穿隧的過程是主要的電荷傳輸機制。比接觸電阻為

$$R_c \propto \exp\left(\frac{+2\sqrt{\epsilon_s m_n^*}}{\hbar} \cdot \frac{\phi_{Bn}}{\sqrt{N_d}}\right)$$

顯示比接觸電阻會隨半導體的濃度有明顯變化。

# 比接觸電阻(續)

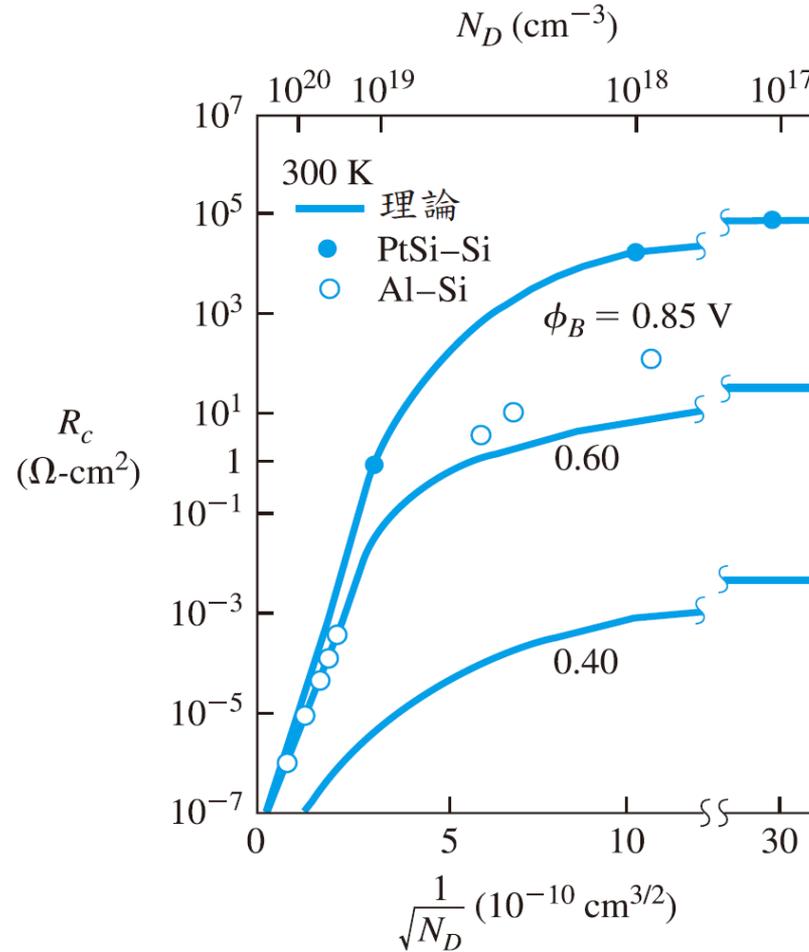
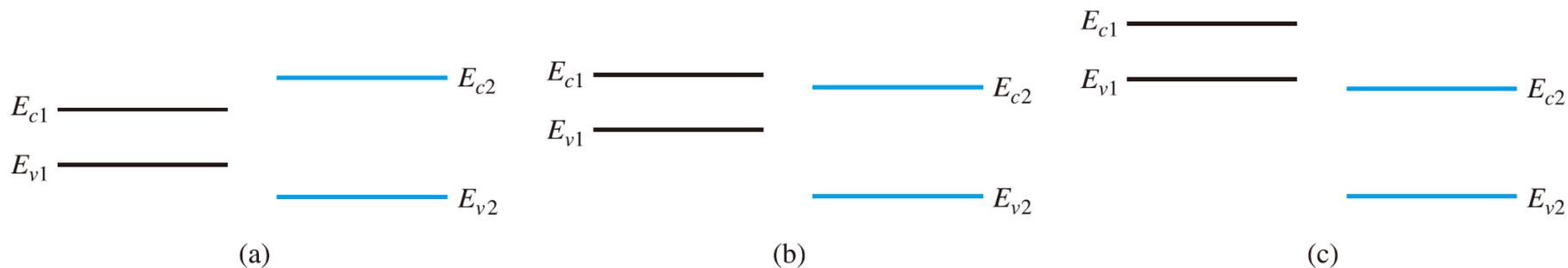


圖 9.15 理論和實驗的比接觸電阻為摻雜的一個函數

# 9.3 異質介面

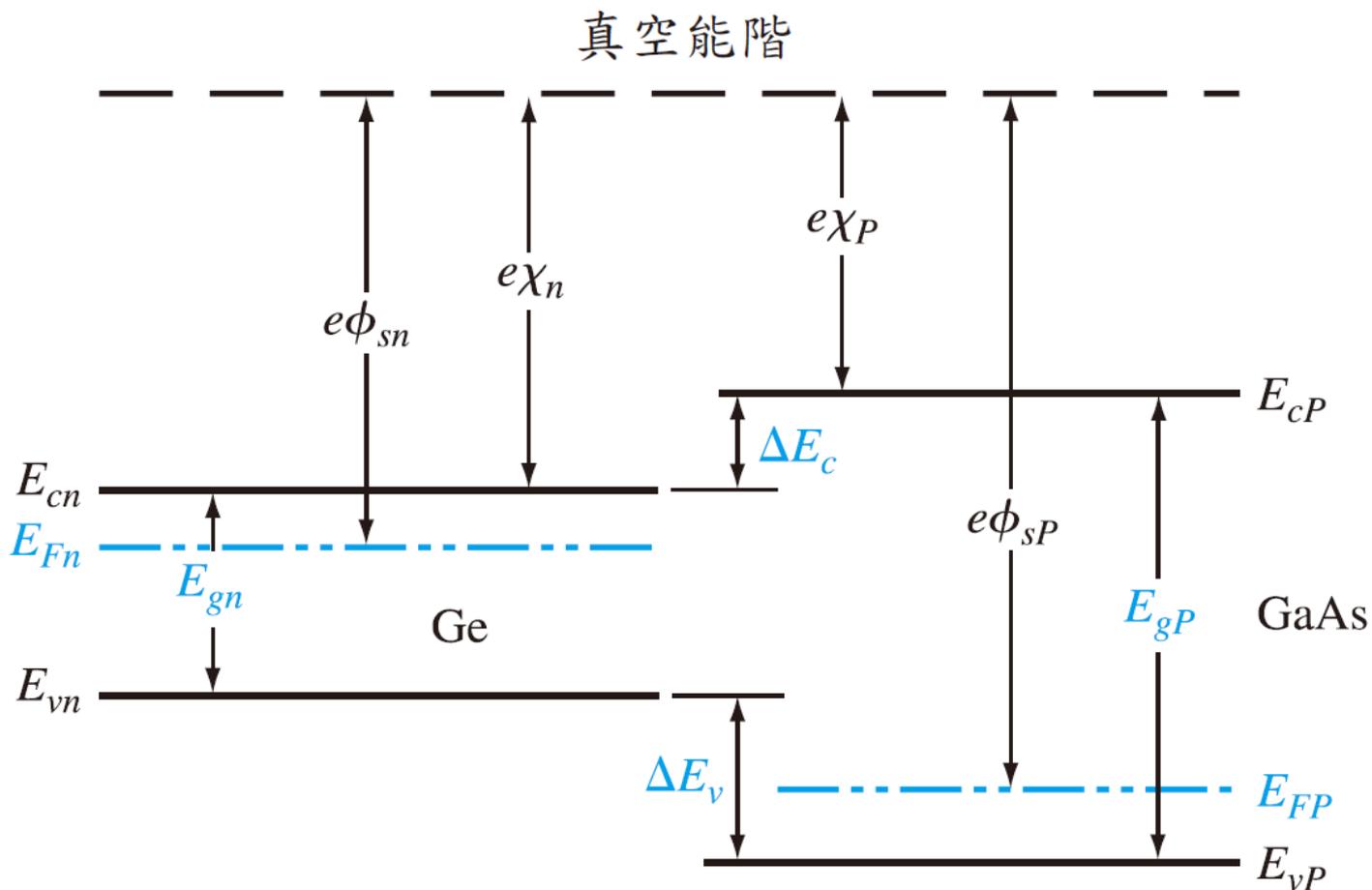
## ❖ 9.3.1 異質介面的材料

## ❖ 9.3.2 能帶圖



■ 圖 9.16 窄能隙與寬能隙能量之間的關係：(a) 跨乘；(b) 堆疊；及 (c) 裂隙

# 能帶圖(續)



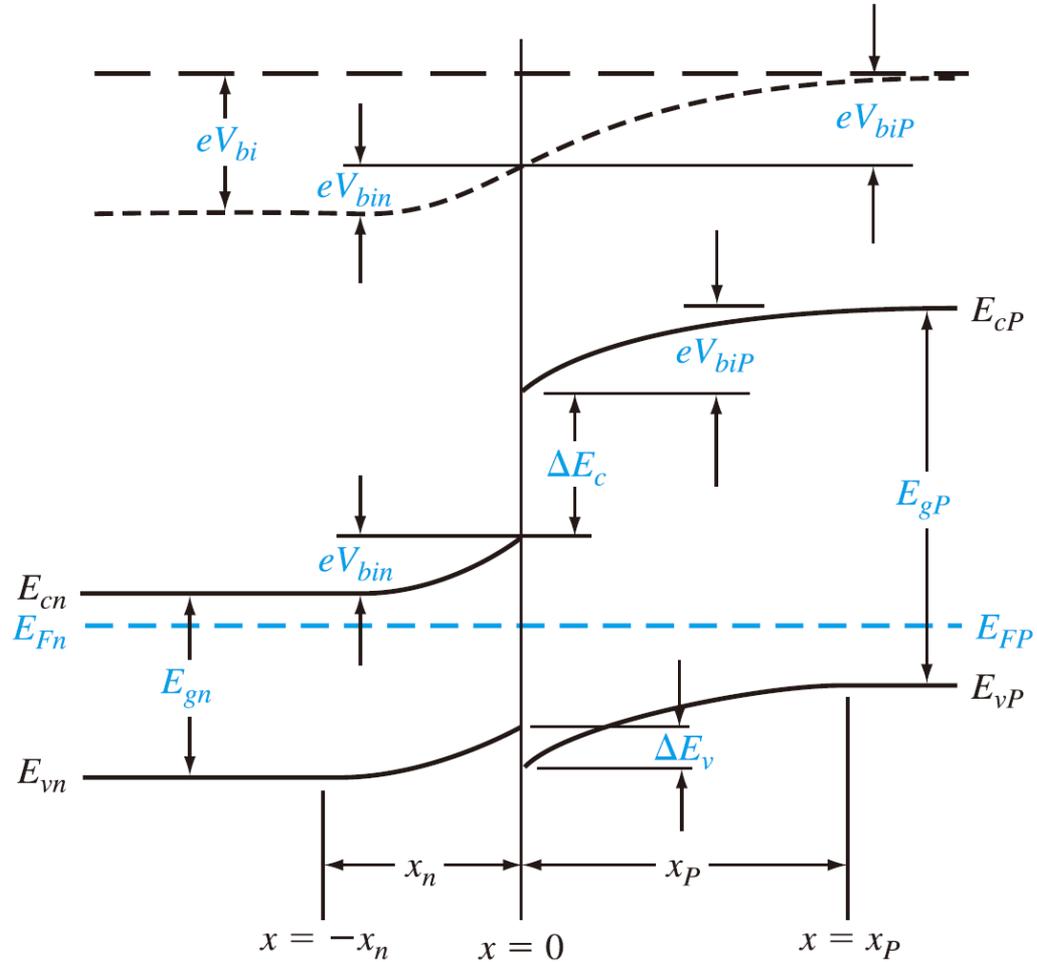
■ 圖 9.17 一個窄能隙及一個寬能隙材料接觸前的能帶圖

# 能帶圖(續)

$$\Delta E_c = e(\chi_n - \chi_p)$$

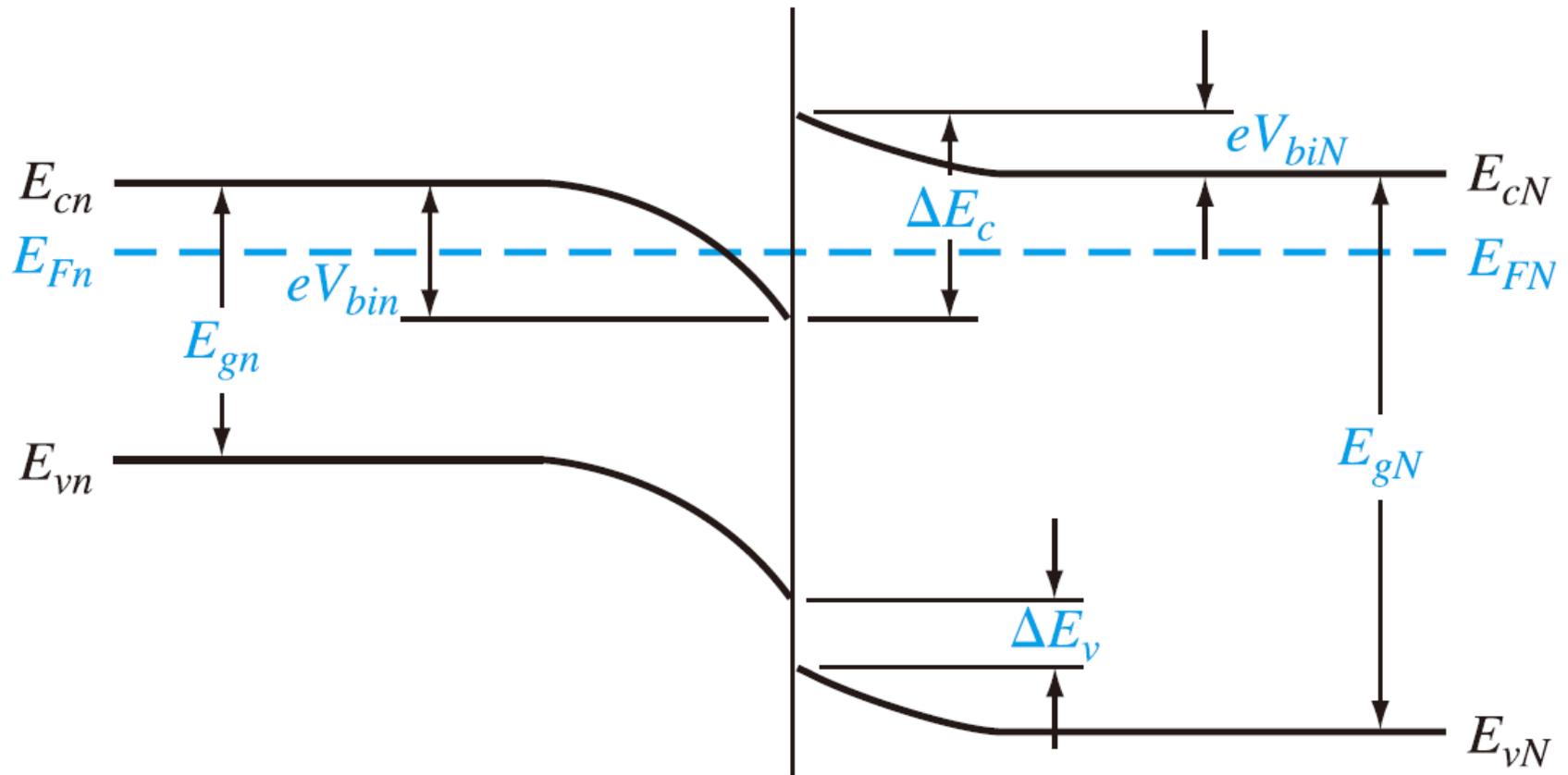
$$\Delta E_c + \Delta E_v = E_{gp} - E_{gn} = \Delta E_g$$

# 能帶圖(續)



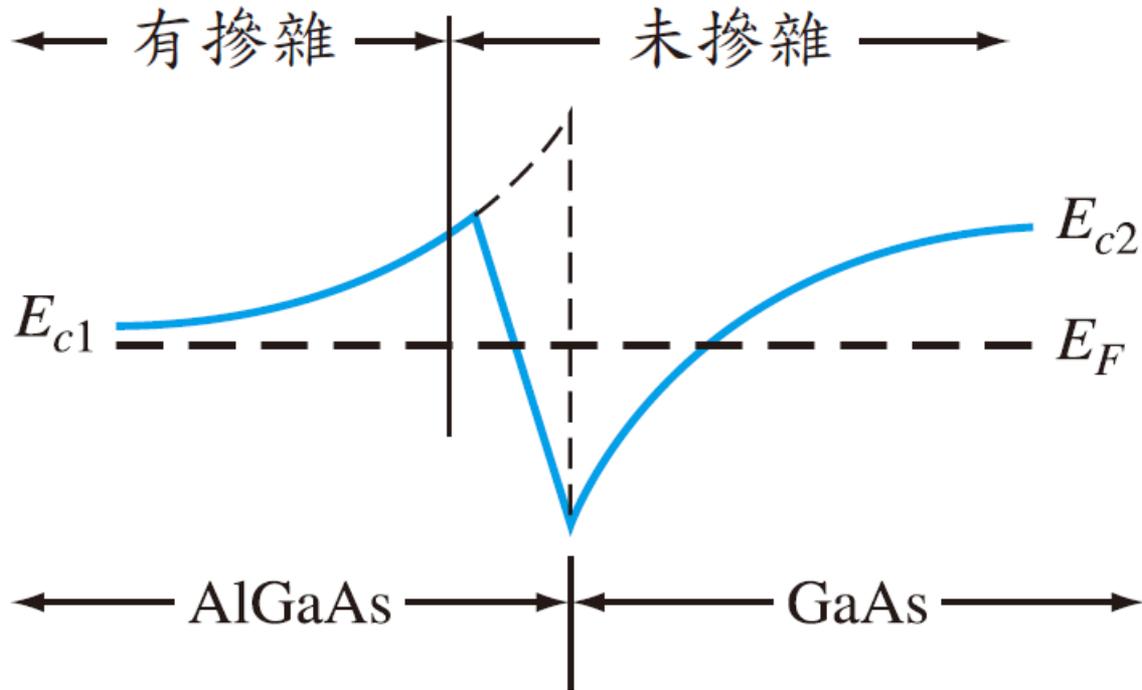
■ 圖 9.18 在熱平衡下的一個 nP 異質界面理想能帶圖

# 9.3.3 二維電子氣



■ 圖 9.19 在熱平衡下的一個 nN 異質界面理想能帶圖

# 二維電子氣(續)



■ 圖 9.22 漸變 (實線) 與非漸變 (虛線) 異質接面的傳導帶緣

## 9.3.4 平衡靜電學

❖ 總內建電位障  $V_{bi}$  是功函數之間的差，即

$$V_{bi} = \phi_{sP} - \phi_{sn}$$

$$eV_{bi} = [e\chi_P + E_{gP} - (E_{FP} - E_{vP})] - [e\chi_n + E_{gn} - (E_{Fn} - E_{vn})]$$

或

$$eV_{bi} = e(\chi_P - \chi_n) + (E_{gP} - E_{gn}) + (E_{Fn} - E_{vn}) - (E_{FP} - E_{vP})$$

可以再表示成

$$eV_{bi} = -\Delta E_c + \Delta E_g + kT \ln \left( \frac{N_{vn}}{p_{no}} \right) - kT \ln \left( \frac{N_{vP}}{p_{po}} \right)$$

# 平衡靜電學(續)

❖ 將整個空間電荷區域的電場加以積分，我們可以求得電位，因此，可求得跨在每個區域上的電位差

$$V_{bin} = \frac{eN_{dn}x_n^2}{2\epsilon_n}$$

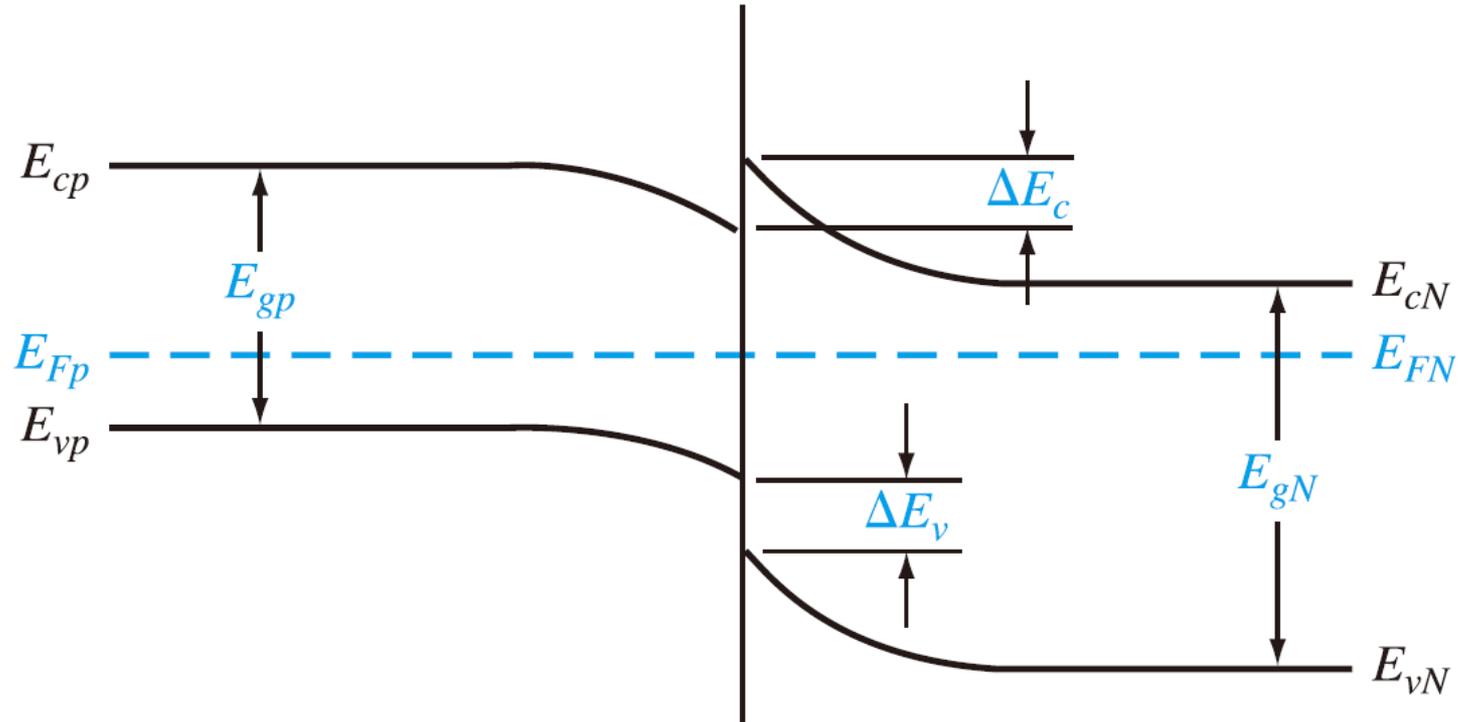
及

$$V_{biP} = \frac{eN_{aP}x_P^2}{2\epsilon_P}$$

P-n兩邊內建電位障的比值為

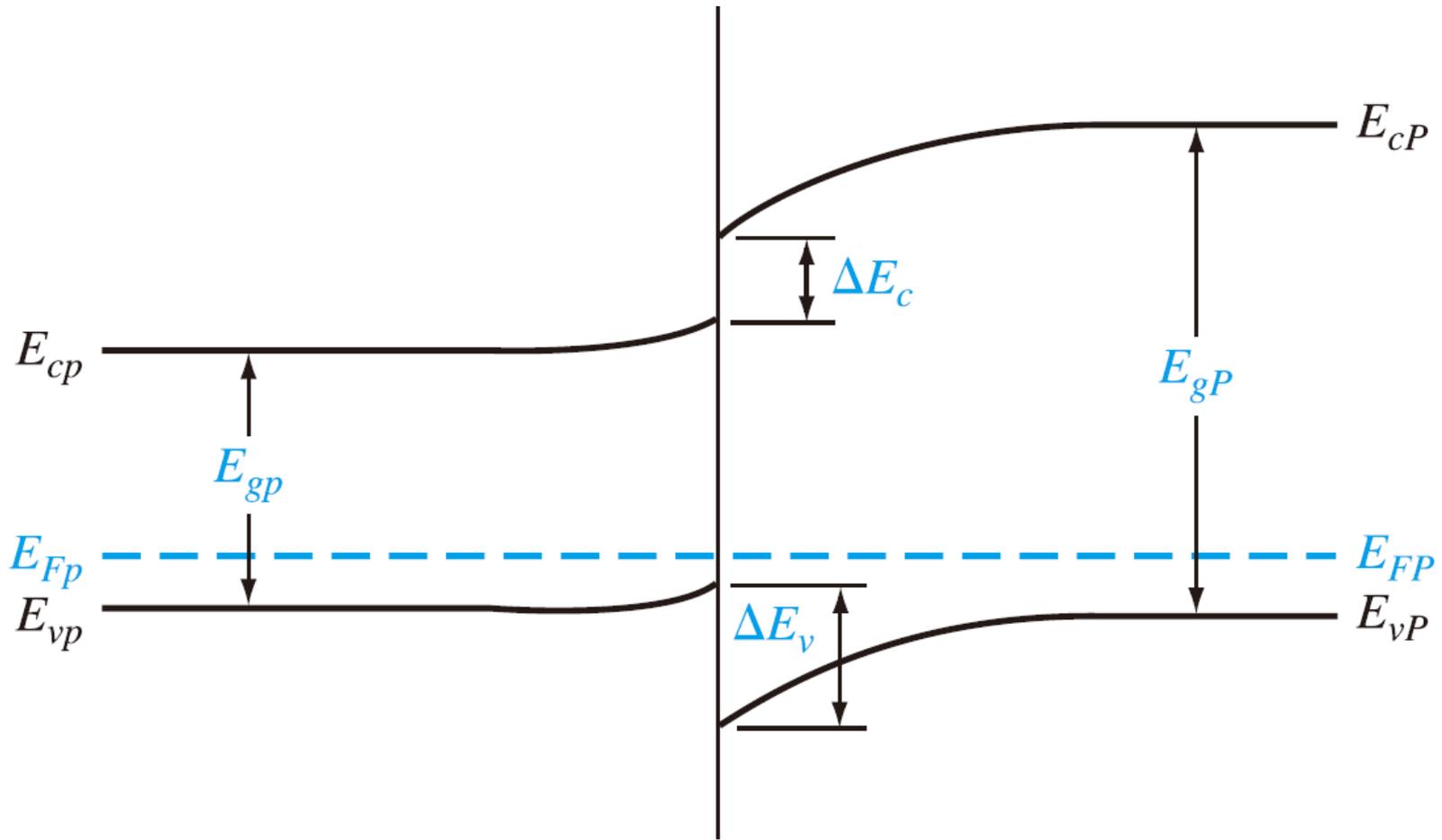
$$\frac{V_{bin}}{V_{biP}} = \frac{\epsilon_P}{\epsilon_n} \cdot \frac{N_{dn}}{N_{aP}} \cdot \frac{x_n^2}{x_P^2} = \frac{\epsilon_P N_{aP}}{\epsilon_n N_{dn}}$$

# 平衡靜電學(續)



■ 圖 9.23 在熱平衡下，理想的 Np 異質接面的能帶圖

# 平衡靜電學(續)



■ 圖 9.24 在熱平衡下，理想的 pP 異質接面的能帶圖

## 9.3.5 電流－電壓特性

❖ 異質接面的電流－電壓特性為

$$J = A^* T^2 \exp\left(\frac{-E_w}{kT}\right) \quad (9.51)$$

其中 $E_w$ 是一個等效的位障高度，此位障高度如同在pn同質接面或蕭特基位障接面上的，可藉由跨於接面上的外加電壓而增大或減小。

## 9.4 本章總結

- ❖ 金屬在輕摻雜的半導體上可形成一個整流的接觸，稱為蕭特基位障二極體。金屬與半導體間的理想位障高度為金屬的功函數及半導體的電子親和力之間的差。
- ❖ 若外加一個相對於金屬為正的電壓於n型半導體上(逆向偏壓)，介於半導體與金屬間的位障會增大，因此幾乎沒有電子可以流動。若外加一個相對於n型半導體為正的電壓於金屬時(順向偏壓)，則半導體與金屬間的位障會降低，因此，電子可藉由所謂的熱離子放射過程，而容易的自半導體進入金屬區。

# 本章總結(續)

- ❖ 理想的蕭特基位障二極體的電流－電壓關係與pn接面二極體的相似。然而，由於其電流機制與pn接面的不相同，故蕭特基二極體的切換速度較pn接面二極體的為快。此外，一般的蕭特基二極體的逆向飽和電流大於一般的pn接面二極體的逆向飽和電流，因此相較於pn接面二極體，蕭特基二極體只需以較小的順向偏壓電壓，即可達到所要的電流大小。

# 本章總結(續)

- ❖ 金一半接面也可以形成歐姆接觸。這種接觸可以提供雙向的電流傳導，導通時，只有非常小的電壓落於在接面上的一個低電阻。
- ❖ 半導體異質接面是由具有不同能隙的半導體材料接觸而形成。異質接面一項有用的性質是在其界面處會形成一個位勢井，如此，電子可被侷限於與界面垂直的位勢井中，而在另外的兩個方向上可以自由的移動。





# Chapter 10 金氧半場效電晶體的基礎

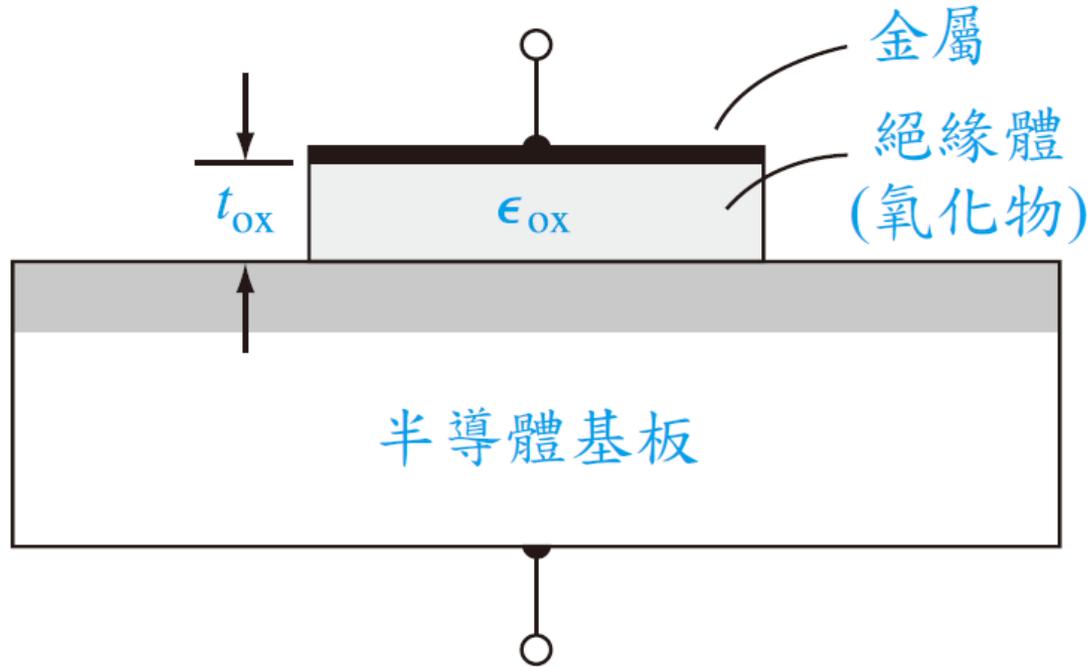
# 本章預定討論內容

- ❖ 探討通稱為MOS電容器的金屬—氧化物—半導體結構之能帶與施加電壓間變化關係的特性。
- ❖ 討論MOS電容器中半導體表面反轉的概念。
- ❖ 定義並導出臨界電壓的表示式，其為MOSFET的基本參數。
- ❖ 討論MOSFET各種實質結構，包含增益模式與空乏模式的元件。

# 本章預定討論內容(續)

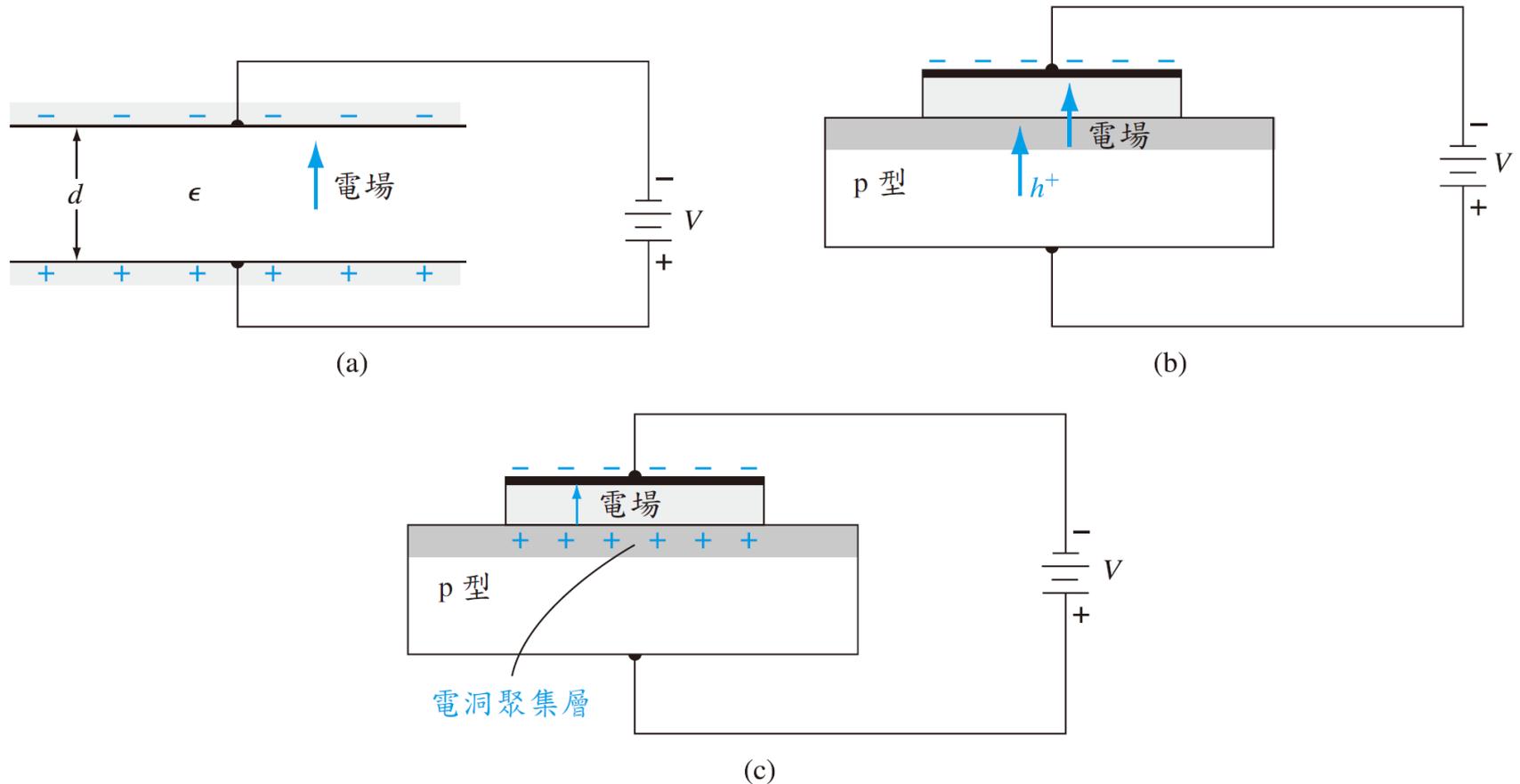
- ❖ 推導MOSFET的理想電流－電壓關係。
- ❖ 發展出MOSFET的小信號等效電路。此電路關聯出元件在類比電路中小信號下的電流與電壓間的關係。
- ❖ 推論MOSFET高頻的限制因素。

# 10.1 兩端點MOS結構



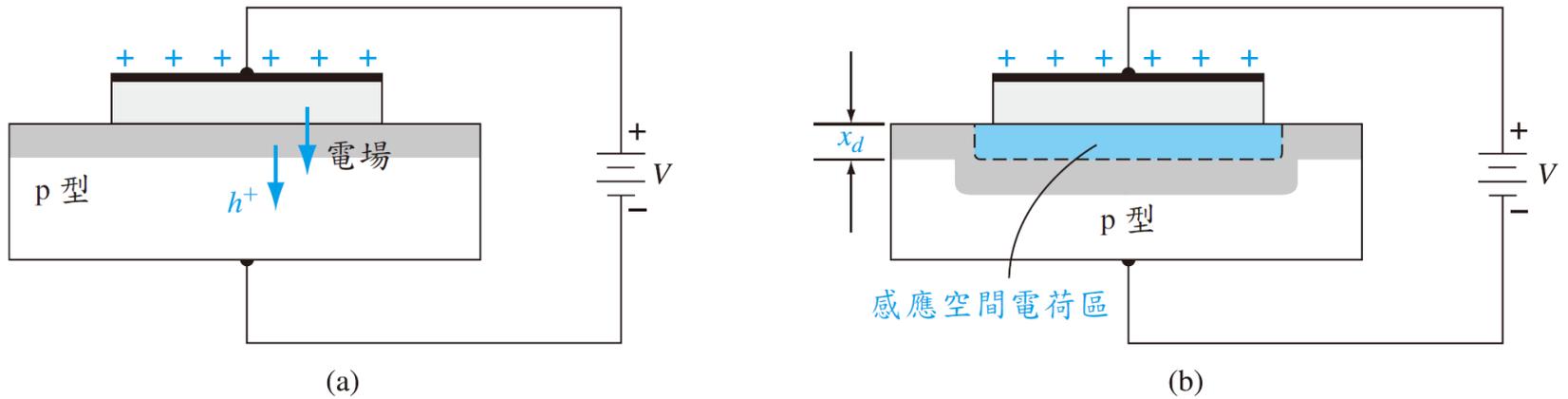
■ 圖 10.1 基本的 MOS 電容器結構

# 10.1.1 能帶圖



■ 圖 10.2 (a) 顯示出電場及導體電荷的一個平行板電容器；(b) 一個具有負閘極偏壓的 MOS 電容器，顯示出電場及電荷流動；(c) 具有一個電洞聚集層的 MOS 電容器

# 能帶圖(續)

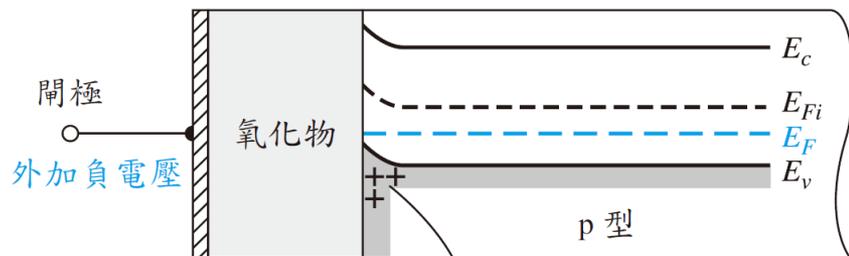


■ 圖 10.3 施加適當的正閘極偏壓之 MOS 電容器，顯示出：(a) 電場和電荷流動方向；及 (b) 感應空間電荷區

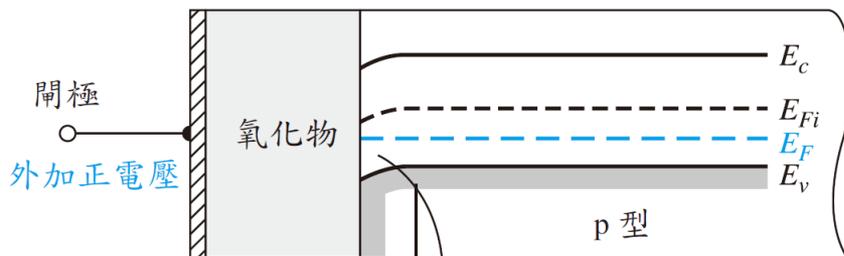
# 能帶圖(續)



(a)



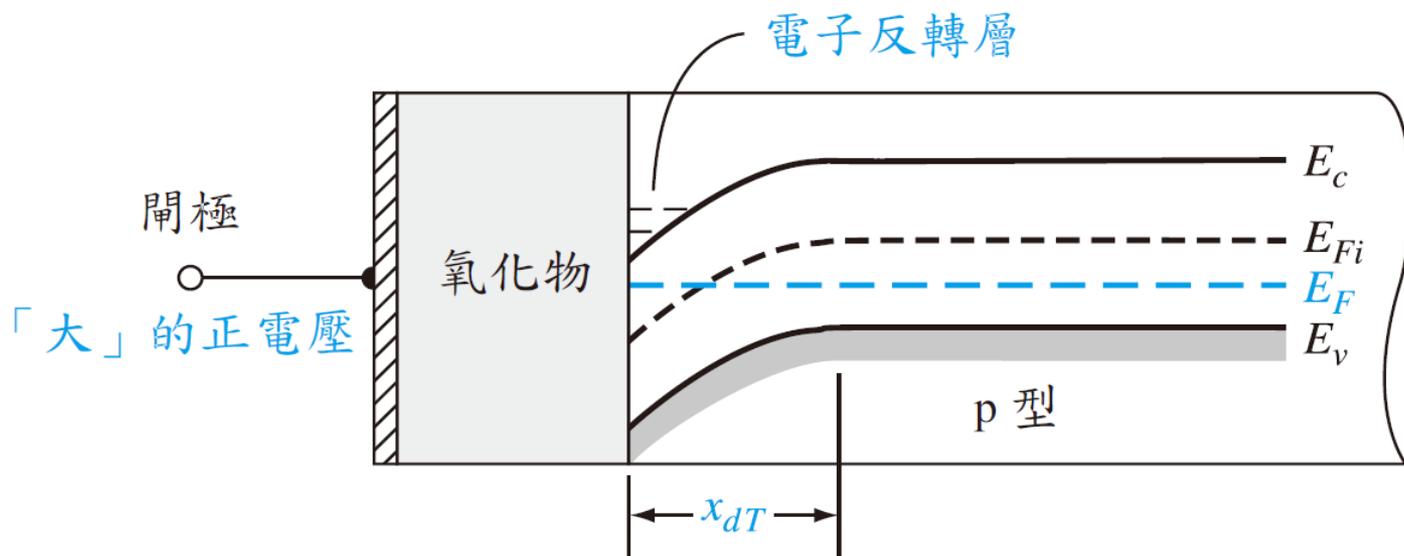
(b)



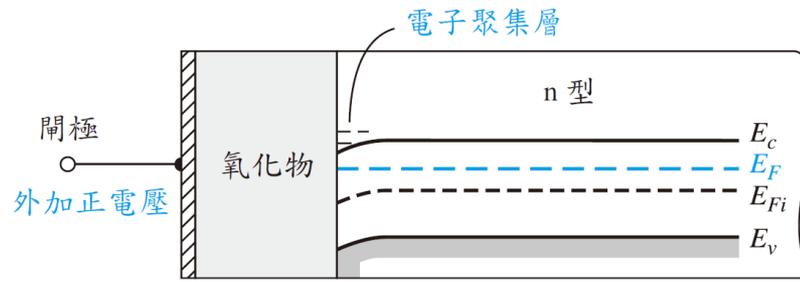
(c)

■ 圖 10.4 具有 p 型基板的 MOS 電容器之能帶圖：(a) 未加偏壓且理想界面條件；(b) 施加負的閘極電壓；及 (c) 適當的正閘極電壓

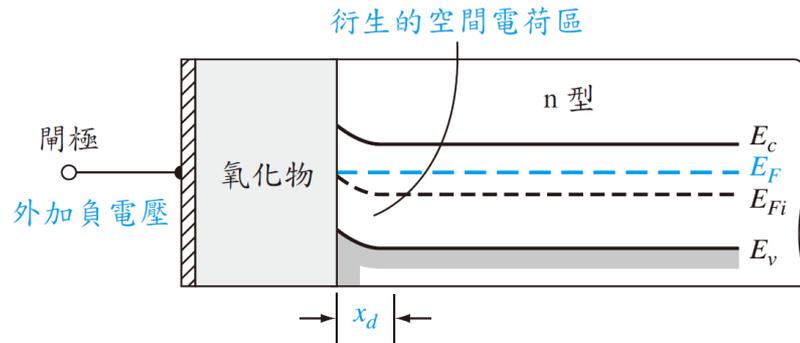
# 能帶圖(續)



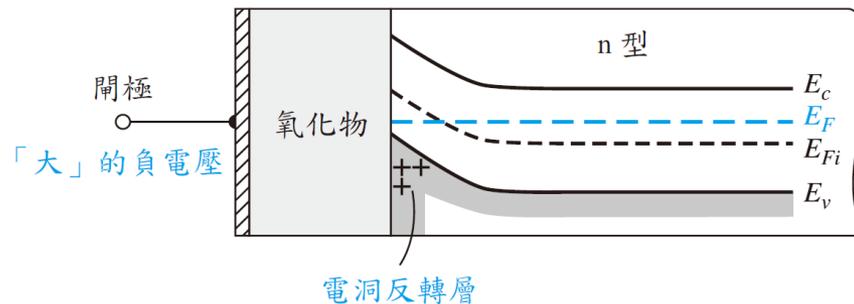
■ 圖 10.5 施加較大閘極正偏壓情況下的 p 型基板 MOS 電容器之能帶圖



(a)



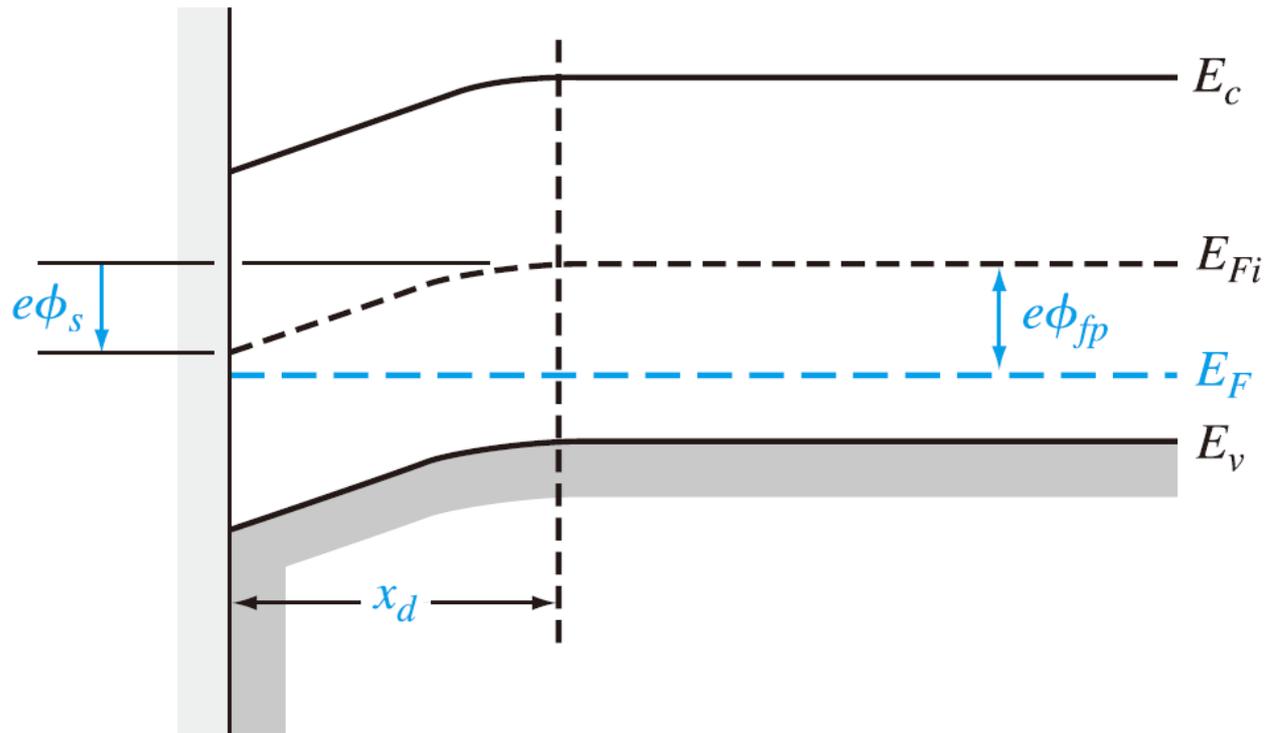
(b)



(c)

■ 圖 10.7 具 n 型基板的 MOS 電容器之能帶圖，當施加：(a) 正的閘極偏壓；(b) 負的且大小適當的閘極偏壓；及 (c) 負的且極大的閘極偏壓

## 10.1.2 空乏層的厚度



■ 圖 10.8 表示出表面電位的 p 型半導體能帶圖

# 空乏層的厚度(續)

❖ 電位  $\phi_{fp}$  為  $E_{Fi}$  和  $E_F$  的差值

$$\phi_{fp} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right)$$

其中  $N_a$  是受體雜質濃度而  $n_i$  是本質載子濃度。

❖ 電位  $\phi_s$  稱為表面電位(surface potential) (以伏特為單位)；它是半導體基板的  $E_{Fi}$  以及半導體表面的  $E_{Fs}$  之間的差。空間電荷寬度可以被寫為類似單邊 pn 接面的型式，表示為

$$x_d = \left( \frac{2\epsilon_s \phi_s}{eN_a} \right)^{1/2}$$

其中  $\epsilon_s$  是半導體的電容率。

# 空乏層的厚度(續)

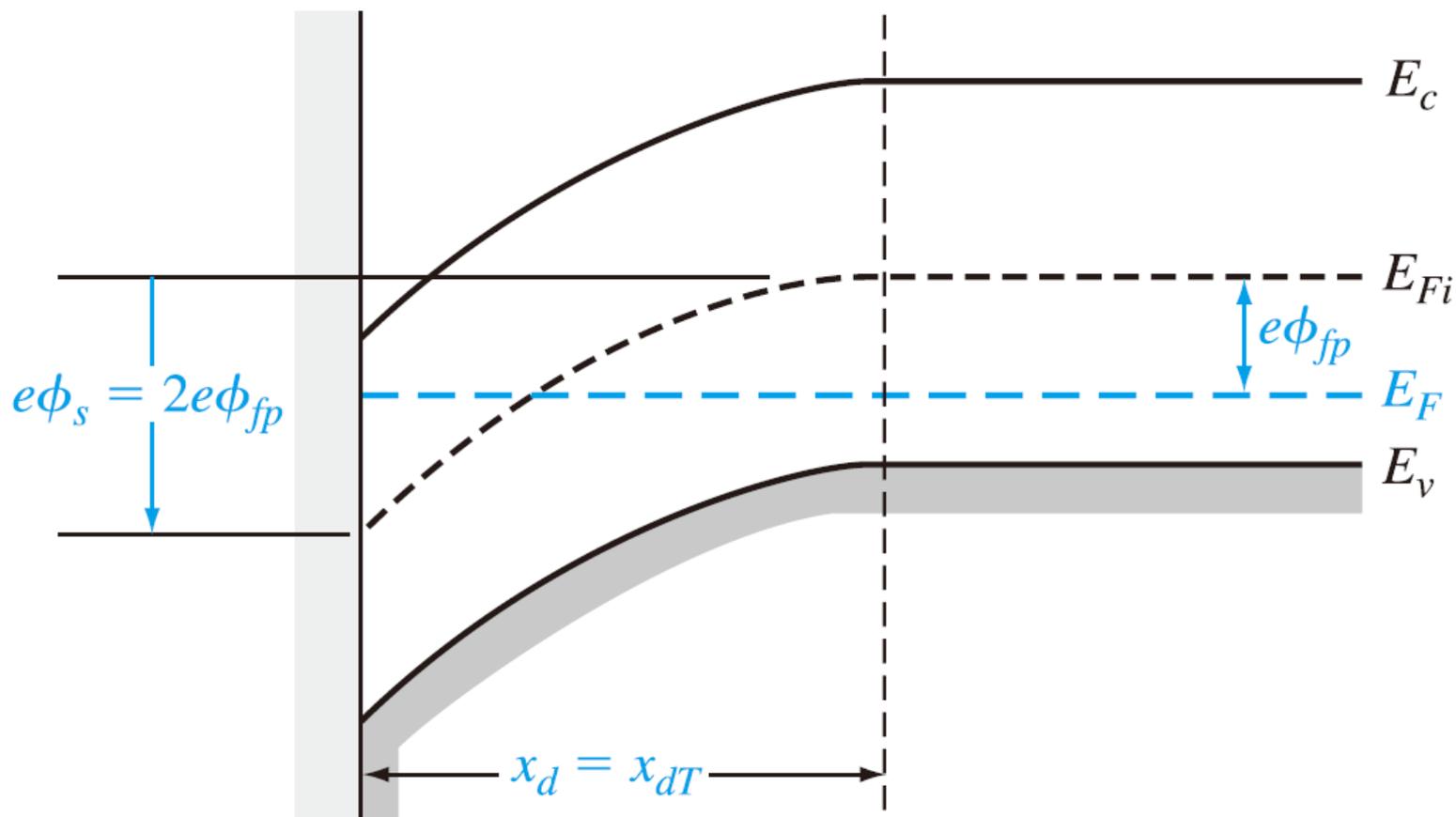
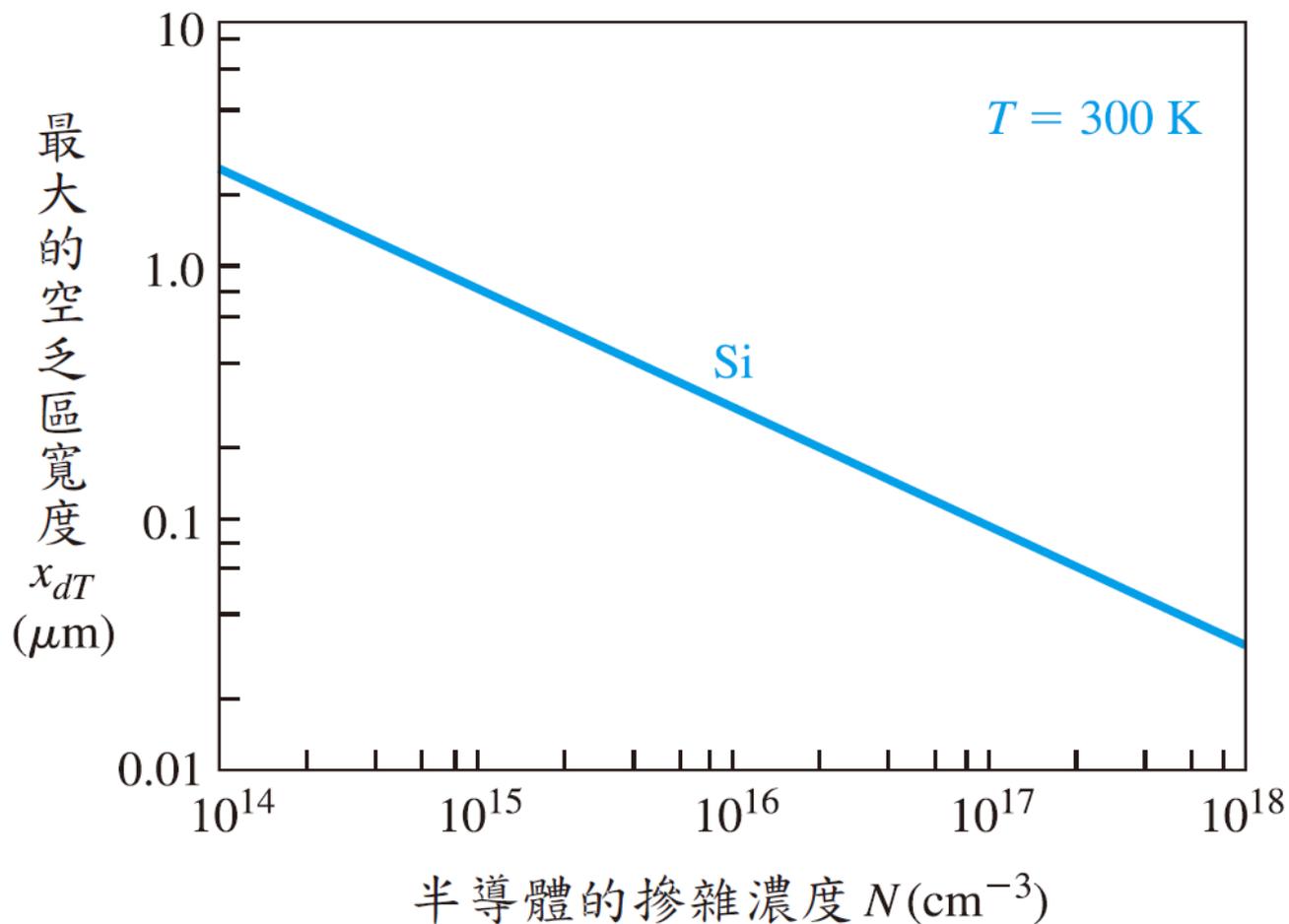


圖 10.9 在臨界反轉點的 p 型半導體能帶圖

# 空乏層的厚度(續)



■ 圖 10.11 最大感應空間電荷區寬度對半導體摻雜量的變化關係

# 10.1.3 表面電荷密度

❖ 傳導帶的電子濃度可寫成

$$n = n_i \exp \left[ \frac{E_F - E_{Fi}}{kT} \right]$$

對於p型半導體基板，電子反轉電荷密度可以寫成

$$n_s = n_i \exp \left[ \frac{e(\phi_{fp} + \Delta\phi_s)}{kT} \right] = n_i \exp \left[ \frac{\phi_{fp} + \Delta\phi_s}{V_t} \right]$$

或

$$n_s = n_i \exp \left( \frac{\phi_{fp}}{V_t} \right) \cdot \exp \left( \frac{\Delta\phi_s}{V_t} \right)$$

其中， $\Delta\phi_s$  為表面電位大於  $2\phi_{fp}$  的差值。

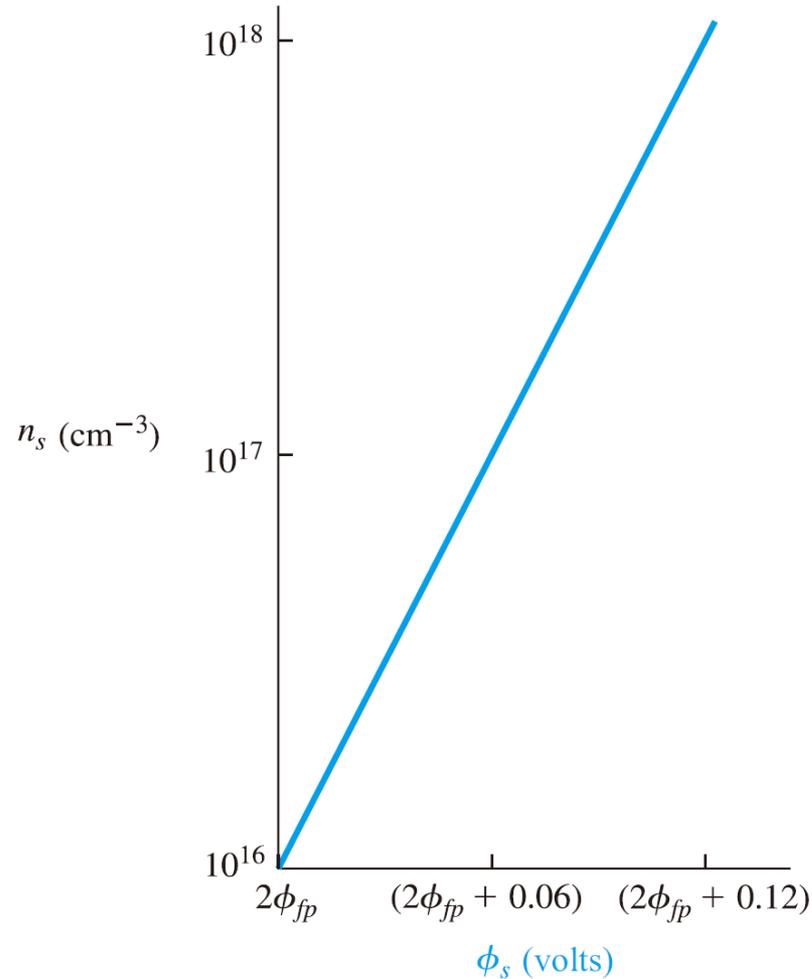
# 表面電荷密度(續)

$$n_{st} = n_i \exp\left(\frac{\phi_{fp}}{V_t}\right)$$

❖ 其中  $n_{st}$  是在臨界反轉點的表面電荷密度。反轉的電子電荷密度可以寫成

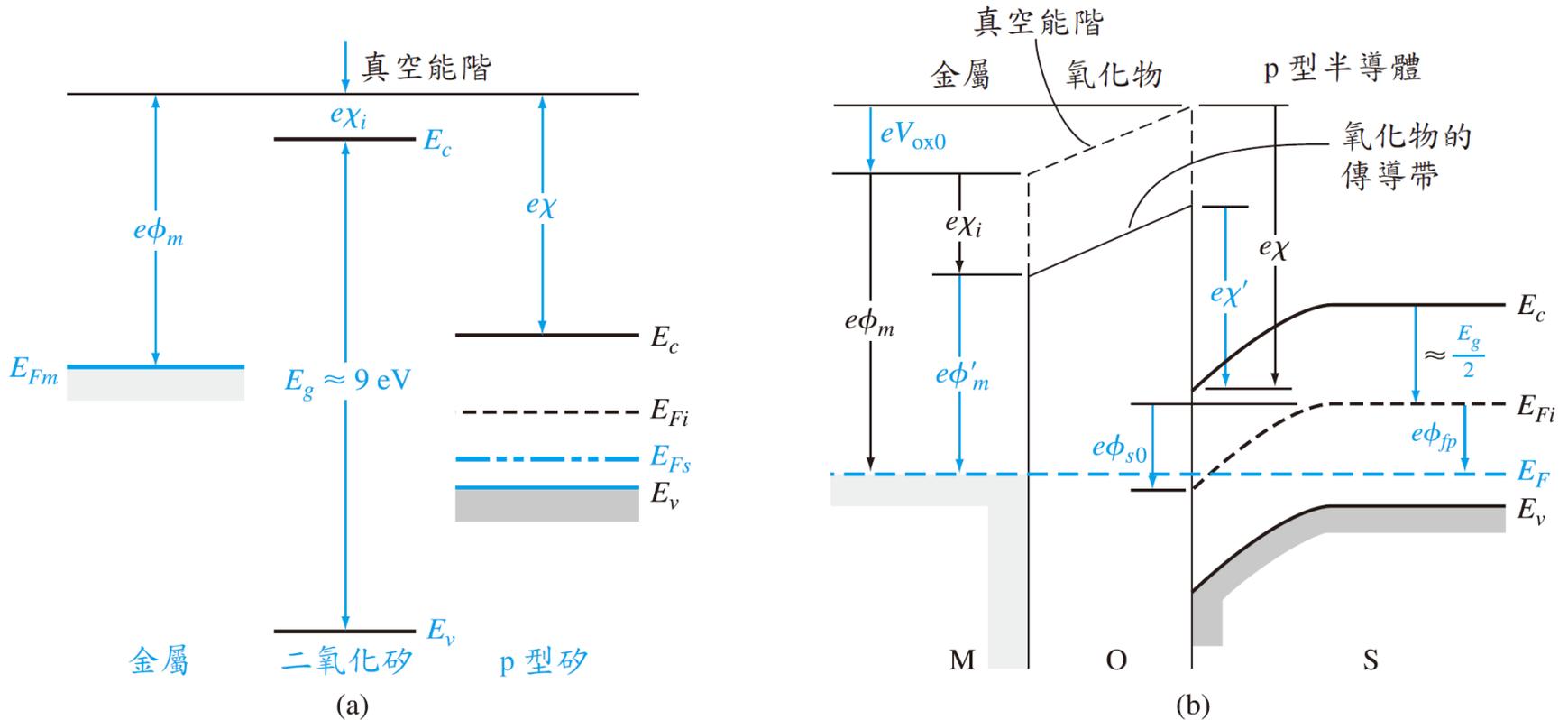
$$n_s = n_{st} \exp\left(\frac{\Delta\phi_s}{V_t}\right)$$

# 表面電荷密度(續)



■ 圖 10.12 電子反轉電荷密度為表面電位的函數

# 10.1.4 功函數差



■ 圖 10.13 (a) 接觸前的 MOS 系統能階圖；及 (b) 接觸後在熱平衡下跨過 MOS 結構的能帶圖

# 功函數差(續)

❖ 金屬部分的費米能階以上的能量和相等於半導體部分的費米能階以上的能量相加，可以得到

$$e\phi'_m + eV_{ox0} = e\chi' + \frac{E_g}{2} - e\phi_{s0} + e\phi_{fp}$$

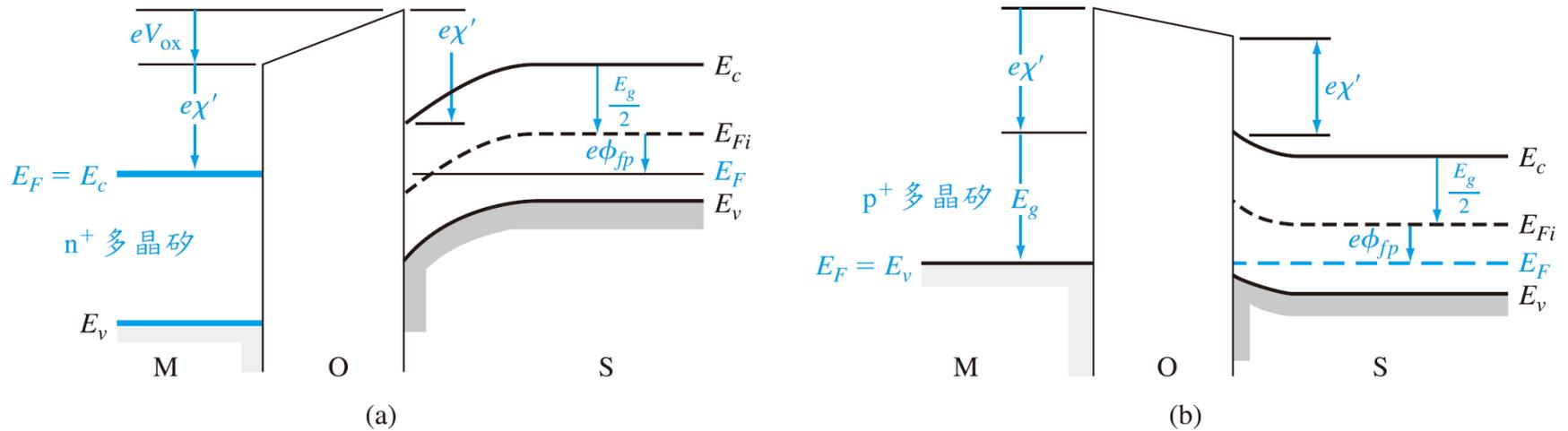
上式可改寫為

$$V_{ox0} + \phi_{s0} = -\left[\phi'_m - \left(\chi' + \frac{E_g}{2e} + \phi_{fp}\right)\right]$$

我們可以定義電位  $\phi_{ms}$  為

$$\phi_{ms} \equiv \left[\phi'_m - \left(\chi' + \frac{E_g}{2e} + \phi_{fp}\right)\right]$$

# 功函數差(續)



■ 圖 10.14 當零閘極偏壓時，跨過 p 型基板的 MOS 結構之能帶圖：(a) n<sup>+</sup> 多晶矽閘極；及 (b) p<sup>+</sup> 多晶矽閘極

# 功函數差(續)

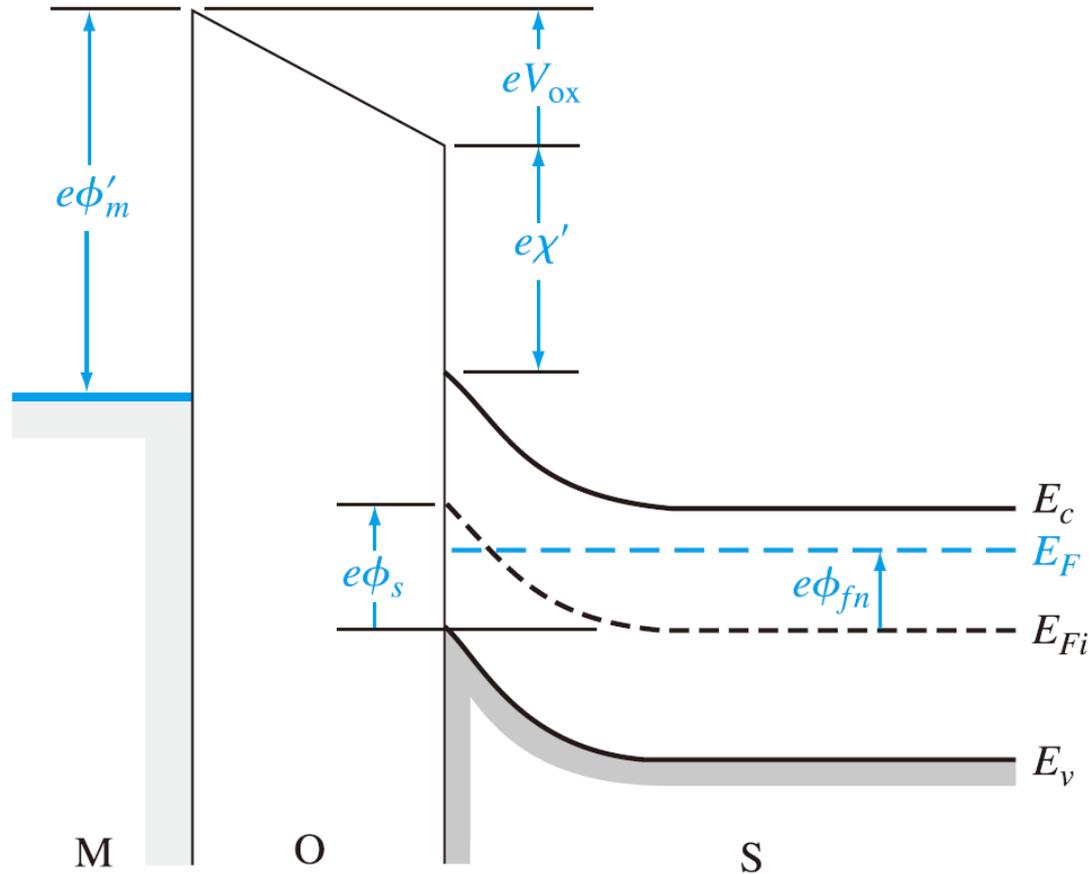
❖ 對n<sup>+</sup>多晶矽閘極，金屬－半導體功函數差可以寫為

$$\phi_{ms} = \left[ \chi' - \left( \chi' + \frac{E_g}{2e} + \phi_{fp} \right) \right] = - \left( \frac{E_g}{2e} + \phi_{fp} \right)$$

❖ 對於p<sup>+</sup>多晶矽閘極，我們可得到

$$\phi_{ms} = \left[ \left( \chi' + \frac{E_g}{e} \right) - \left( \chi' + \frac{E_g}{2e} + \phi_{fp} \right) \right] = \left( \frac{E_g}{2e} - \phi_{fp} \right)$$

# 功函數差(續)



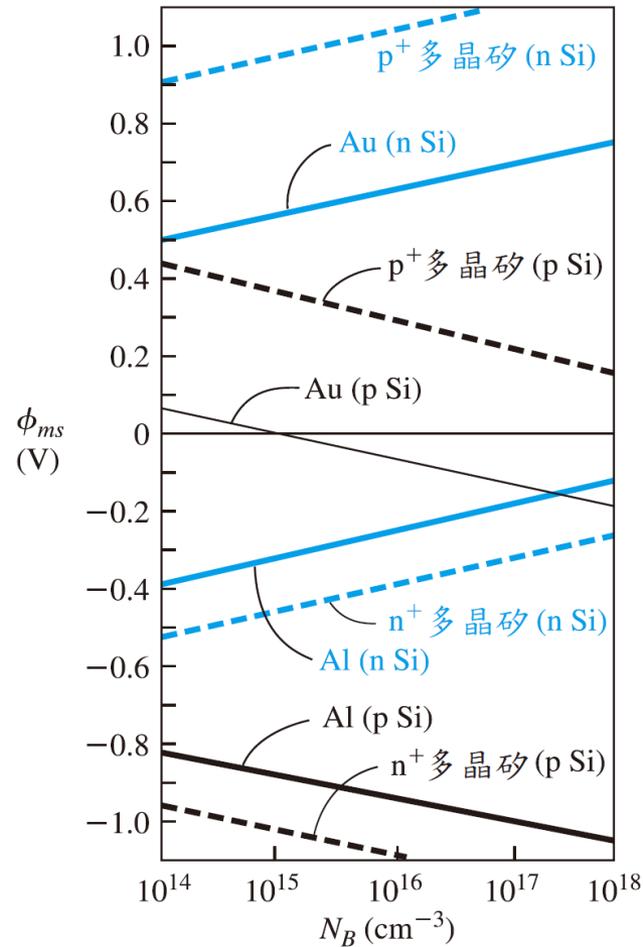
■ 圖 10.15 施加負閘極偏壓時，n 型基板 MOS 結構的能帶圖

# 功函數差(續)

- ❖ 負電壓施加在閘極時，金屬閘極和n型半導體基板的MOS電容器能帶圖。此情形下，金屬和半導體的功函數差定義為

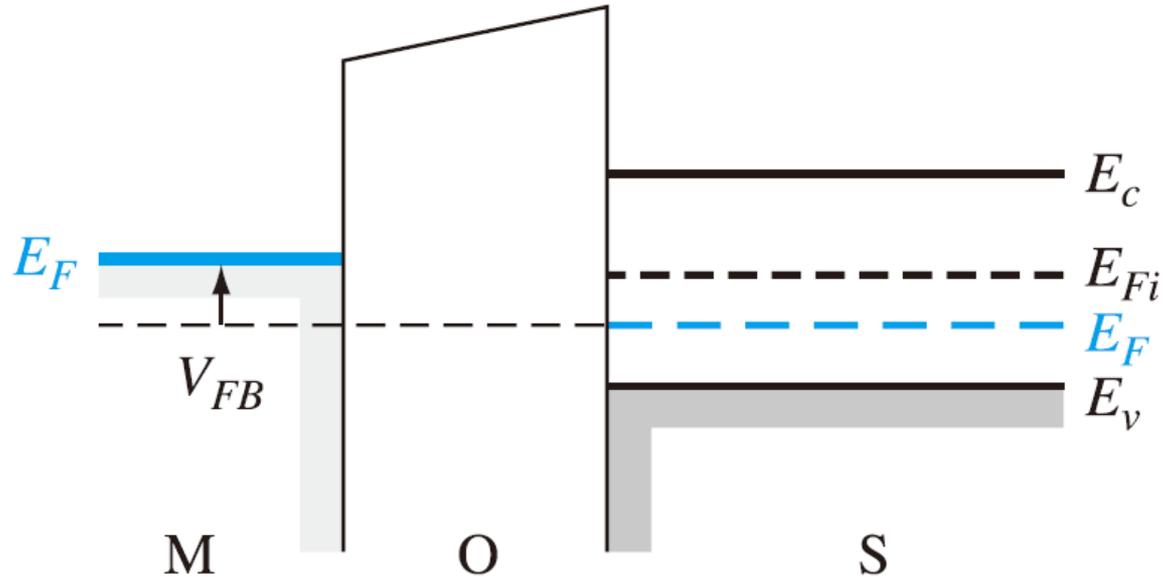
$$\phi_{ms} = \phi'_m - \left( \chi' + \frac{E_g}{2e} - \phi_{fn} \right)$$

# 功函數差(續)



■ 圖 10.16 對鋁、金、 $n^+$  和  $p^+$  多晶矽等閘極，金屬—半導體功函數差對摻雜量之變化關係

# 10.1.5 平帶電壓



■ 圖 10.17 MOS 電容器在平帶電時的能帶圖

# 平帶電壓(續)

❖ 對於零閘極電壓的情況，

$$V_{\text{ox}0} + \phi_{s0} = -\phi_{ms}$$

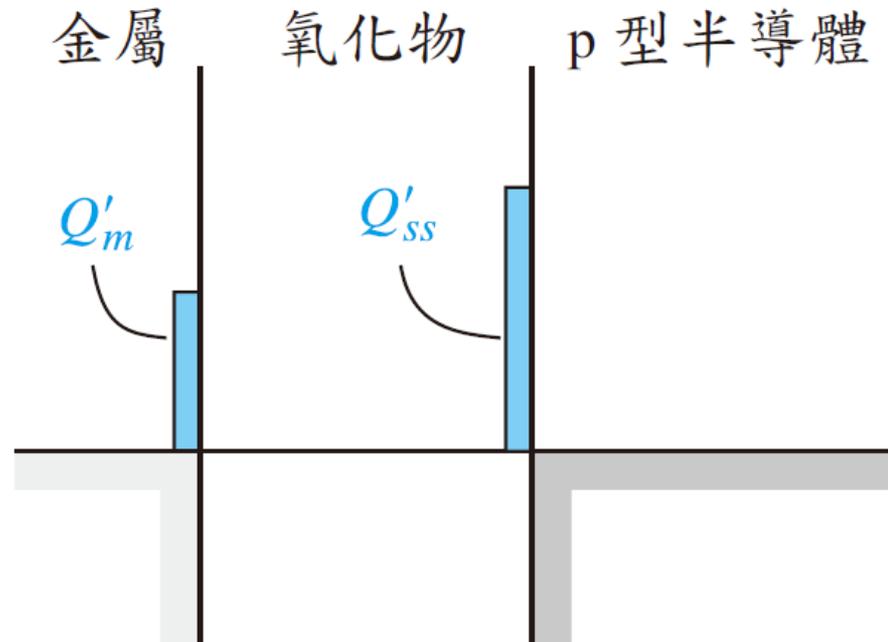
若施加一閘極電壓，此橫跨氧化層的電位降和表面電位將改變，我們可以寫出

$$V_G = \Delta V_{\text{ox}} + \Delta \phi_s = (V_{\text{ox}} - V_{\text{ox}0}) + (\phi_s - \phi_{s0})$$

可得

$$V_G = V_{\text{ox}} + \phi_s + \phi_{ms}$$

# 平帶電壓(續)



■ 圖 10.18 平帶電壓下 MOS 電容之電荷分布

# 平帶電壓(續)

❖ 若金屬電荷密度為  $Q'_m$ ，且由電荷中性原理，我們得到

$$Q'_m + Q'_{ss} = 0$$

❖ 我們可藉由

$$V_{ox} = \frac{Q'_m}{C_{ox}}$$

將  $Q'_m$  與橫跨氧化層電壓關聯起來。

# 平帶電壓(續)

❖  $C_{ox}$  是每單位面積的氧化層電容。我們可得到

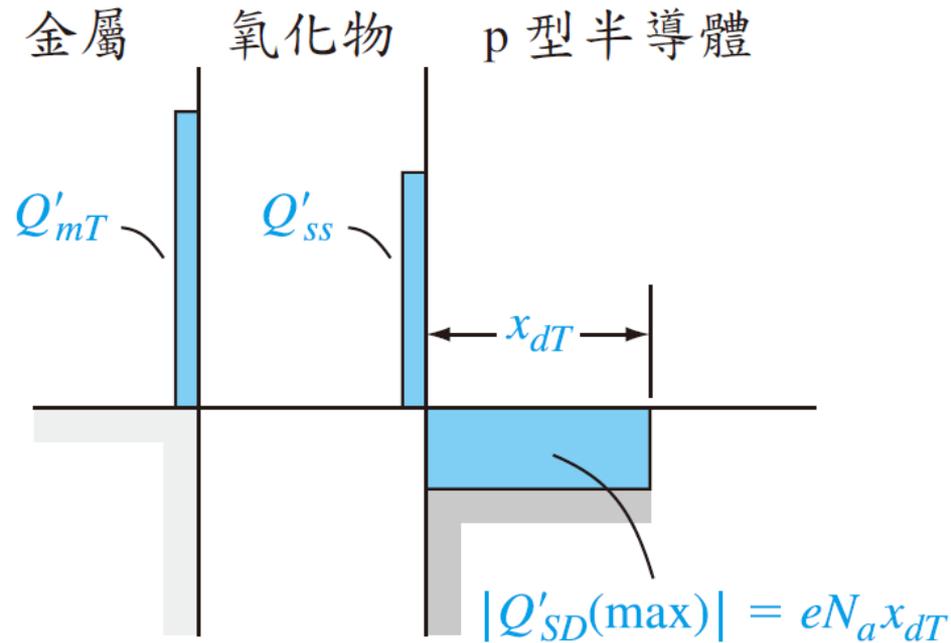
$$V_{ox} = \frac{-Q'_{ss}}{C_{ox}}$$

在平帶電壓條件下，表面電位為零或  $\phi_s = 0$ 。可得到

$$V_G = \boxed{V_{FB} = \phi_{ms} - \frac{Q'_{ss}}{C_{ox}}}$$

(10.25)式是MOS元件的平帶電壓。

# 10.1.6 臨界電壓



■ 圖 10.19 具 P 型基板的 MOS 電容器在臨界反轉點時的電荷分布

# 臨界電壓(續)

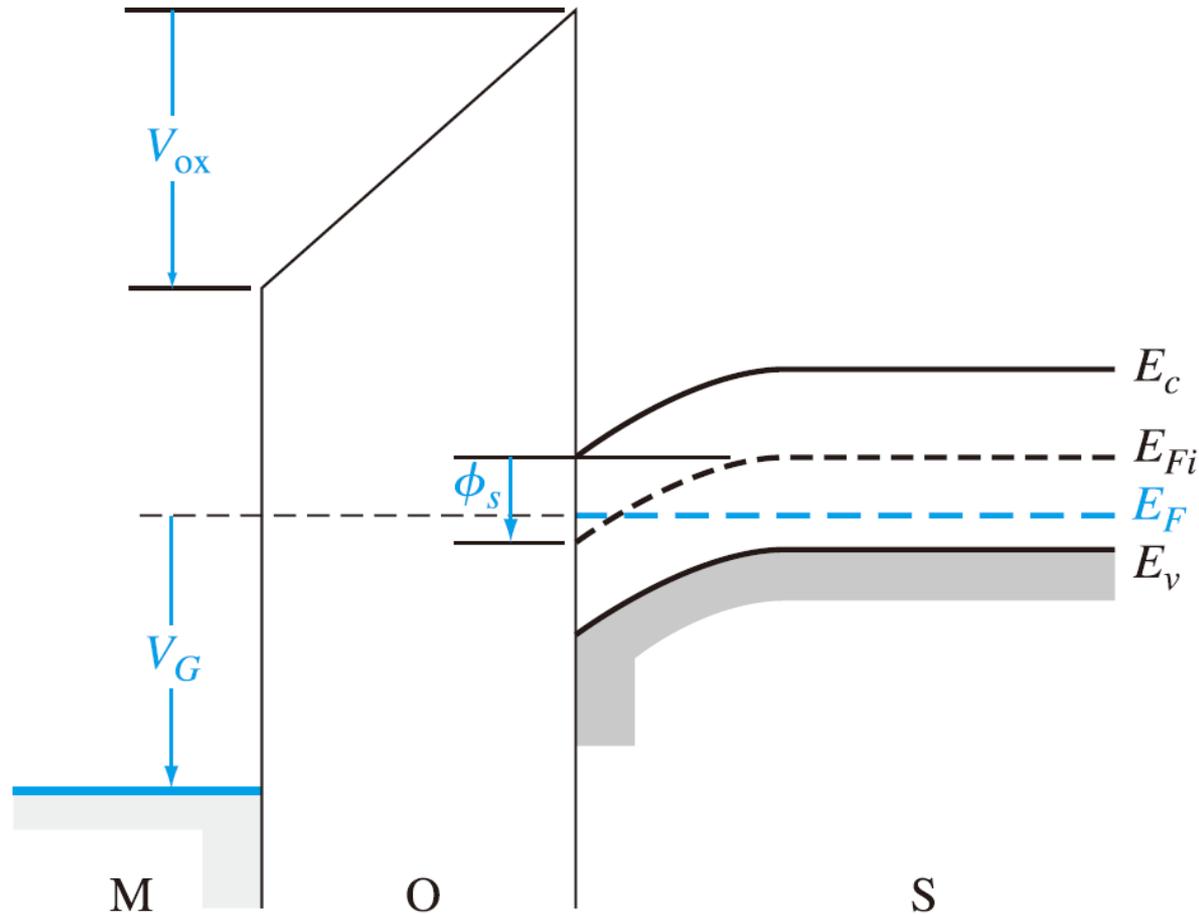


圖 10.20 一個正閘極偏壓跨在 MOS 結構的能帶圖

# 臨界電壓(續)

- ❖ 施加閘極電壓將改變跨在二氧化矽中的電壓以及表面電位

$$V_G = \Delta V_{\text{ox}} + \Delta\phi_s = V_{\text{ox}} + \phi_s + \phi_{ms}$$

- ❖ 在臨界時，我們可以定義  $V_G = V_{TN}$ ，其中  $V_{TN}$  是產生電子反轉層電荷的臨界電壓。在臨界時表面電位是  $\phi_s = 2\phi_{fp}$ ，所以

$$V_{TN} = V_{\text{ox}T} + 2\phi_{fp} + \phi_{ms}$$

其中  $V_{\text{ox}T}$  是在臨界反轉點時跨在氧化層的電壓。

# 臨界電壓(續)

❖ 電壓  $V_{oxT}$  與金屬上方之電荷，以及氧化層電容的關係式為

$$V_{oxT} = \frac{Q'_{mT}}{C_{ox}}$$

其中  $C_{ox}$  是單位面積的氧化層電容量。

$$V_{oxT} = \frac{Q'_{mT}}{C_{ox}} = \frac{1}{C_{ox}} (|Q'_{SD}(\max)| - Q'_{ss})$$

臨界電壓可以寫為

$$V_{TN} = \frac{|Q'_{SD}(\max)|}{C_{ox}} - \frac{Q'_{ss}}{C_{ox}} + \phi_{ms} + 2\phi_{fp}$$

# 臨界電壓(續)

$$\diamond V_{TN} = (|Q'_{SD}(\max)| - Q'_{SS}) \left( \frac{t_{OX}}{\epsilon_{OX}} \right) + \phi_{ms} + 2\phi_{fp}$$

使用平帶電壓定義，我們也可以將臨界電壓表示成

$$V_{TN} = \frac{|Q'_{SD}(\max)|}{C_{OX}} + V_{FB} + 2\phi_{fp}$$

對於一個給定的半導體材料、氧化層材料和閘極材料而言，臨界電壓是半導體摻雜、氧化層電荷  $Q'_{SS}$  和氧化層厚度的函數。

# 例題 10.4

## ■ 題說

考慮  $T = 300 \text{ K}$  時的 p 型矽基板，其摻雜量為  $N_a = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。假設  $Q'_{ss} = 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ， $t_{\text{ox}} = 12 \text{ nm} = 120 \text{ \AA}$ ，並假設氧化物為二氧化矽。

## ■ 解答

$$\phi_{fp} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{10^{15}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.2877 \text{ V}$$

$$x_{dT} = \left\{ \frac{4\epsilon_s \phi_{fp}}{eN_a} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{4(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.2877)}{(1.6 \times 10^{-19})(10^{15})} \right\}^{1/2} = 8.63 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

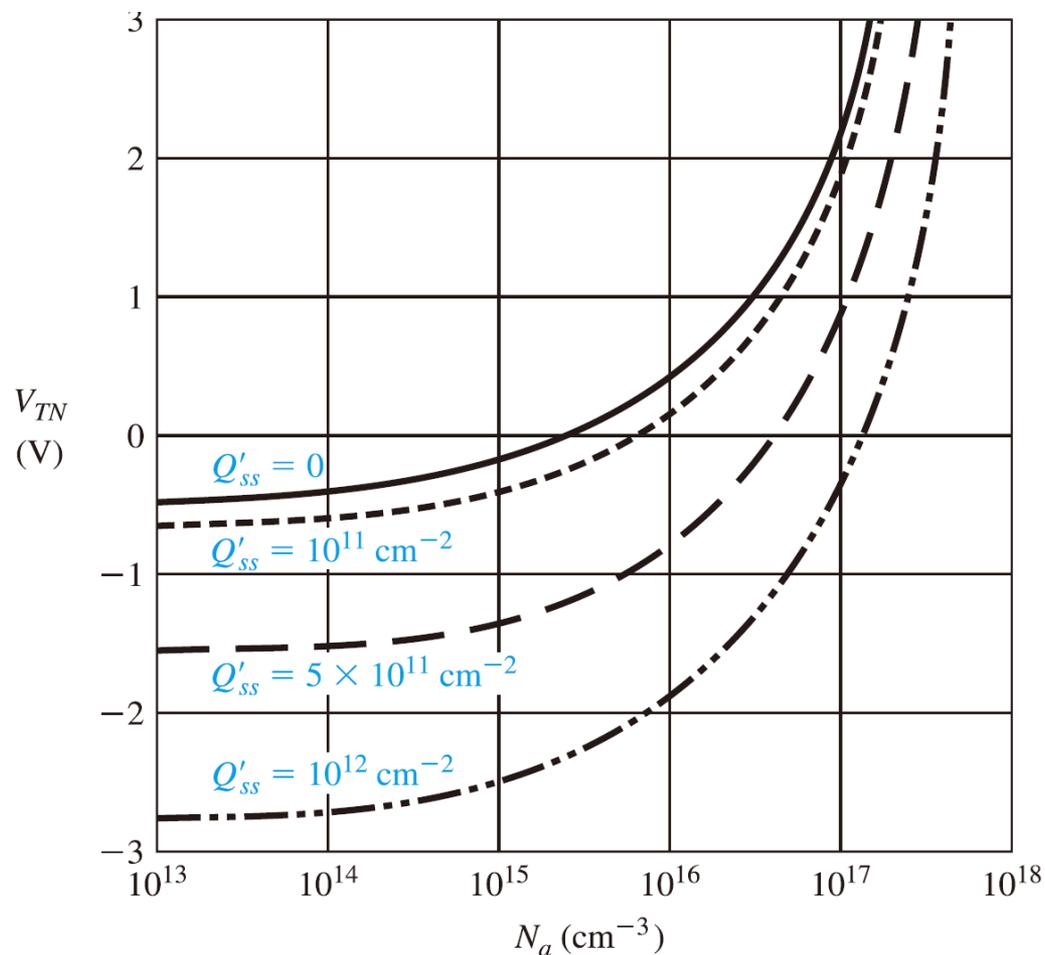
$$|Q'_{SD}(\text{max})| = eN_a x_{dT} = (1.6 \times 10^{-19})(10^{15})(8.63 \times 10^{-5}) = 1.381 \times 10^{-8} \text{ C/cm}^2$$

$$\begin{aligned} V_{TN} &= (|Q'_{SD}(\text{max})| - Q'_{ss}) \left( \frac{t_{\text{ox}}}{\epsilon_{\text{ox}}} \right) + \phi_{ms} + 2\phi_{fp} \\ &= [(1.381 \times 10^{-8}) - (10^{10})(1.6 \times 10^{-19})] \cdot \left[ \frac{120 \times 10^{-8}}{(3.9)(8.85 \times 10^{-14})} \right] \end{aligned}$$

$$+ (-0.88) + 2(0.2877)$$

$$V_{TN} = -0.262 \text{ V}$$

# 臨界電壓(續)



■ 圖 10.21 對於各種氧化層陷捕電荷值，n 通道的 MOSFET 的臨界電壓值對 p 型基板摻雜濃度之圖形 ( $t_{\text{ox}} = 500 \text{ \AA}$ ，鋁閘極)

# 臨界電壓(續)

❖ 臨界電壓為

$$V_{TP} = (-|Q'_{SD}(\max)| - Q'_{ss}) \left( \frac{t_{ox}}{\epsilon_{ox}} \right) + \phi_{ms} - 2\phi_{fn}$$

其中

$$\phi_{ms} = \phi'_m - \left( \chi' + \frac{E_g}{2e} - \phi_{fn} \right)$$

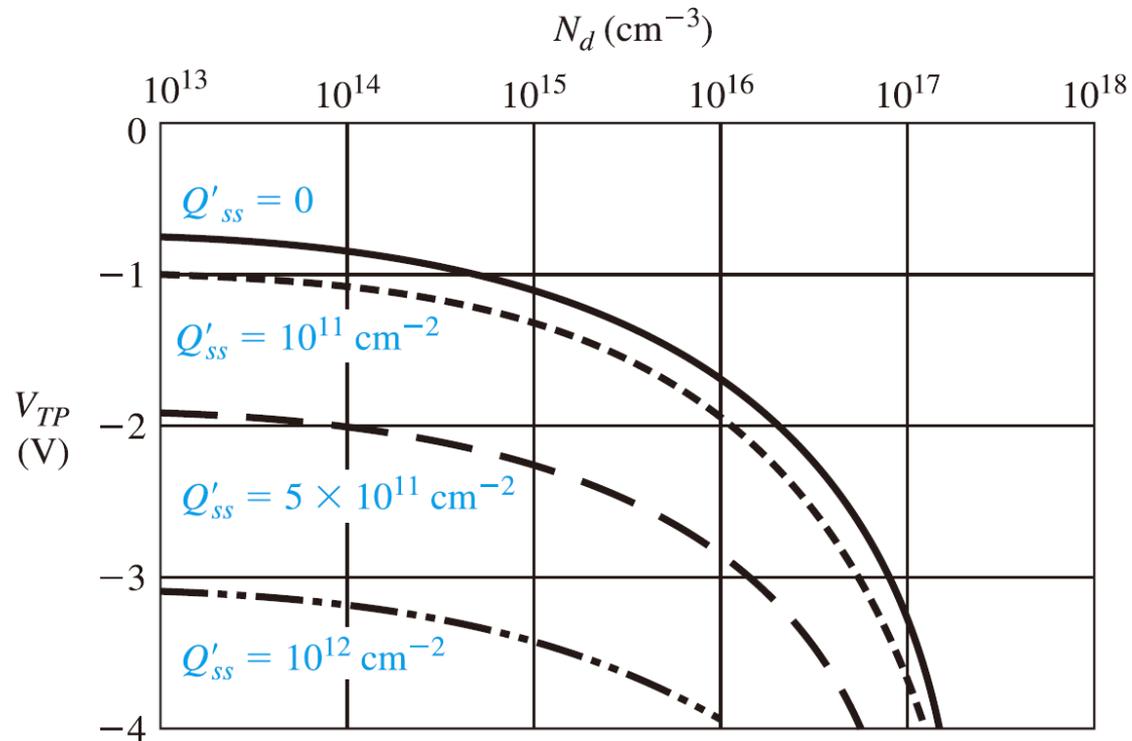
$$|Q'_{SD}(\max)| = eN_d x_{dT}$$

$$x_{dT} = \left\{ \frac{4\epsilon_s \phi_{fn}}{eN_d} \right\}^{1/2}$$

和

$$\phi_{fn} = V_t \ln \left( \frac{N_d}{n_i} \right)$$

# 臨界電壓(續)



■ 圖 10.22 對於不同的氧化物陷捕電荷值 (氧化物厚度為  $500 \text{ \AA}$ ，鋁閘極)，p 通道的金氧半場效應電晶體的臨界電壓隨著 n 型基板摻雜濃度變化的圖形

# 例題 10.5

## ■ 題說

考慮一個 MOS 結構，其中氧化層為二氧化矽，半導體材料為 n 型矽，氧化層厚度為  $t_{\text{ox}} = 12 \text{ nm} = 120 \text{ \AA}$ ，且氧化層電荷密度為  $Q'_{\text{ss}} = 2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ 。欲使臨界電壓約為  $V_{\text{TP}} = -0.3 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

$$\phi_{fn} = V_t \ln \left( \frac{N_d}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{10^{17}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.407 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} x_{dT} &= \left( \frac{4\epsilon_s \phi_{fn}}{eN_d} \right)^{1/2} = \left\{ \frac{4(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.407)}{(1.6 \times 10^{-19})(10^{17})} \right\}^{1/2} \\ &= 1.026 \times 10^{-5} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |Q'_{SD}(\text{max})| &= eN_d x_{dT} = (1.6 \times 10^{-19})(10^{17})(1.026 \times 10^{-5}) \\ &= 1.642 \times 10^{-7} \text{ C/cm}^2 \end{aligned}$$

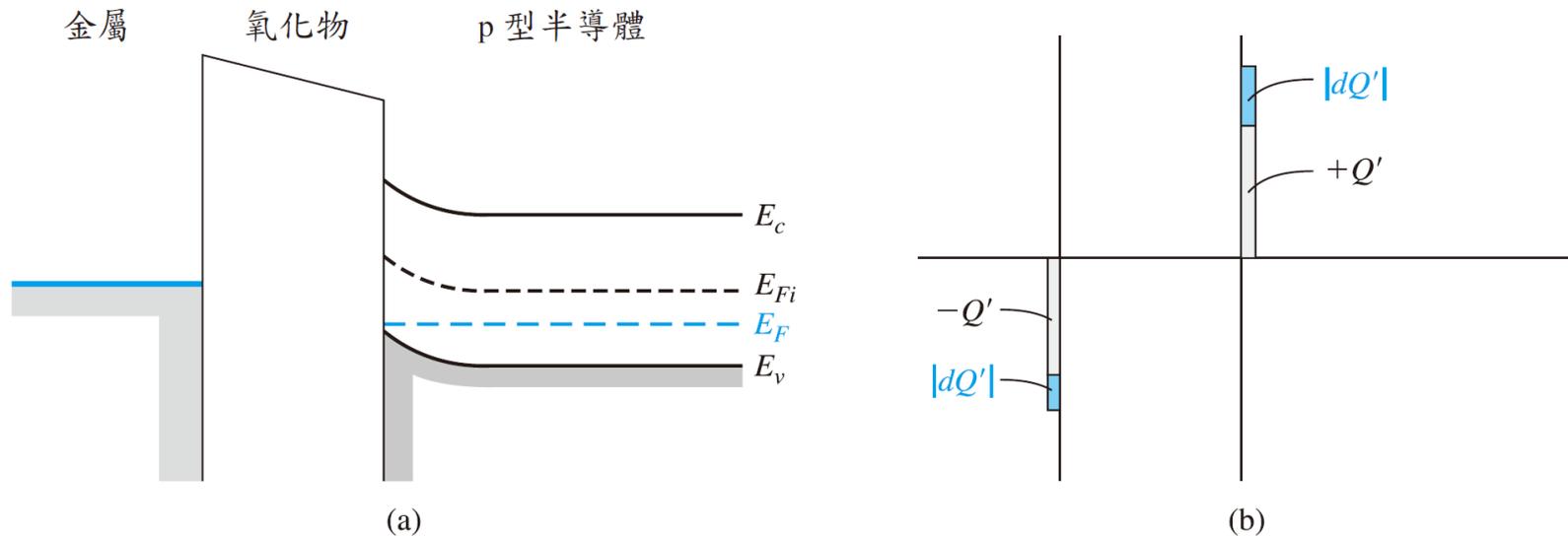
$$V_{\text{TP}} = [-|Q'_{SD}(\text{max})| - Q'_{\text{ss}}] \cdot \left( \frac{t_{\text{ox}}}{\epsilon_{\text{ox}}} \right) + \phi_{ms} - 2\phi_{fn}$$

# 例題 10.5

$$V_{TP} = \frac{[-(1.642 \times 10^{-7}) - (2 \times 10^{10})(1.6 \times 10^{-19})] \cdot (120 \times 10^{-8})}{(3.9)(8.85 \times 10^{-14})} + 1.1 - 2(0.407)$$

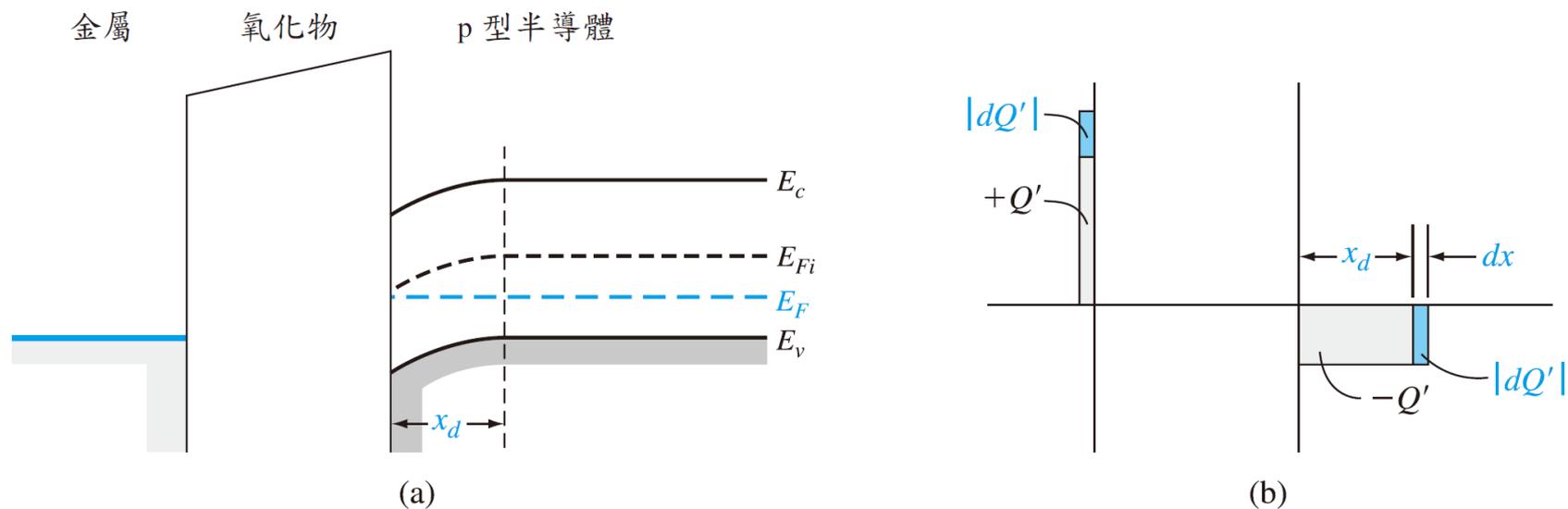
$$V_{TP} = -0.296 \text{ V} \cong -0.3 \text{ V}$$

# 10.2.1 理想的電容－電壓特性



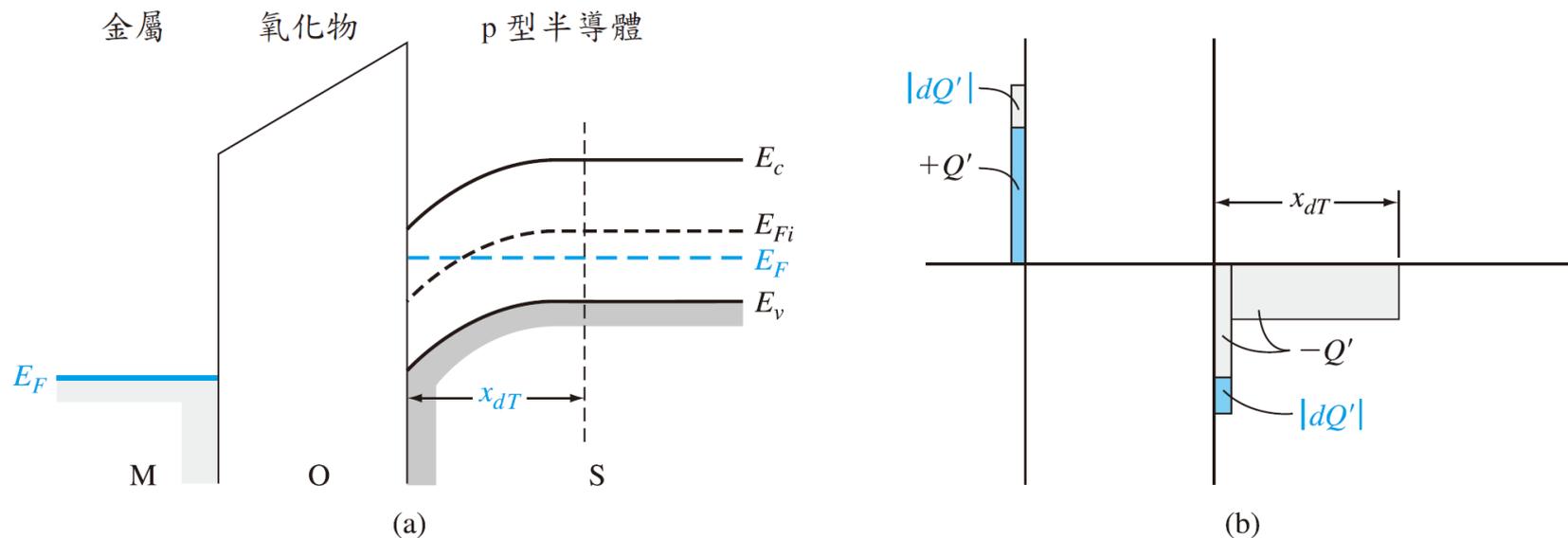
■ 圖 10.23 (a) MOS 電容器在聚集模式時的能帶圖；(b) 在聚集模式下，微小改變閘極電壓所造成微小電荷分布的改變

# 理想的電容－電壓特性(續)



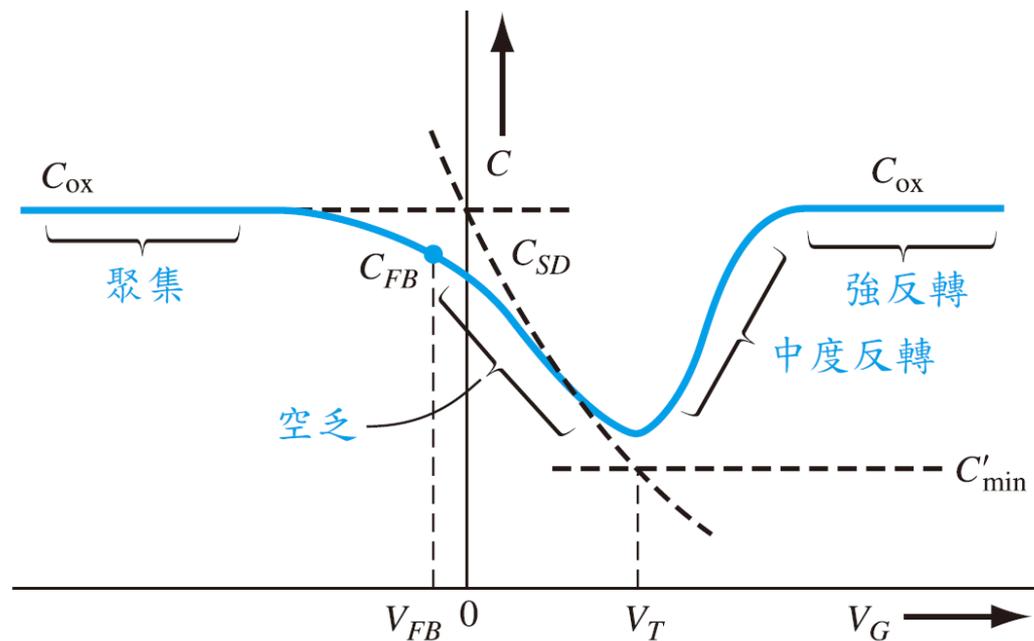
■ 圖 10.24 (a) MOS 電容器在空乏模式時的能帶圖；(b) 在空乏模式下，微小改變閘極電壓所造成微小電荷分布的改變

# 理想的電容－電壓特性(續)



■ 圖 10.25 (a) MOS 電容器在反轉模式時的能帶圖；(b) 在反轉模式下，低頻且有微小改變閘極電壓所造成微小電荷分布的改變

# 理想的電容—電壓特性(續)



■ 圖 10.26 p 型基板的 MOS 電容器在理想且為低頻的情況下，電容對閘極電壓變化的關係圖。圖中也顯示了個別的電容分量

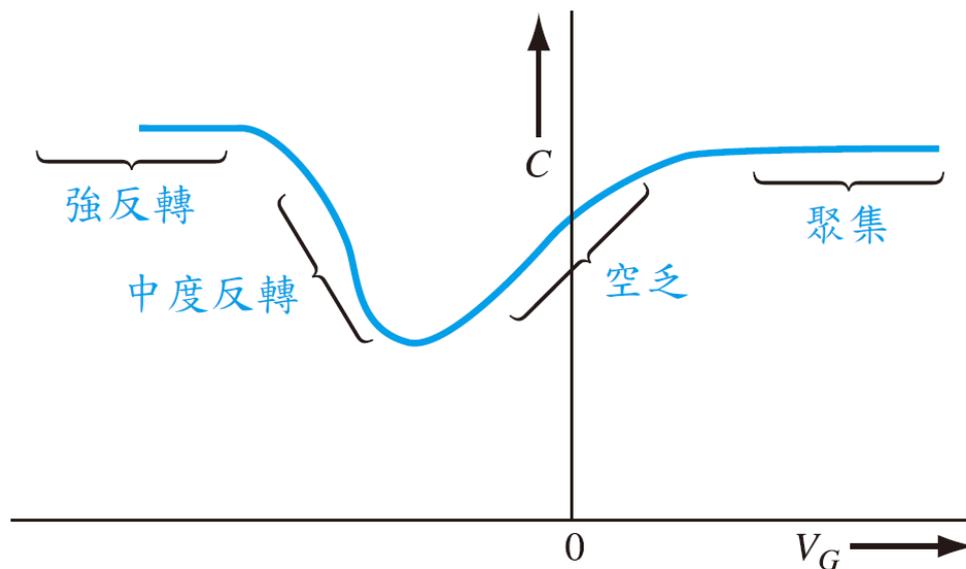
# 理想的電容－電壓特性(續)

❖ 曲線圖中對應於平帶情況的點頗值得探討，平帶的情況發生於聚集情況及空乏情況之間。平帶情況下的電容值為

$$C'_{FB} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox} + \left(\frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_s}\right) \sqrt{\left(\frac{kT}{e}\right) \left(\frac{\epsilon_s}{eN_a}\right)}}$$

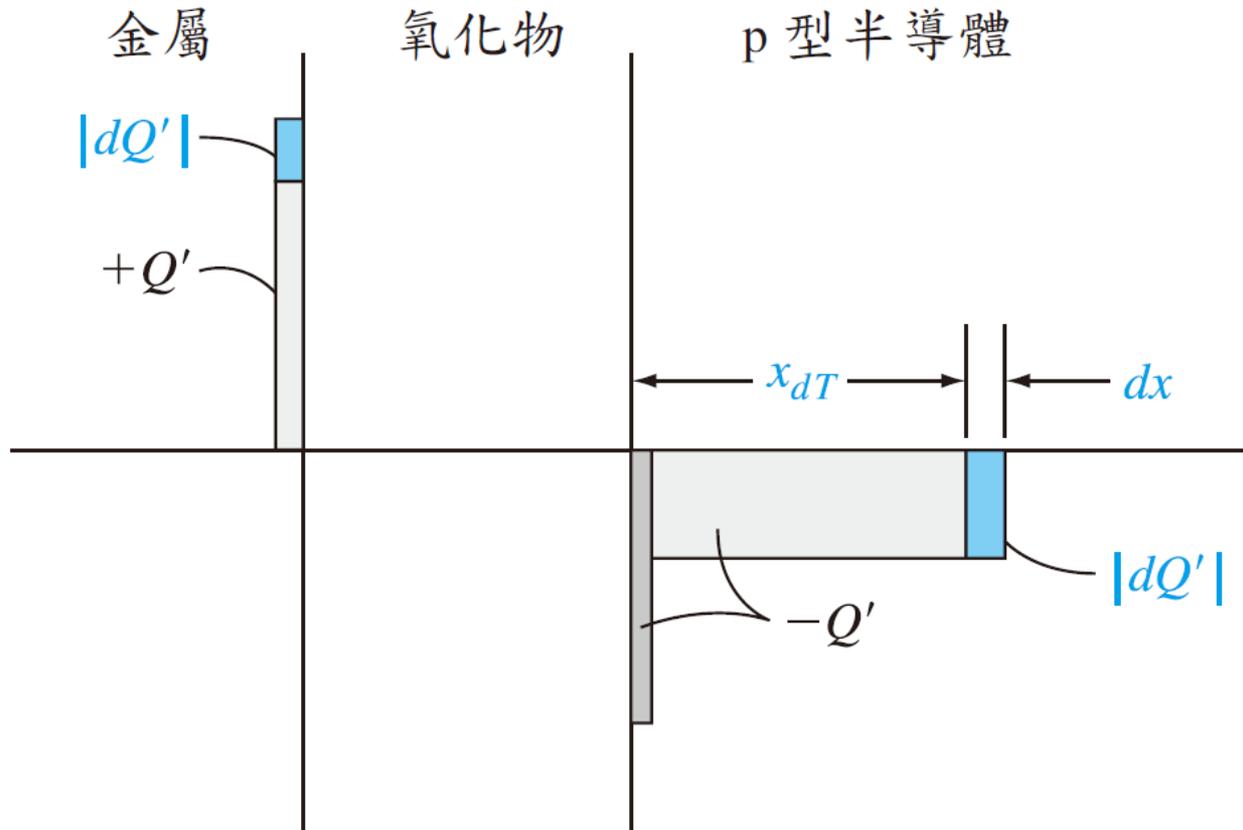
我們可以注意到平帶電容為氧化物厚度以及半導體摻雜濃度的函數。一般這個點在C-V的位置如圖10.26所示。

# 理想的電容－電壓特性(續)



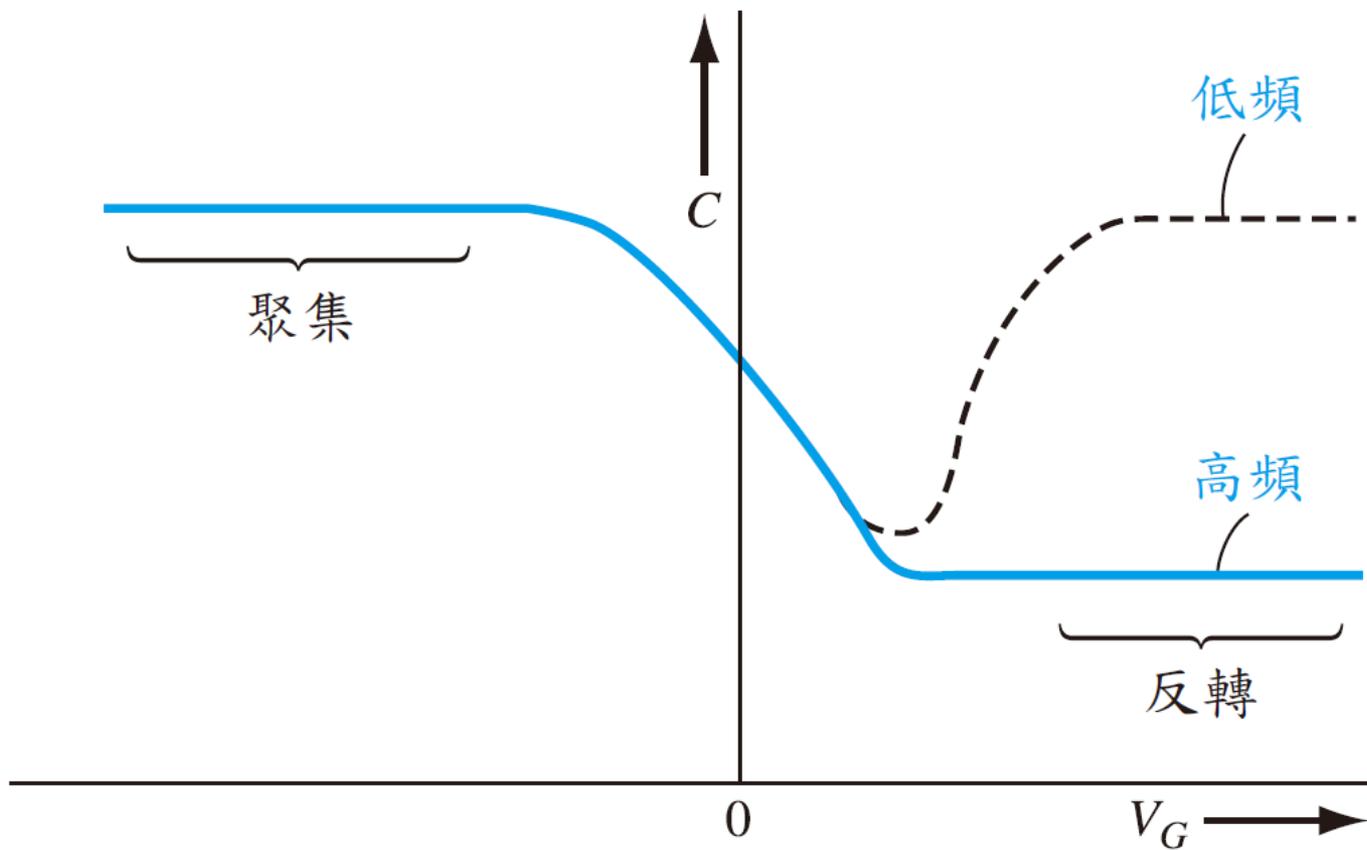
■ 圖 10.27 n 型基板的 MOS 電容器在理想且為低頻的情況下，電容對閘極電壓變化的關係圖

## 10.2.2 頻率的效應



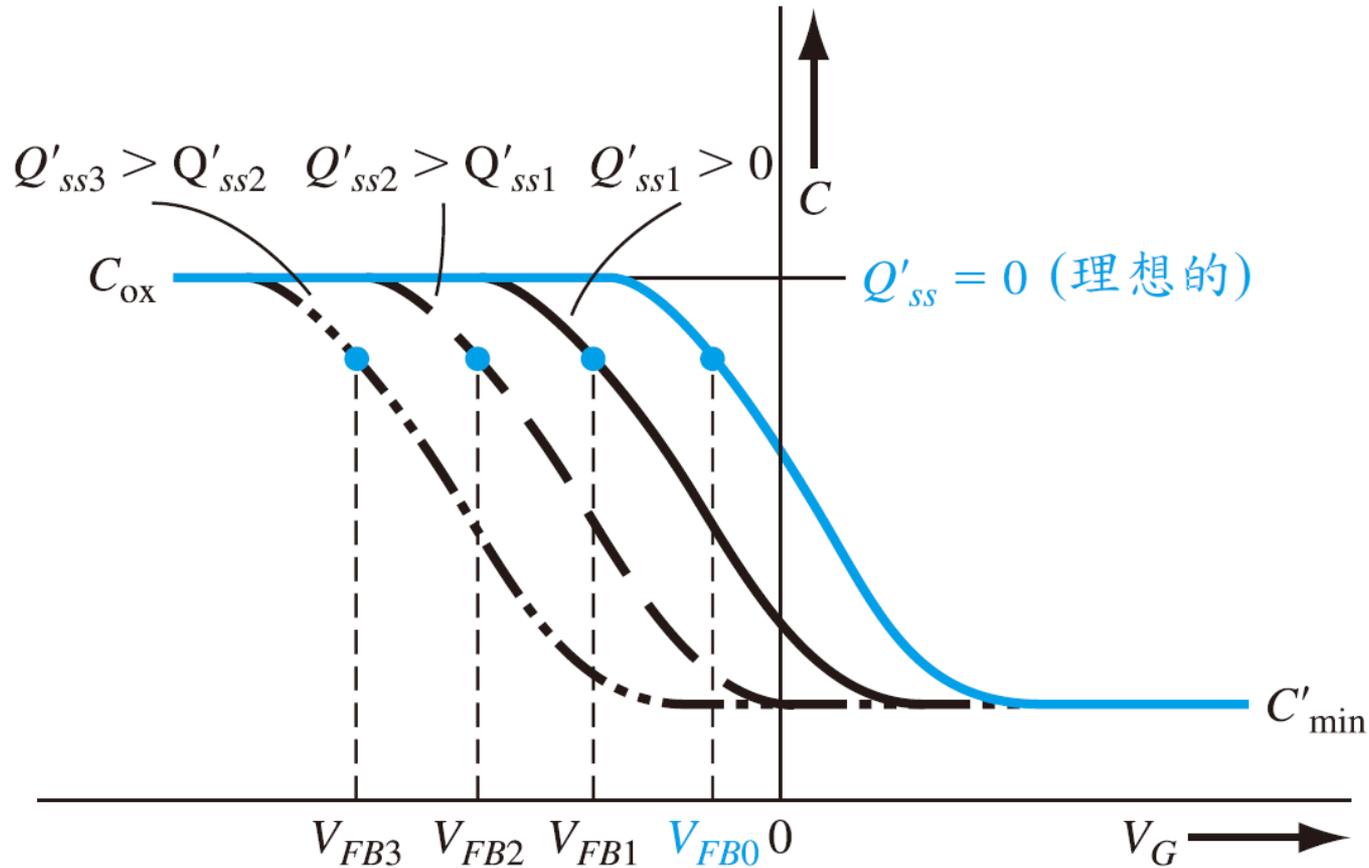
■ 圖 10.28 在反轉且為高頻的情況時，微小改變閘極電壓所造成微小電荷分布的改變

# 頻率的效應(續)

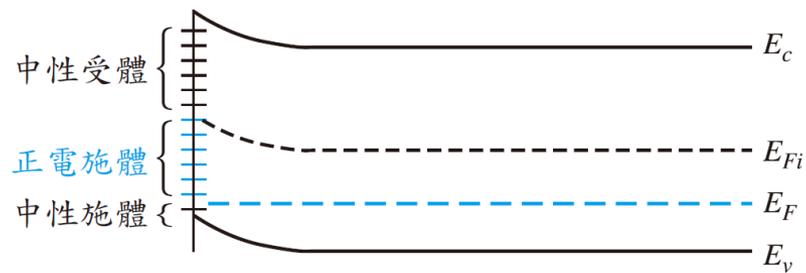


■ 圖 10.29 p 型基板的 MOS 電容器在高頻和低頻的情況下，電容對閘極電壓的圖形

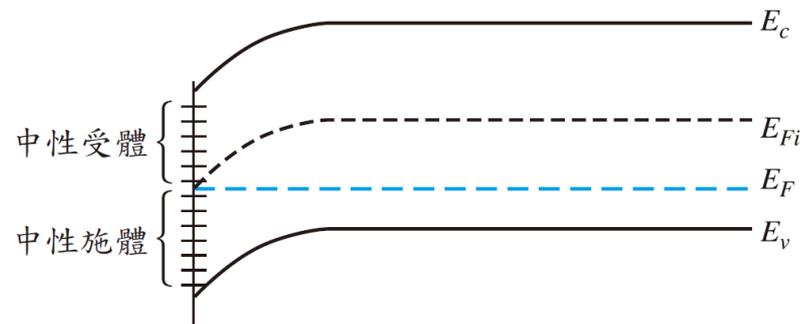
# 固定氧化物和界面電荷的效應(續)



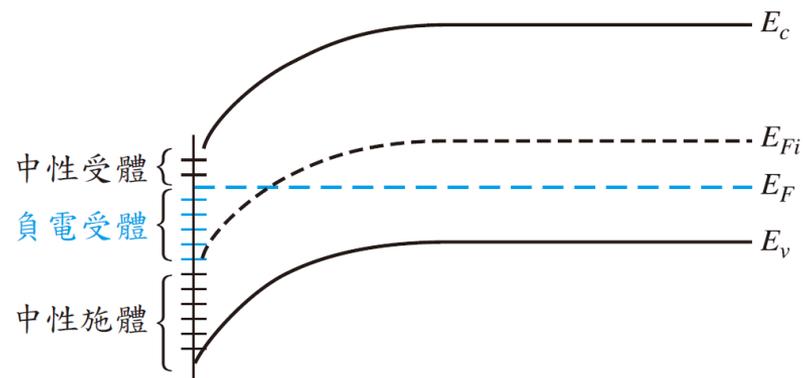
■ 圖 10.30 各個等效的陷捕氧化層電荷量下，一個 p 型基板的 MOS 電容器在高頻電容對閘極電壓的圖形



(a)



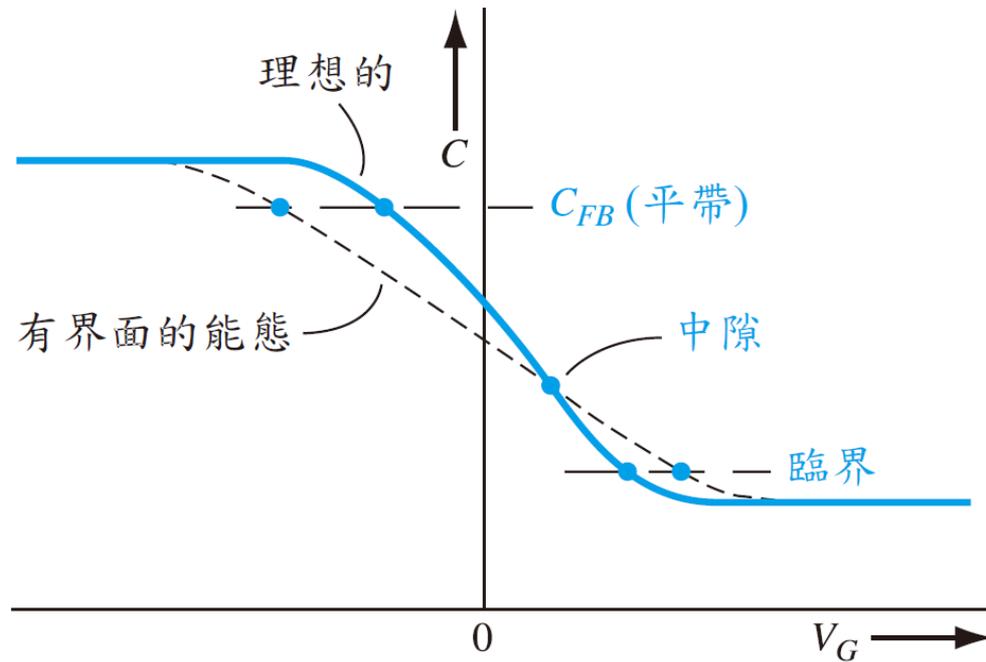
(b)



(c)

■ 圖 10.32 p 型半導體基板的 MOS 電容器被偏壓至：(a) 聚集；(b) 中隙；及 (c) 反轉時，界面能態中所陷捕的電荷情形

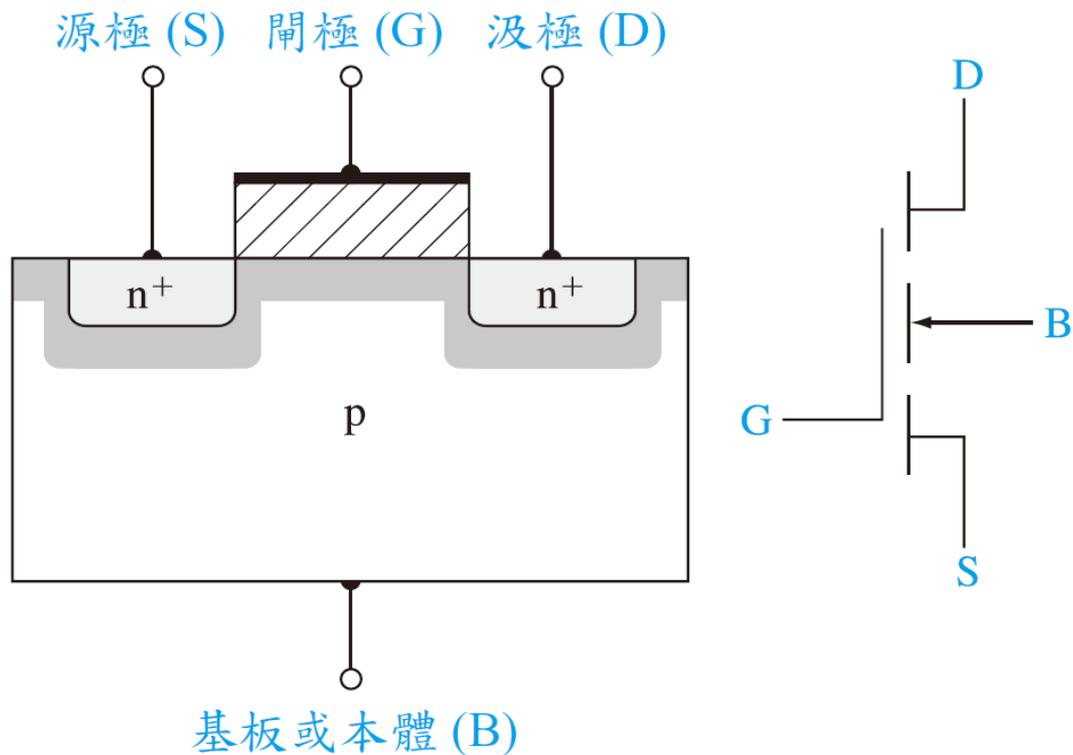
# 固定氧化物和界面電荷的效應(續)



■ 圖 10.33 MOS 電容器在高頻下的  $C-V$  特性，其中考慮界面能態的效應如圖所示

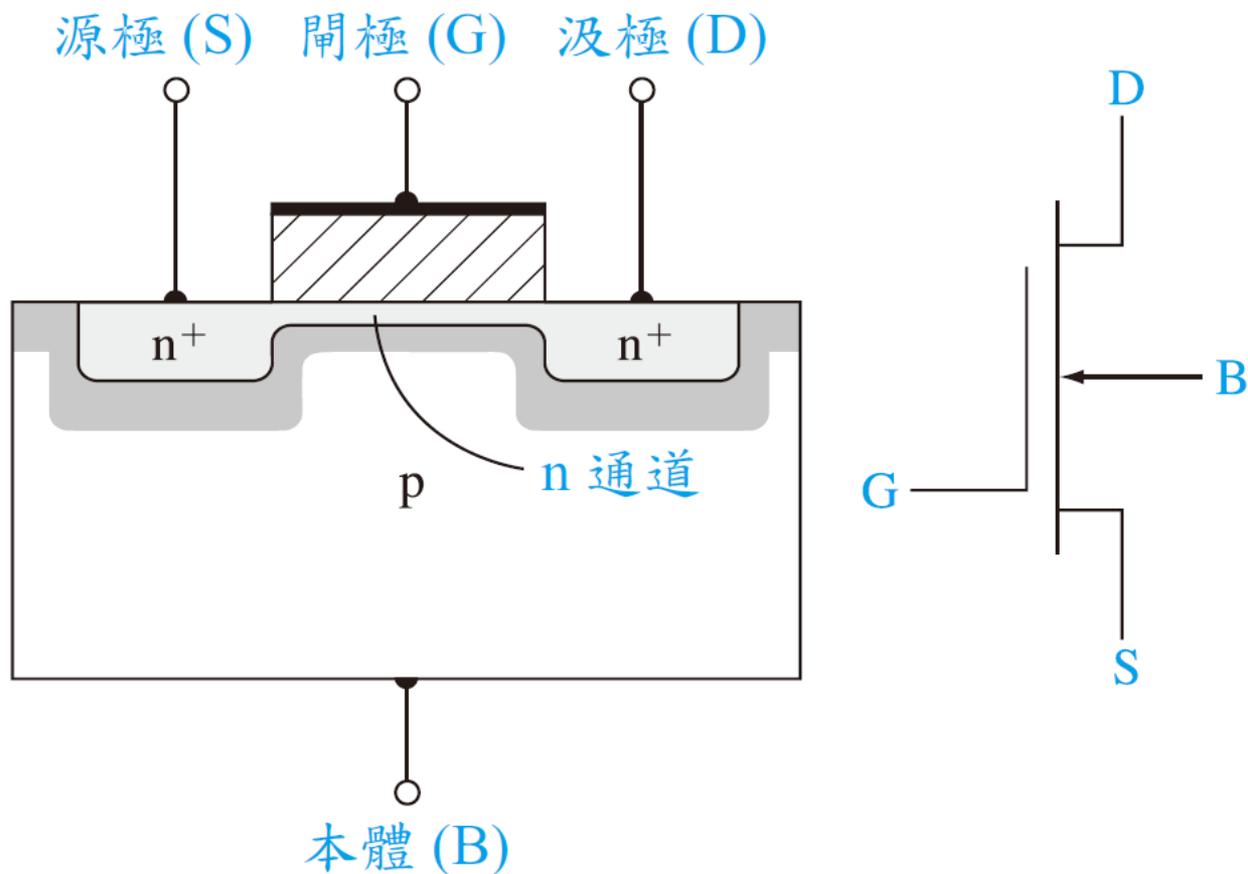
# 10.3 基本的MOSFET操作

## ❖ 10.3.1 MOSFET結構



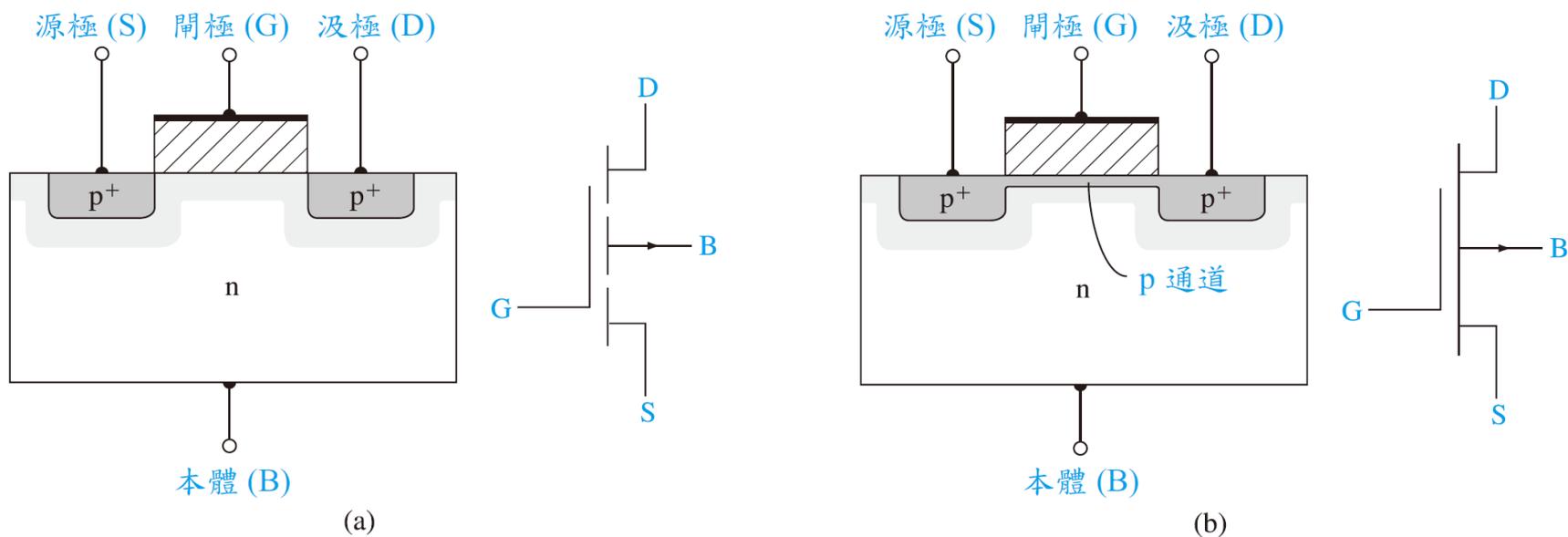
■ 圖 10.34 n 型通道增強模式 MOSFET 的截面以及電路符號

# MOSFET 結構(續)



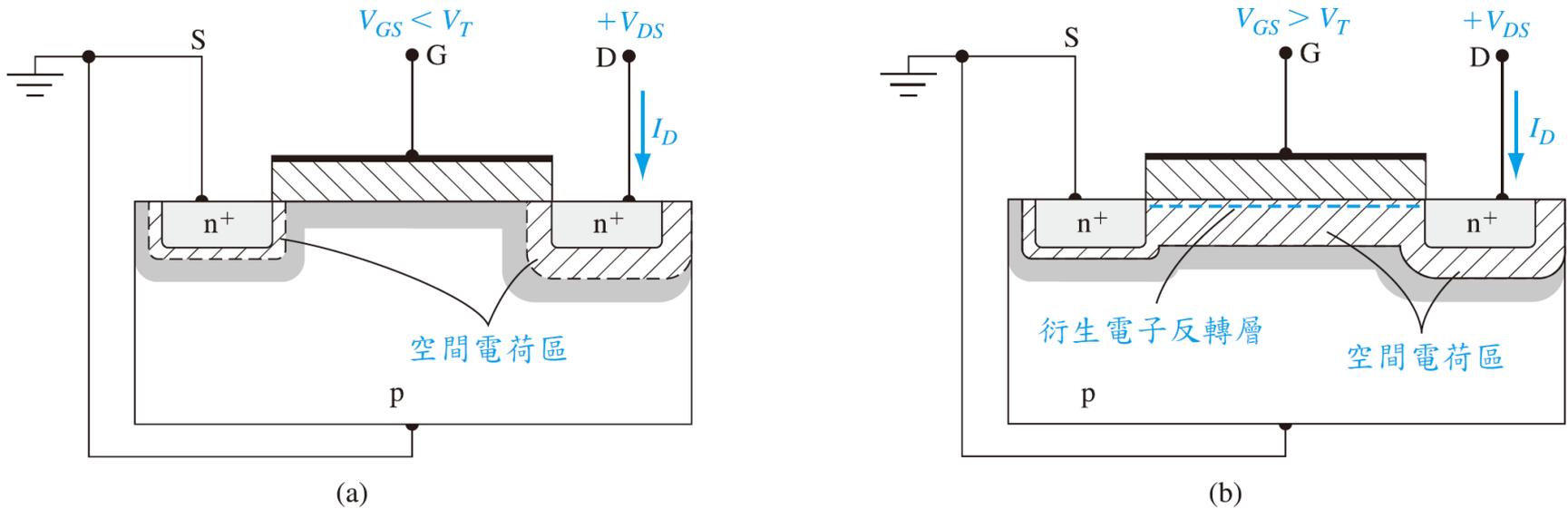
■ 圖 10.35 n 型通道空乏模式 MOSFET 的截面以及電路符號

# MOSFET結構(續)



■ 圖 10.36 (a) p 型通道增強模式 MOSFET；及 (b) p 型通道空乏模式 MOSFET 的截面以及電路符號

# 10.3.2 電流－電壓關係式的概念



■ 圖 10.37 一個 n 型通道增強模式 MOSFET 在外加閘極偏壓：(a)  $V_{GS} < V_T$ ；及 (b)  $V_{GS} > V_T$  的示意圖

# 電流－電壓關係式的概念(續)

- ❖ 對於很小的 $V_{DS}$ 電壓值，通道的區域可算是一個電阻器

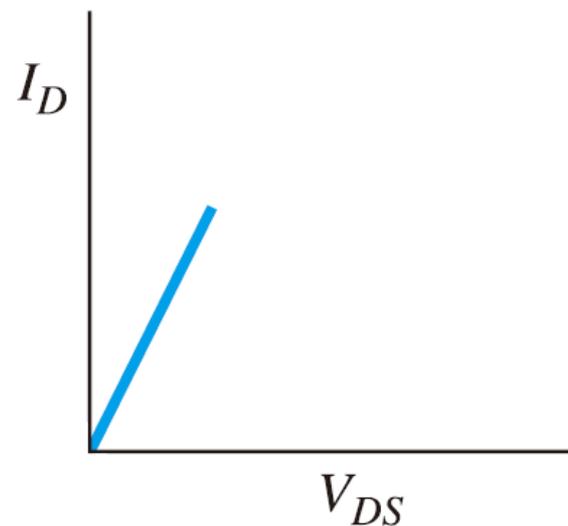
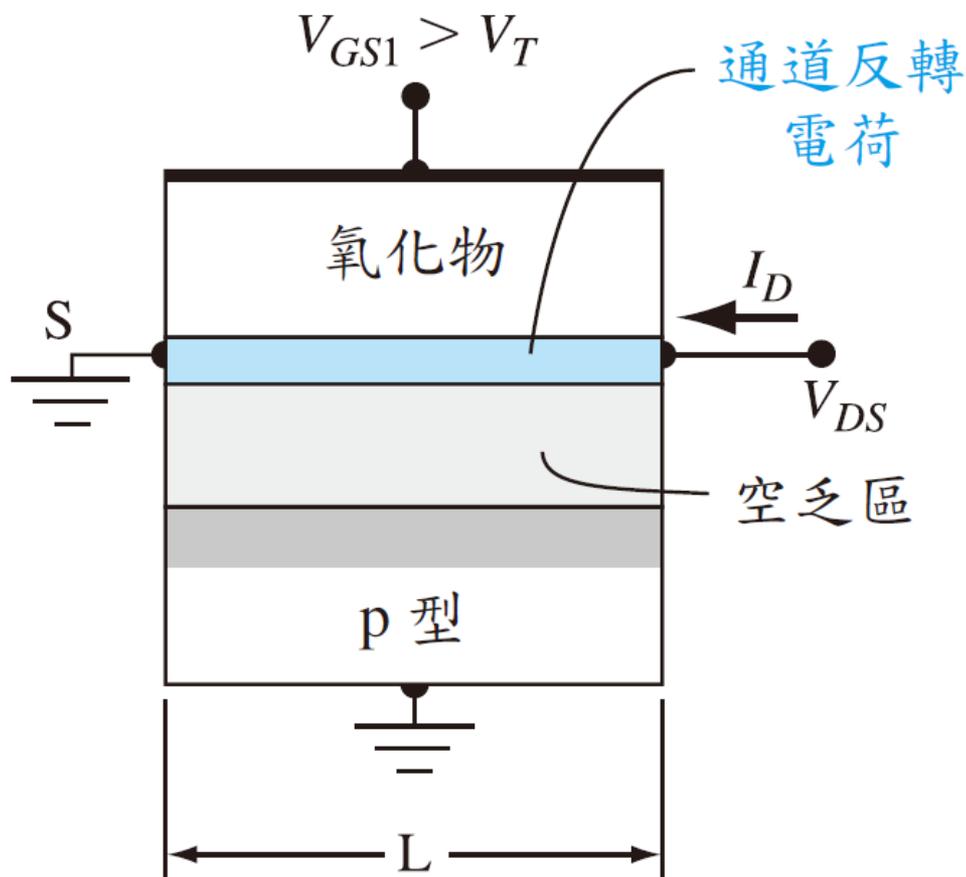
$$I_D = g_d V_{DS}$$

其中 $g_d$ 定義為在極限值 $V_{DS} \rightarrow 0$ 情形之下的通道電導(channel conductance)。通道電導可以由下式得到：

$$g_d = \frac{W}{L} \cdot \mu_n |Q'_n|$$

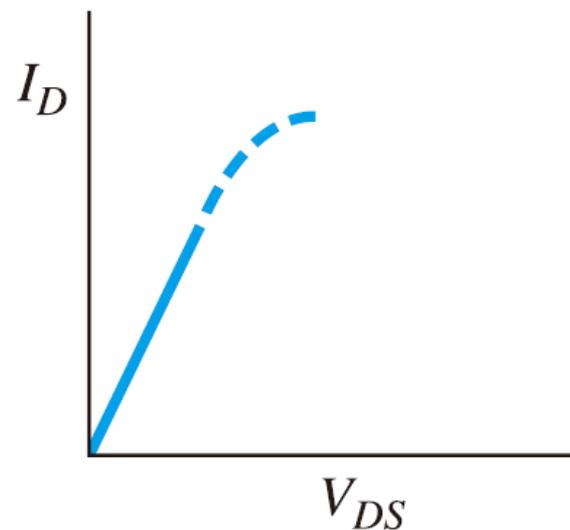
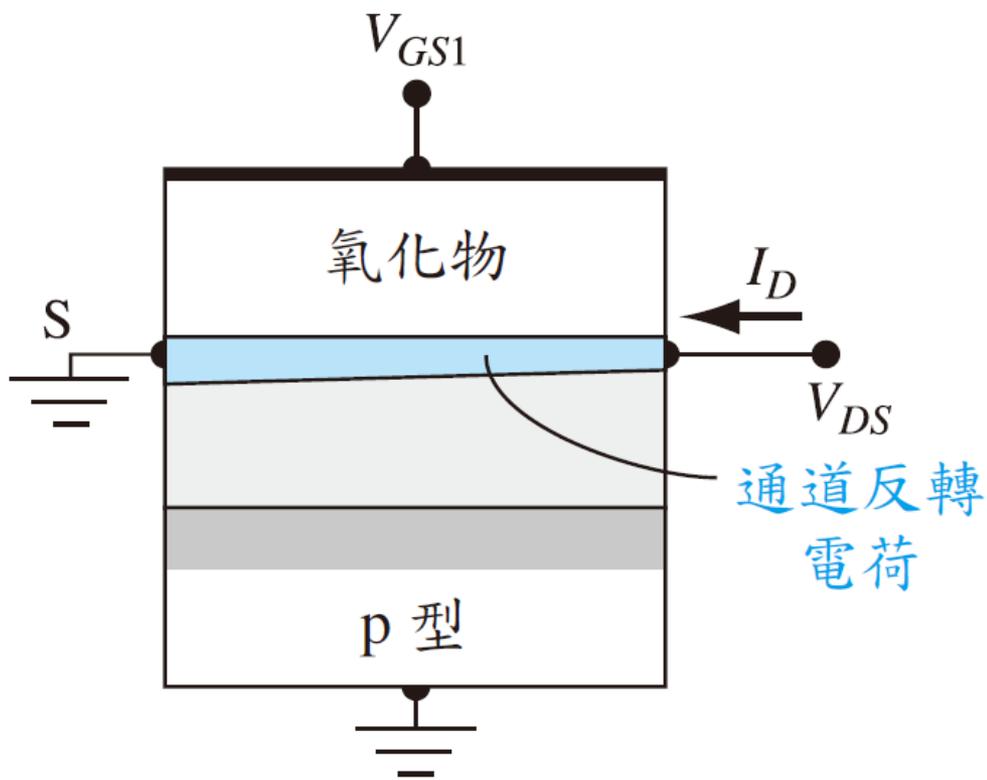
其中 $\mu_n$ 為反轉層中的電子遷移率， $|Q'_n|$ 為反轉層中單位面積電荷的大小。

# $V_{GS} < V_T$ 的情況下，且： $V_{DS}$ 電壓值很小時，的MOS FET截面以及 $I_D$ 對 $V_{DS}$ 的曲線



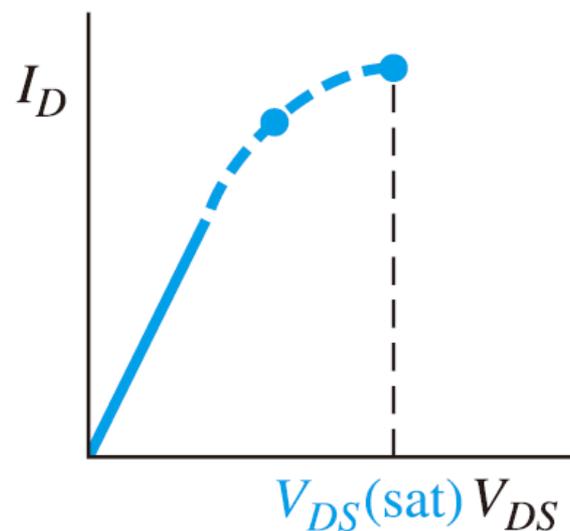
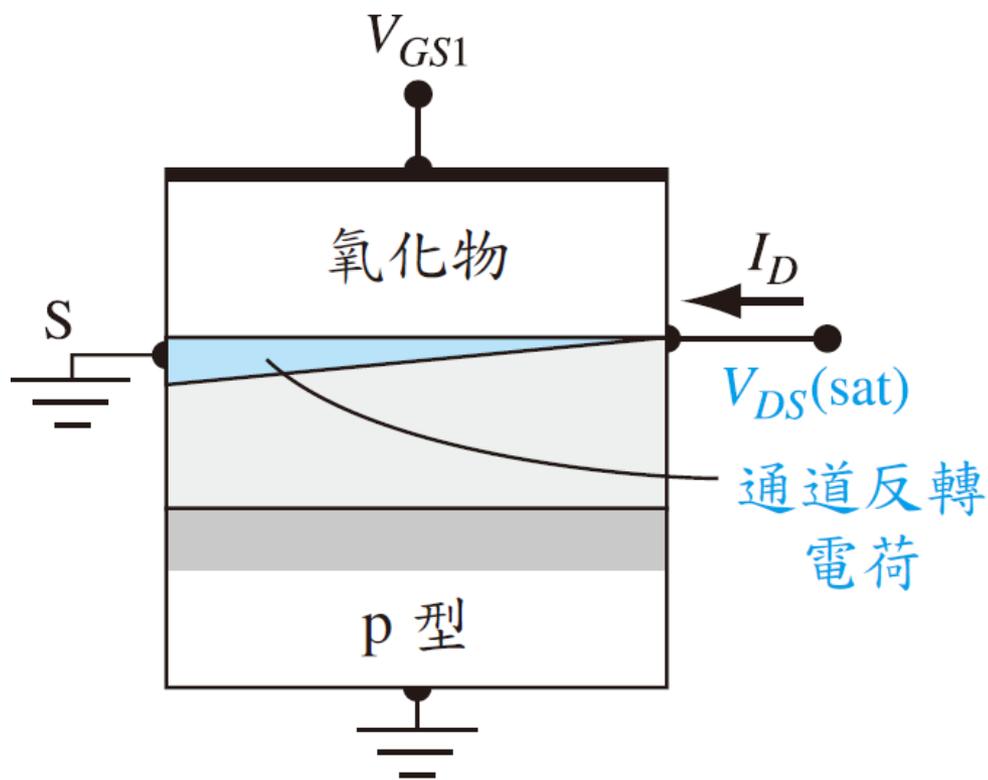
(a)

$V_{GS} < V_T$ 的情況下，且：比較大的 $V_{DS}$ 電壓值時，的MOSFET截面以及 $I_D$ 對 $V_{DS}$ 的曲線



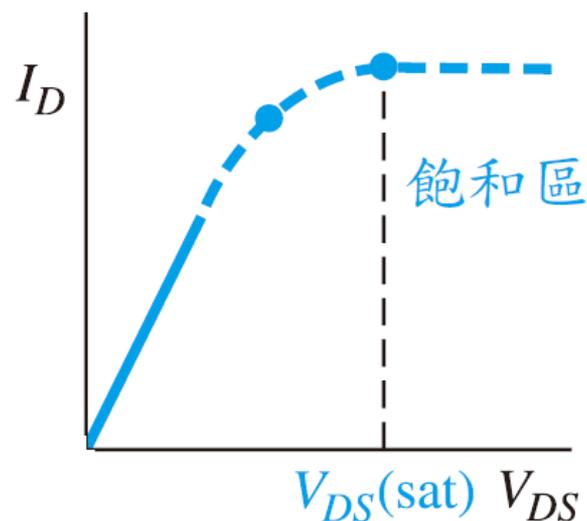
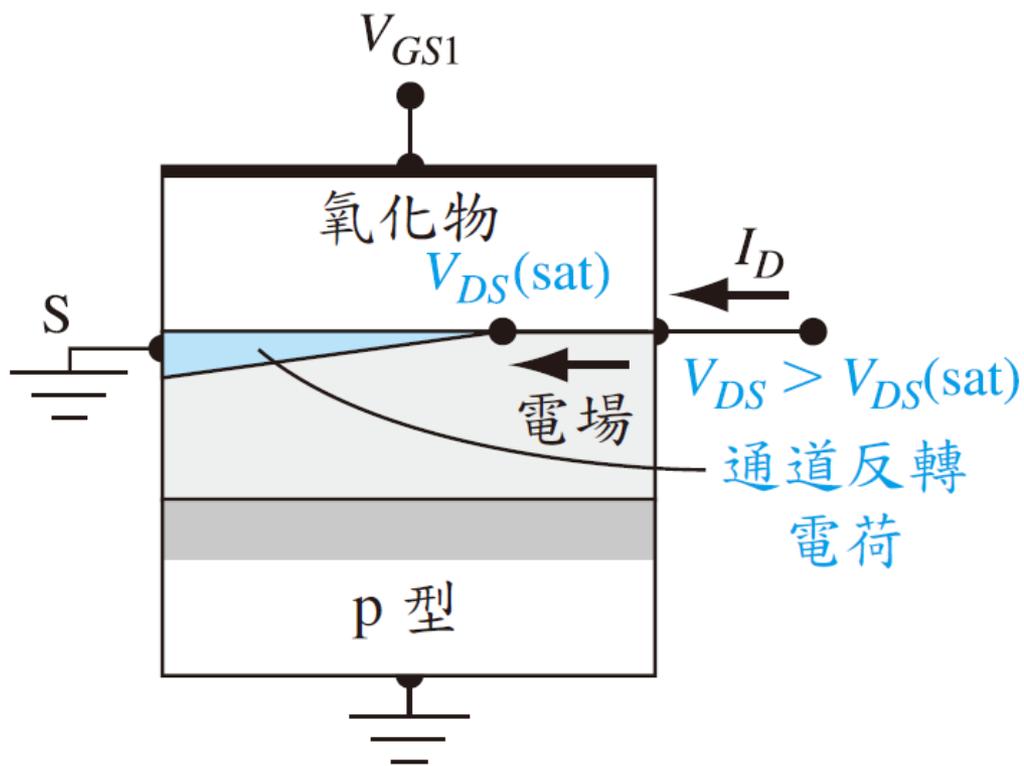
(b)

# $V_{GS} < V_T$ 的情況下，且：在 $V_{DS} = V_{DS}(sat)$ 時的MOSFET截面以及 $I_D$ 對 $V_{DS}$ 的曲線



(c)

# $V_{GS} < V_T$ 的情況下，且：在 $V_{DS} > V_{DS}(\text{sat})$ 時，的MOSFET截面以及 $I_D$ 對 $V_{DS}$ 的曲線



(d)

# 電流－電壓關係式的概念(續)

- ❖ 當  $V_{DS}$  電壓增加到一個值，使得跨在汲極端處氧化物的電壓等於  $V_T$  時，則在汲極端處的衍生反轉電荷密度會為零。在這個情況下，汲極端點處的電導也為零，因此， $I_D$  對  $V_{DS}$  曲線的斜率會為零。我們可以寫出

$$V_{GS} - V_{DS}(\text{sat}) = V_T$$

或

$$V_{DS}(\text{sat}) = V_{GS} - V_T$$

其中  $V_{DS}(\text{sat})$  是使汲極端反轉電荷密度為零的汲極至源極的電壓。

# 電流－電壓關係式的概念(續)

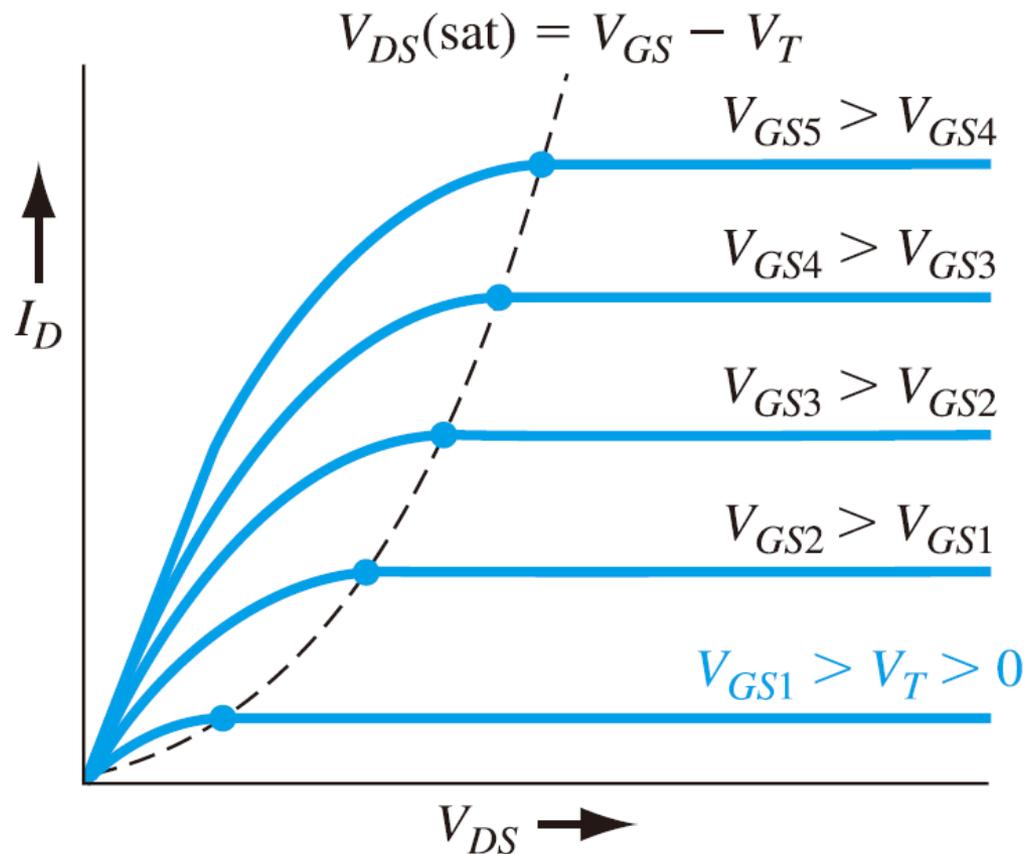


圖 10.40 n 型通道增強模式 MOSFET 的  $I_D$  對  $V_{DS}$  的曲線群

# 電流－電壓關係式的概念(續)

## ❖ n通道MOSFET的理想電流－電壓關係式

$$I_D = \frac{W\mu_n C_{ox}}{2L} [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

或 
$$I_D = \frac{k'_n}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

$$I_D = K_n [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

參數  $k'_n = \mu_n C_{ox}$  稱為n通道MOSFET的製程電導參數(process conduction parameter)，其單位為  $A/V^2$ 。參數  $K_n = (W\mu_n C_{ox})/2L = (k'_n/2) \cdot (W/L)$  稱為n通道MOSFET的電導參數(conduction parameter)，其單位也是  $A/V^2$ 。

# 電流－電壓關係式的概念(續)

❖ 當晶體管偏壓在飽和區，理想的電流－電壓的關係為

$$I_D = \frac{W\mu_n C_{ox}}{2L} (V_{GS} - V_T)^2$$

亦可寫為

$$I_D = \frac{k'_n}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

或是

$$I_D = K_n (V_{GS} - V_T)^2$$

# 10.3.3 電流－電壓關係式的數學推導

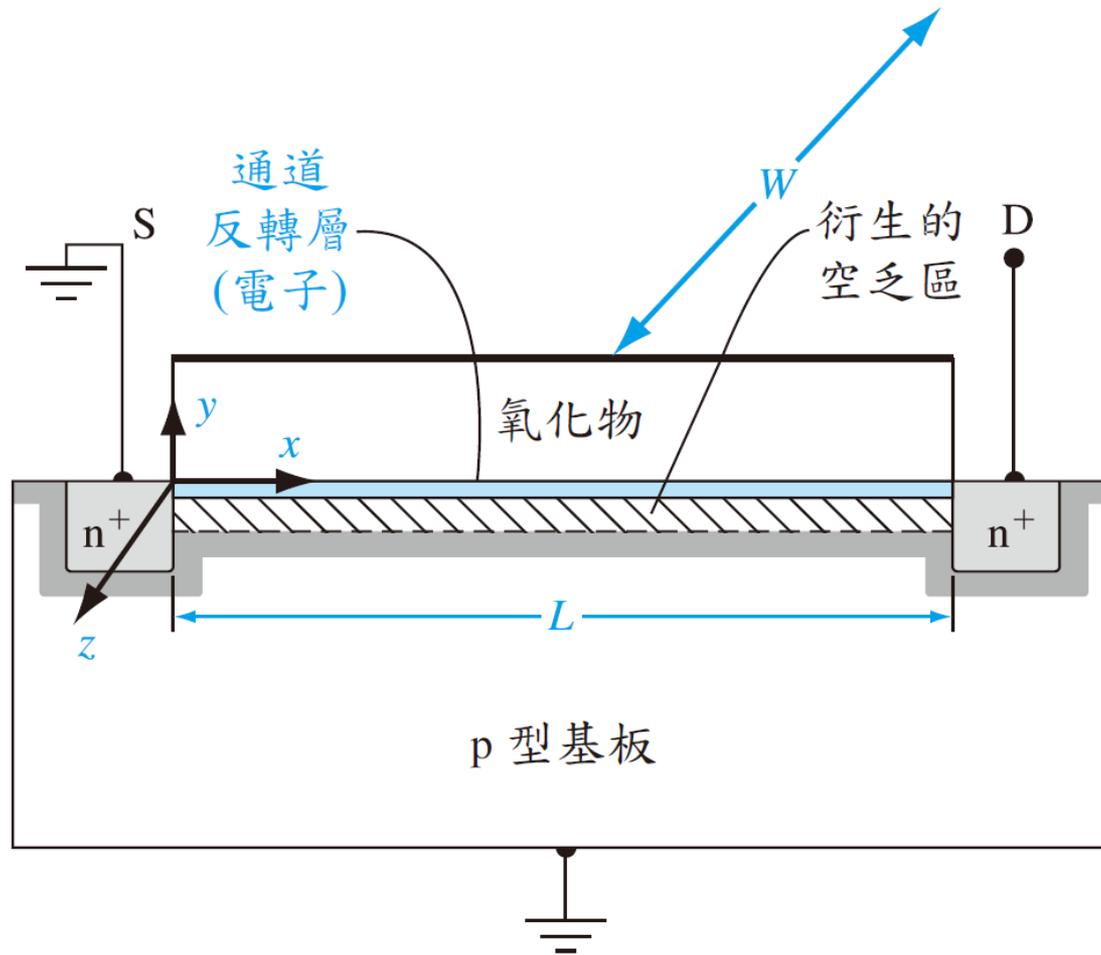


圖 10.43 推導  $I_D$  對  $V_{DS}$  關係的 MOSFET 幾何結構

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

## ❖ 假設

1. 通道中的電流主要是由於漂移所造成的，而非擴散造成的。
2. 沒有電流通過閘極的氧化物。
3. 使用漸進通道的近似(gradual channel approximation)，其中  $\partial E_y / \partial y \gg \partial E_x / \partial x$ 。這樣的近似方式表示  $E_x$  是一個固定常數。
4. 固定氧化物電荷以在氧化物－半導體界面處的等效電荷密度來表示。
5. 通道內的載子遷移率為常數。

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 我們一開始利用歐姆定律來分析，可以寫為

$$J_x = \sigma E_x$$

其中  $\sigma$  為通道的電導率 (conductivity)， $E_x$  為沿著通道方向的電場。通道的電導率可由  $\sigma = e\mu_n n(y)$  得到，其中  $\mu_n$  為電子的遷移率， $n(y)$  為反轉層中的電子濃度。

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 將 $J_x$ 對 $y$ 及 $z$ 方向的截面積進行積分可以得到通道上的總電流，亦即

$$I_x = \int_y \int_z J_x dy dz$$

我們可以寫出

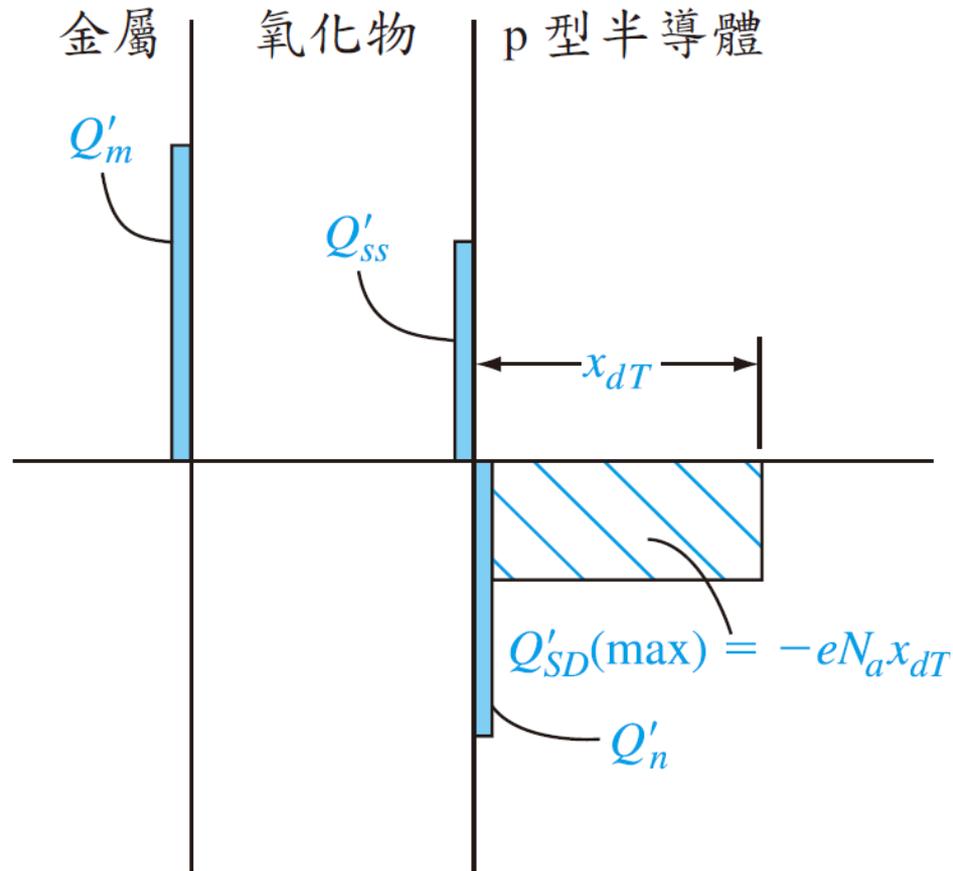
$$Q'_n = - \int en(y) dy$$

其中 $Q'_n$ 為單位面積的反轉層電荷，在這個情形下為一個負值。

❖ 
$$I_x = -W\mu_n Q'_n E_x$$

其中， $W$ 為通道寬度，其為對 $z$ 做積分後的結果。

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)



■ 圖 10.44 在  $V_{GS} > V_T$  時，n 型通道增強模式 MOSFET 的電荷分布情形

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

- ❖ 圖10.44為 $V_{GS} > V_T$ 時整個元件的電荷密度。這些電荷都是表示為每單位面積的電荷。由電中性的觀念，我們可以寫為

$$Q'_m + Q'_{ss} + Q'_n + Q'_{SD}(\max) = 0$$

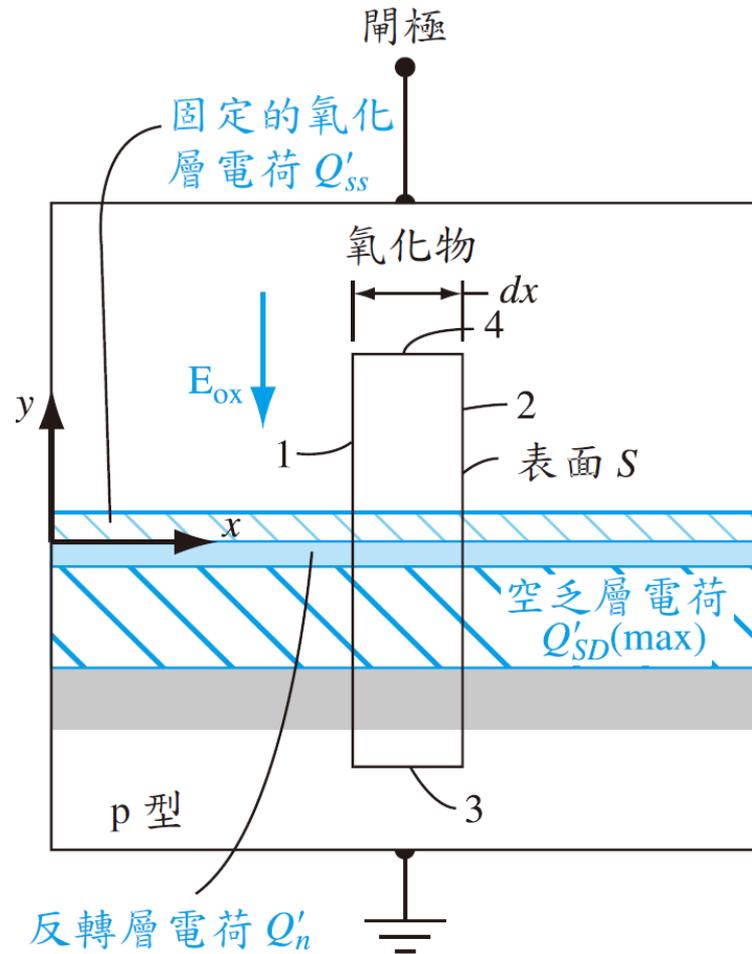
對這個n通道元件而言，反轉層電荷以及衍生的空間電荷將會是負的。

- ❖ 高斯定律可以寫成

$$\oint_s \epsilon E_n dS = Q_T$$

其中積分是對整個封閉曲面的。

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)



■ 圖 10.45 使用高斯定律的幾何結構

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 氧化物中的電場列入考量

$$\oint_s \epsilon E_n dS = -\epsilon_{\text{ox}} E_{\text{ox}} W dx = Q_T$$

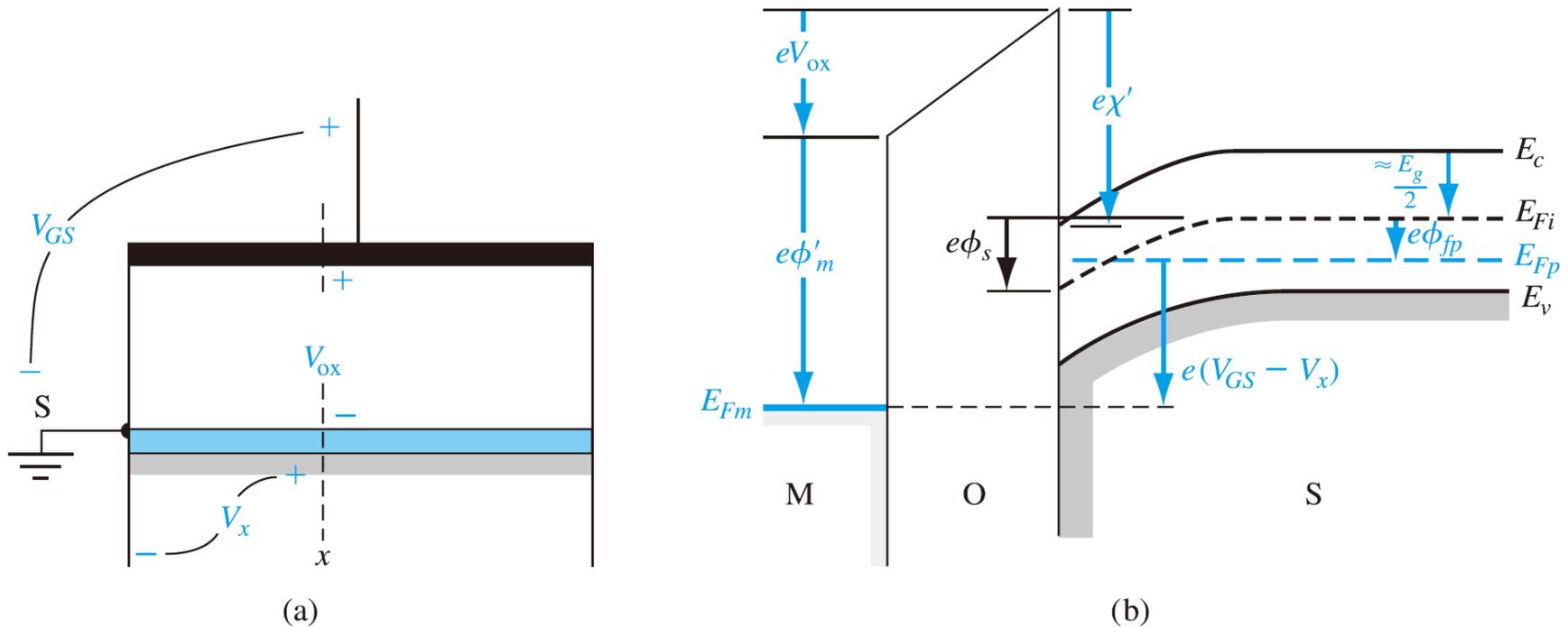
其中  $\epsilon_{\text{ox}}$  為氧化物的電容率。而被包圍的總電荷為

$$Q_T = [Q'_{ss} + Q'_n + Q'_{SD}(\text{max})] W dx$$

我們可以得到

$$-\epsilon_{\text{ox}} E_{\text{ox}} = Q'_{ss} + Q'_n + Q'_{SD}(\text{max})$$

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)



■ 圖 10.46 (a) 沿著通道一個  $x$  點的位勢；(b) 在  $x$  點處的 MOS 結構的能帶圖

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 在p型半導體的費米能階為 $E_{Fp}$ ，在金屬的費米能階為 $E_{Fm}$ 。可以得到

$$E_{Fp} - E_{Fm} = e(V_{GS} - V_x)$$

考慮電位障，可以寫出

$$V_{GS} - V_x = (\phi'_m + V_{ox}) - \left( \chi' + \frac{E_g}{2e} - \phi_s + \phi_{fp} \right)$$

也可以寫成

$$V_{GS} - V_x = V_{ox} + 2\phi_{fp} + \phi_{ms}$$

其中 $\phi_{ms}$ 是金屬－半導體的功函數差，而在反轉的情形下，則 $\phi_s = 2\phi_{fp}$ 。

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 在氧化物中的電場為

$$E_{\text{ox}} = \frac{V_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}}$$

得到

$$\begin{aligned} -\epsilon_{\text{ox}} E_{\text{ox}} &= \frac{-\epsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}} [(V_{GS} - V_x) - (\phi_{ms} + 2\phi_{fp})] \\ &= Q'_{ss} + Q'_n + Q'_{SD}(\text{max}) \end{aligned}$$

可以得到

$$I_x = -W\mu_n C_{\text{ox}} \frac{dV_x}{dx} [(V_{GS} - V_x) - V_T]$$

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

❖ 對整個通道長度進行積分可以得到

$$\int_0^L I_x dx = -W\mu_n C_{ox} \int_{V_x(0)}^{V_x(L)} [(V_{GS} - V_T) - V_x] dV_x$$

假設遷移率  $\mu_n$  為常數，且沿著整個通道長度為一個常數。

令  $I_D = -I_x$

$$I_D = \frac{W\mu_n C_{ox}}{2L} [2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)

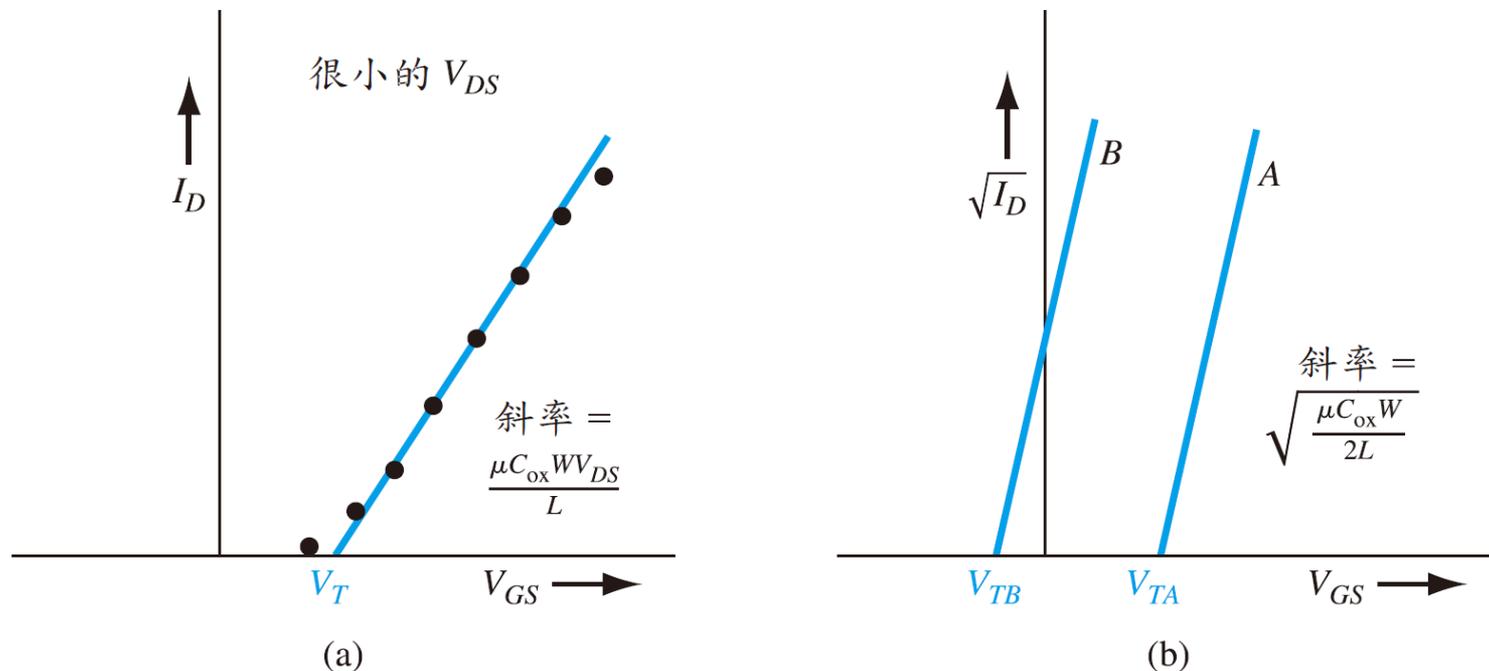
❖ 理想的汲極電流是一個常數且可以寫為

$$I_D(\text{sat}) = \frac{W\mu_n C_{\text{ox}}}{2L} [2(V_{GS} - V_T)V_{DS}(\text{sat}) - V_{DS}^2(\text{sat})]$$

$$I_D(\text{sat}) = \frac{W\mu_n C_{\text{ox}}}{2L} (V_{GS} - V_T)^2$$

$$I_D = \frac{k'_n}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 = K_n (V_{GS} - V_T)^2$$

# 電流－電壓關係式的數學推導(續)



■ 圖 10.48 (a) 在  $V_{DS}$  值較小時，增強模式 MOSFET 的  $I_D$  對  $V_{GS}$  的曲線圖形；(b) n 型通道增強模式 (曲線 A) 和空乏模式 (曲線 B) MOSFET 在飽和區域的理想  $\sqrt{I_D}$  對  $V_{GS}$  的曲線圖形

## 10.3.4 轉換電導

- ❖ MOSFET的轉換電導(transconductance) 定義為汲極電流改變量與閘極電壓改變量的比值，或

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}}$$

轉換電導有時也稱為電晶體增益(transistor gain)。

- ❖ 考慮一個操作在未飽和區域的n通道MOSFET可以得到

$$g_{mL} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \frac{W\mu_n C_{ox}}{L} \cdot V_{DS}$$

在未飽和區域中，轉換電導隨著 $V_{DS}$ 呈線性的增加，和 $V_{GS}$ 無關。

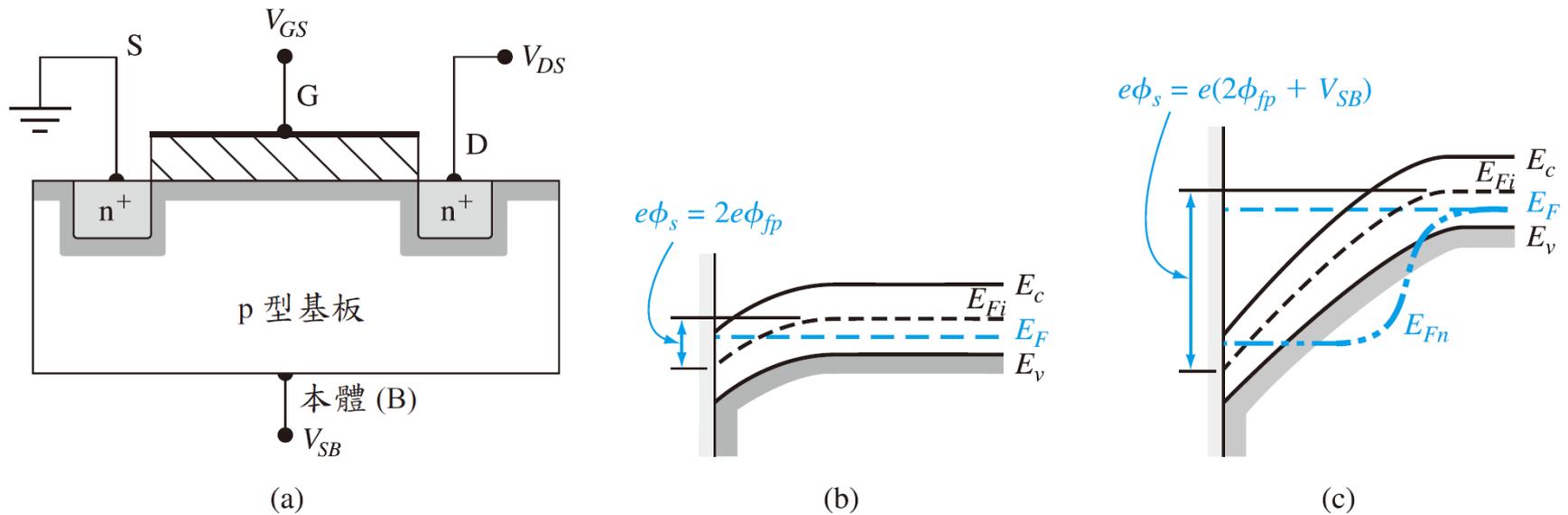
# 轉換電導(續)

❖ 對於一個操作在飽和區域的n通道MOSFET，其轉換電導為

$$g_{ms} = \frac{\partial I_D(\text{sat})}{\partial V_{GS}} = \frac{W\mu_n C_{\text{ox}}}{L} (V_{GS} - V_T)$$

在飽和區域中，轉換電導為隨著 $V_{GS}$ 呈線性的增加，但和 $V_{DS}$ 不相關。

# 10.3.5 基板的偏壓效應



■ 圖 10.50 (a) 外加電壓在一個 n 通道的 MOSFET ; (b) 當  $V_{SB} = 0$  時，在反轉點的能帶圖 ; (c) 當外加  $V_{SB} > 0$  時，在反轉點的能帶圖

# 基板的偏壓效應(續)

❖ 在  $V_{SB} = 0$  時，我們得到

$$Q'_{SD}(\text{max}) = -eN_a x_{dT} = -\sqrt{2e\epsilon_s N_a (2\phi_{fp})}$$

在  $V_{SB} > 0$  時，空間電荷寬度增加，我們可以得到

$$Q'_{SD} = -eN_a x_d = -\sqrt{2e\epsilon_s N_a (2\phi_{fp} + V_{SB})}$$

空間電荷密度的改變量為

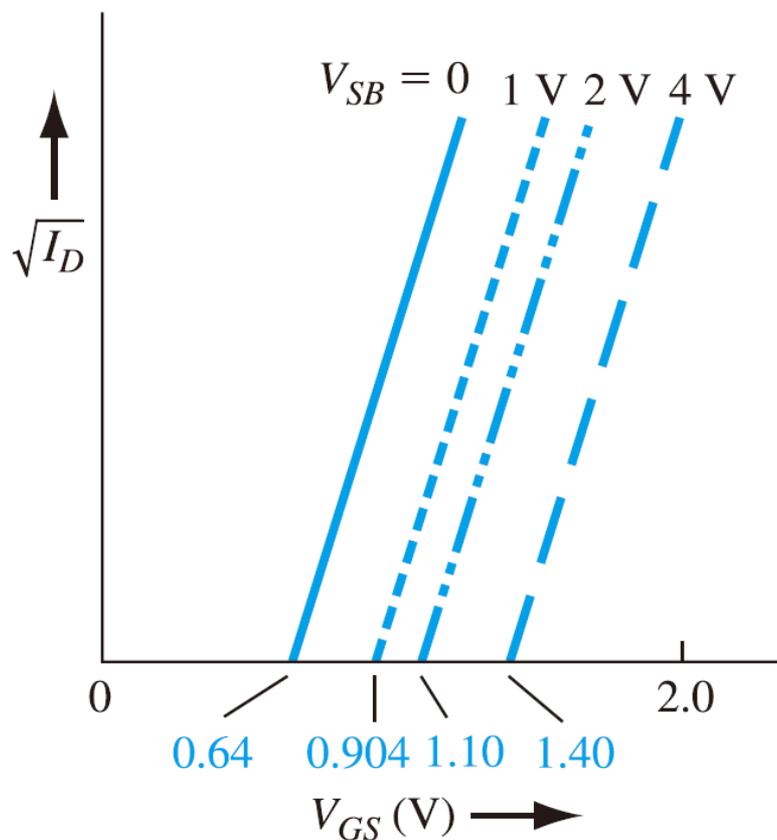
$$\Delta Q'_{SD} = -\sqrt{2e\epsilon_s N_a} \left[ \sqrt{2\phi_{fp} + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_{fp}} \right]$$

為了達到臨界條件，外加的閘極電壓必須增加。  
臨界電壓的改變可以寫成

$$\Delta V_T = -\frac{\Delta Q'_{SD}}{C_{ox}} = \frac{\sqrt{2e\epsilon_s N_a}}{C_{ox}} \left[ \sqrt{2\phi_{fp} + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_{fp}} \right]$$

其中  $\Delta V_T = V_t(V_{SB} > 0) - V_T(V_{SB} = 0)$

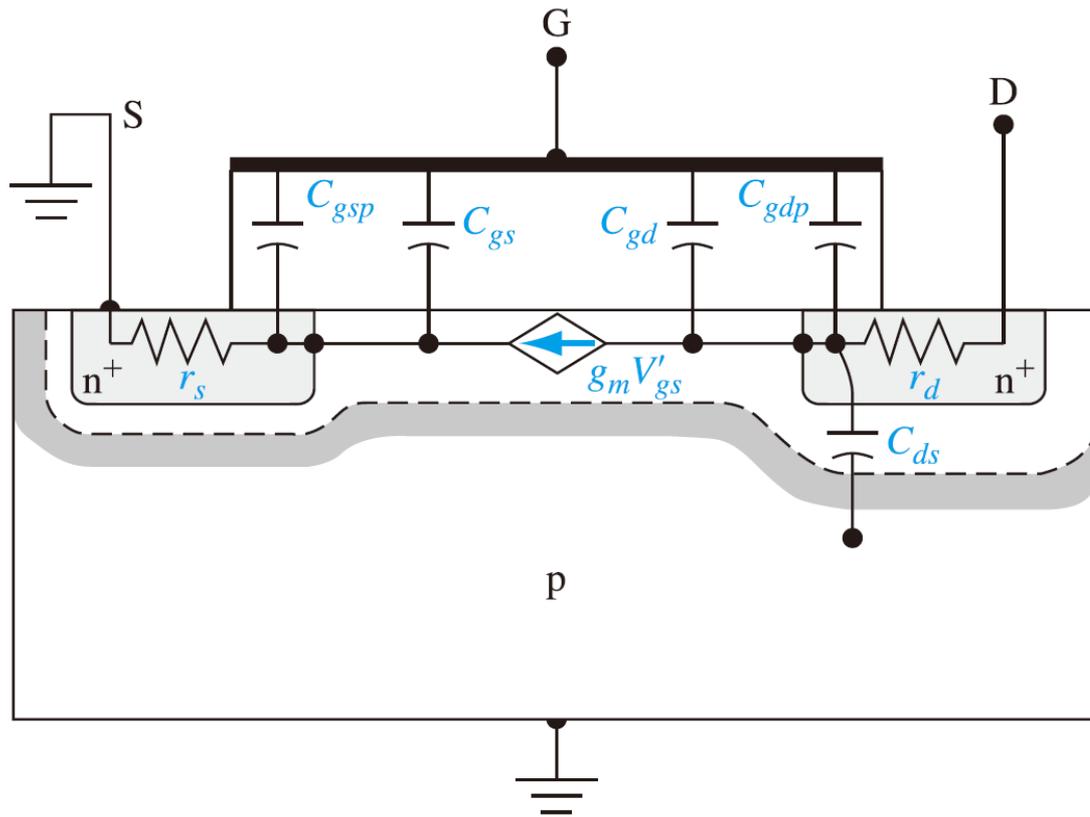
# 基板的偏壓效應(續)



■ 圖 10.51 在不同  $V_{SB}$  值下，n 通道 MOSFET 的  $\sqrt{I_D}$  對  $V_{GS}$  的曲線圖形

# 10.4 頻率極限

## ❖ 10.4.1 小信號等效電路



■ 圖 10.52 n 通道 MOSFET 結構中固有的電阻以及電容

# 小信號等效電路(續)

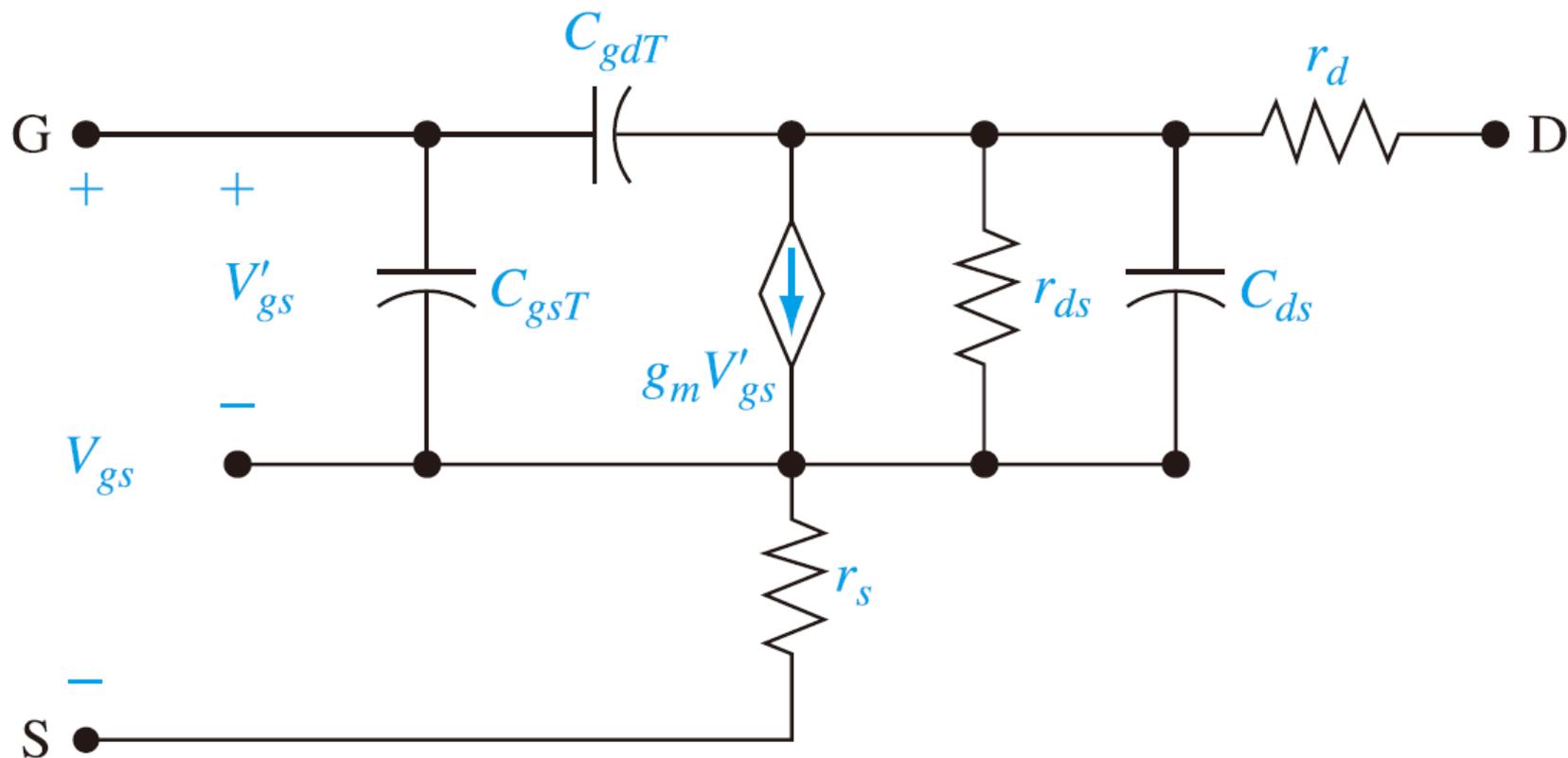
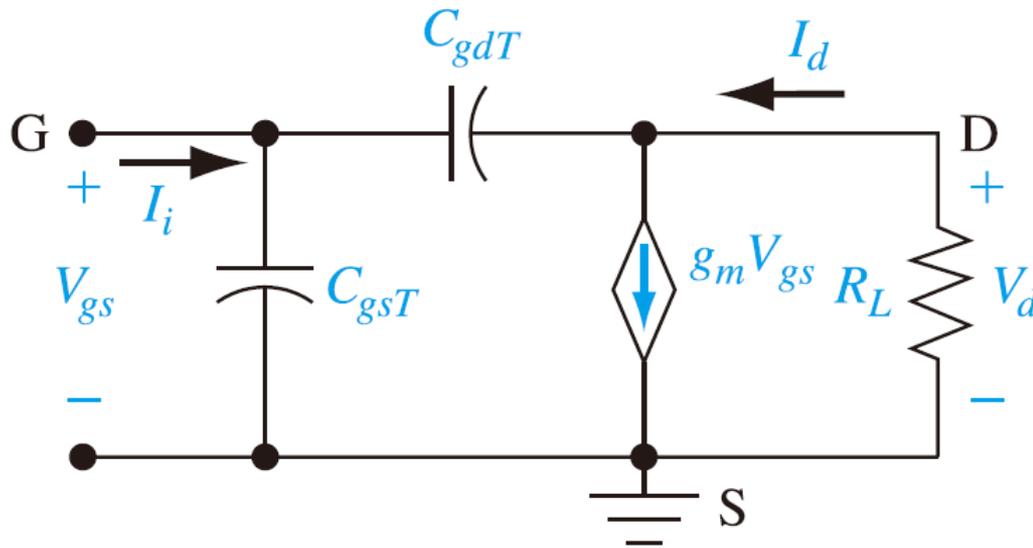


圖 10.53 共源極 n 通道 MOSFET 的小信號等效電路圖

## 10.4.2 頻率限制因素及截止頻率



■ 圖 10.56 高頻下，共源極 n 通道 MOSFET 的小信號等效電路圖

# 頻率限制因素及截止頻率(續)

❖ 在輸入閘極節點處的總電流為

$$I_i = j\omega C_{gsT}V_{gs} + j\omega C_{gdT}(V_{gs} - V_d)$$

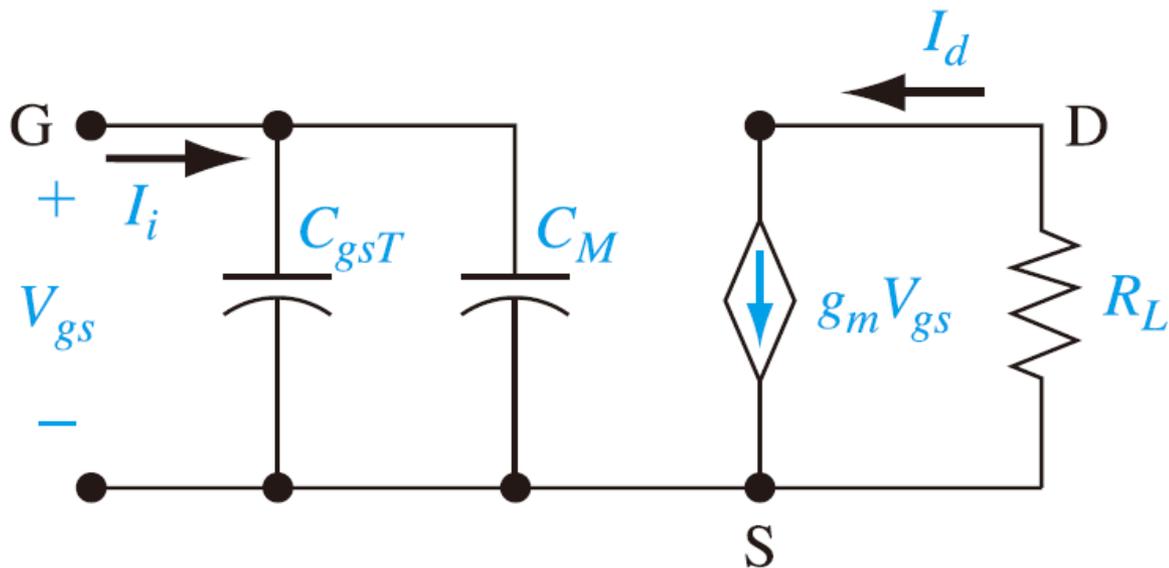
其中 $I_i$ 為輸入的電流。類似的，輸出汲極節點處的總電流為

$$\frac{V_d}{R_L} + g_m V_{gs} + j\omega C_{gdT}(V_d - V_{gs}) = 0$$

結合以上兩式，將電壓參數 $V_d$ 消去，可求出輸入的電流為

$$I_i = j\omega \left[ C_{gsT} + C_{gdT} \left( \frac{1 + g_m R_L}{1 + j\omega R_L C_{gdT}} \right) \right] V_{gs}$$

# 頻率限制因素及截止頻率(續)



■ 圖 10.57 包含密勒電容的小信號等效電路圖

# 頻率限制因素及截止頻率(續)

- ❖ 截止頻率(cutoff frequency)  $f_T$  定義為元件的電流增益等於1，或者是輸入的電流  $I_i$  等於理想的負載電流  $I_d$  時的元件操作頻率。

$$I_i = j\omega(C_{gsT} + C_M)V_{gs}$$

理想的負載電流為

$$I_d = g_m V_{gs}$$

電流增益的大小為

$$\left| \frac{I_d}{I_i} \right| = \frac{g_m}{2\pi f(C_{gsT} + C_M)}$$

設定截止頻率下的電流增益為1，可以得到

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gsT} + C_M)} = \frac{g_m}{2\pi C_G}$$

其中  $C_G$  為等效的輸入閘極電容。

# 頻率限制因素及截止頻率(續)

❖ 在這種飽和區的情況下，並假設遷移率是一個常數，則轉換電導可寫成

$$g_{ms} = \frac{W\mu_n C_{ox}}{L} (V_{GS} - V_T)$$

因此，在理想情形下的截止頻率為

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_G} = \frac{\frac{W\mu_n C_{ox}}{L} (V_{GS} - V_T)}{2\pi(C_{ox} WL)} = \frac{\mu_n (V_{GS} - V_T)}{2\pi L^2}$$

# 10.5 CMOS技術

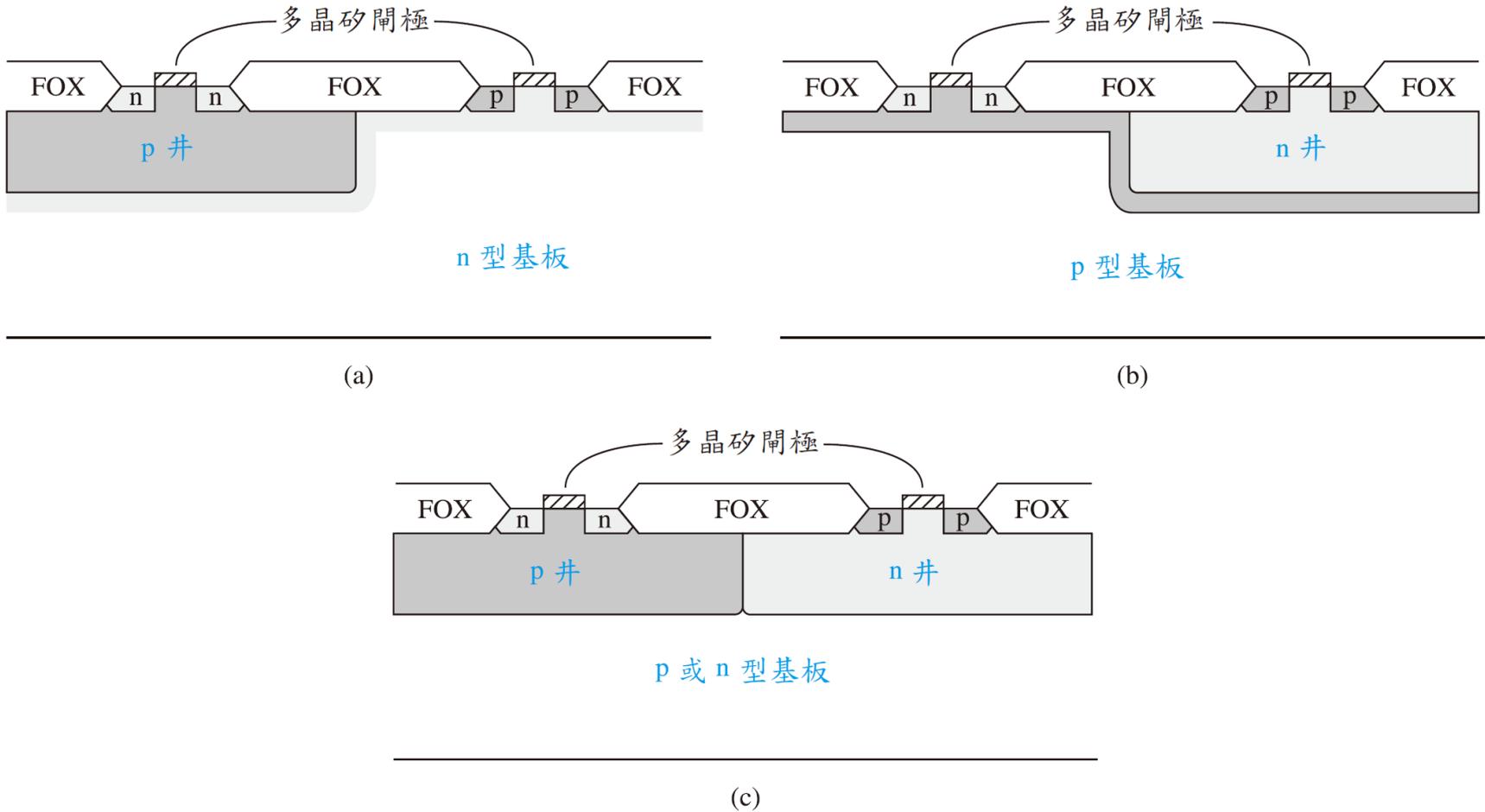
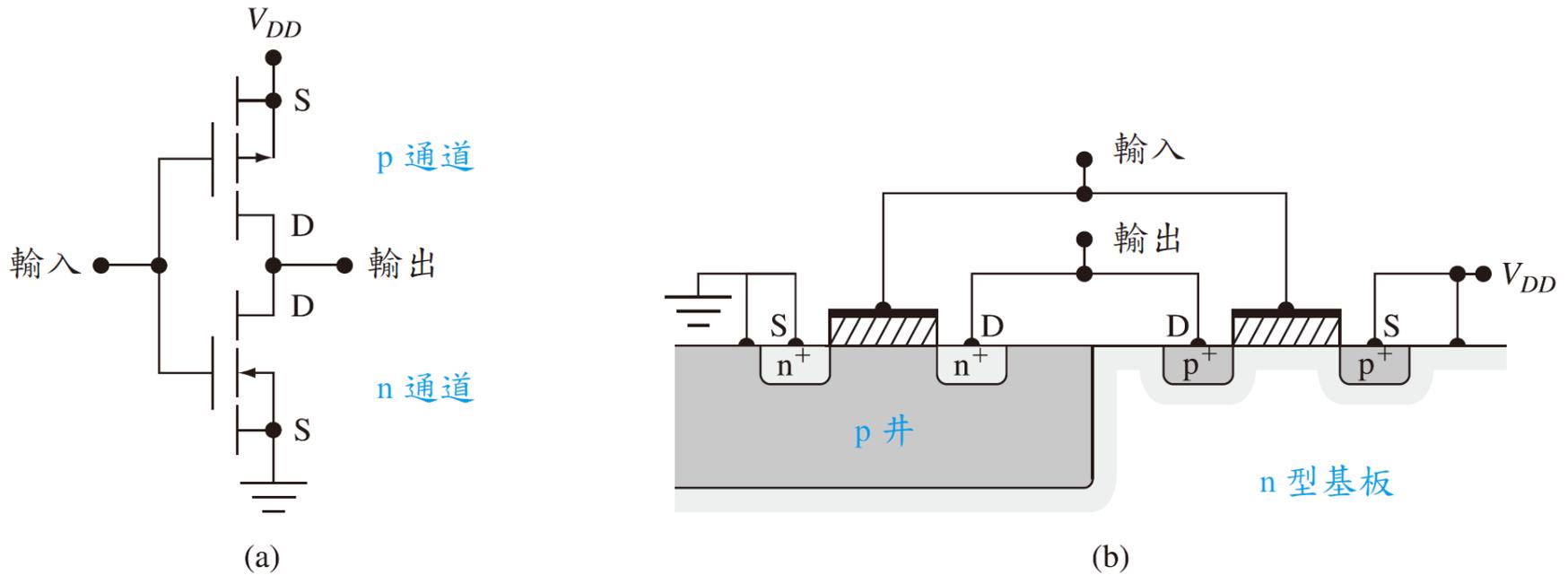


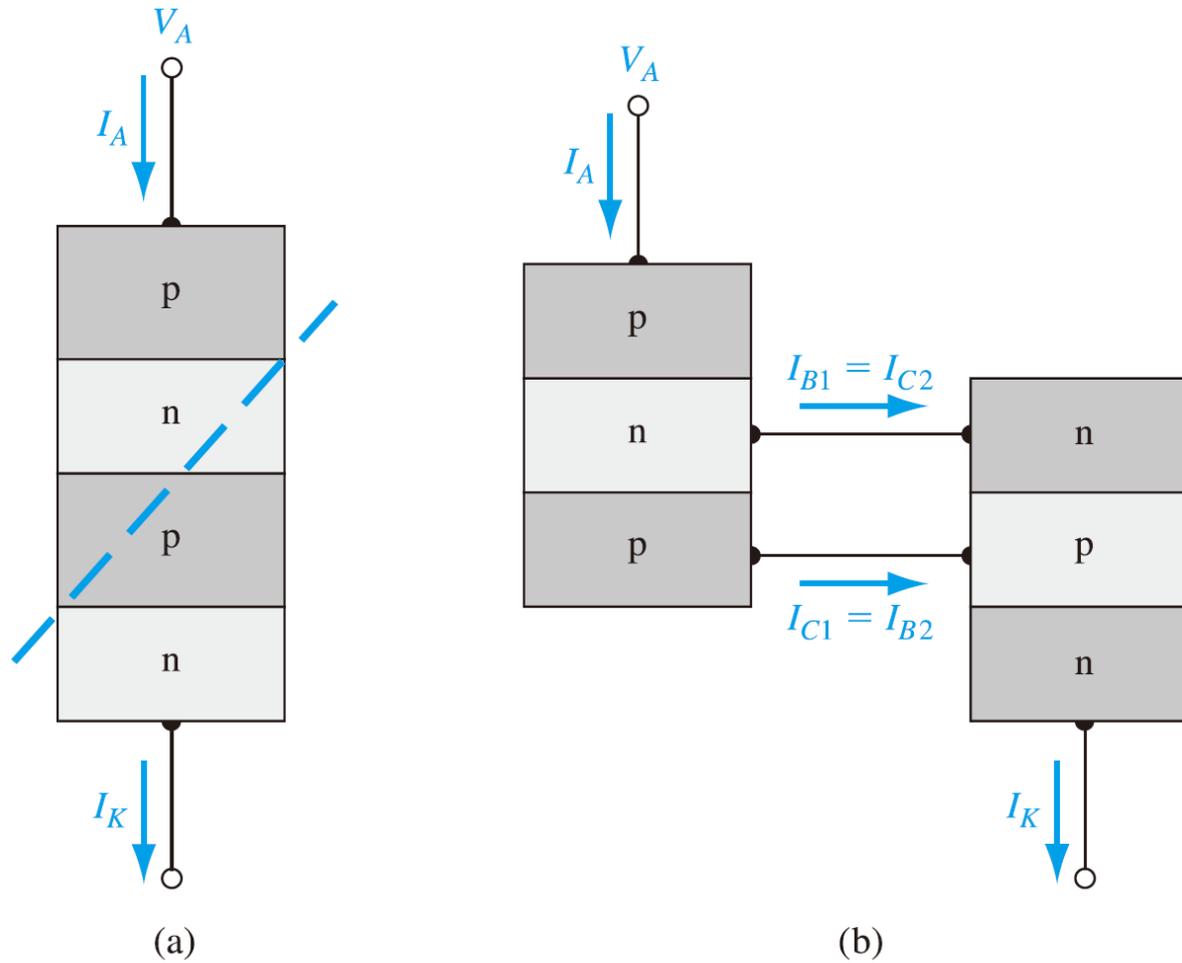
圖 10.58 CMOS 結構：(a) p 井；(b) n 井；及 (c) 雙井

# CMOS技術(續)



■ 圖 10.59 (a) CMOS 反相器電路；(b) 簡化的 CMOS 反相器之積體電路截面圖

# CMOS技術(續)



■ 圖 10.60 (a) 基本 pnpn 結構的切分；(b) 四層 pnpn 元件的兩個電晶體等效電路

## 10.6 本章總結

- ❖ 我們考慮了金屬－氧化物－半導體場效電晶體(MOSFET)的基本物理和特性。
- ❖ MOS電容器是MOSFET最重要的部分。外加一個電壓跨於MOS電容器時，半導體中靠近氧化物－半導體界面處的能帶會依外加於閘極的電壓大小而有不同程度的彎曲。
- ❖ 外加足夠大的正電壓於NMOS閘極時，可使接近於氧化物－半導體界面的p型半導體產生電子反轉層；外加大小足夠的負電壓於PMOS閘極時，可使接近於氧化物－半導體界面的n型半導體產生電洞反轉層。

# 本章總結(續)

- ❖ 臨界電壓乃是達到臨界反轉點所需的外加閘極電壓。平帶電壓亦予以定義並討論。
- ❖ 我們討論了增益模式與空乏模式的n通道MOSFET以及增益模式與空乏模式的n通道MOSFET。
- ❖ 基本的電晶體操作乃利用閘極—源極的電壓來調制汲極端的電流。
- ❖ 我們推導出MOSFET理想的電流—電壓關係。

# 本章總結(續)

- ❖ 本體效應係數予以定義並討論，亦推導了本體效應所導致的臨界電壓平移量的關係式。
- ❖ 我們推導出MOSFET的小信號等效電路。
- ❖ 我們考慮了會影響MOSFET頻率限制的各種物理因素。截止頻率的關係式亦予以推導。
- ❖ 我們簡要的考慮與討論CMOS的技術。





# Chapter 11 金屬—氧化物—半導體 場效電晶體：其他的觀念

# 本章預定討論內容

- ❖ 描述並分析次臨界傳導，其為在達到臨界電壓之前，電流於通道中形成的現象。
- ❖ 分析通道長度調變，其為短通道長度的一種特性，並因此而產出有限值的輸出阻抗。
- ❖ 考慮因為閘極電壓的增加而造成載子遷移率下降的效應。
- ❖ 分析載子飽和速度的效應。載子在短通道元件更容易達到其飽和速度。

# 本章預定討論內容(續)

- ❖ 分析MOSFET的縮放，其描述當元件尺寸變小時，各種元件參數須如何應變的原理
- ❖ 考慮小尺寸元件(包括短通道長度的元件和小通道寬度的元件)的臨界電壓之偏差。
- ❖ 描述和分析MOSFET各種電壓崩潰的機制。
- ❖ 描述和分析以離子佈植法調整的MOSFET的臨界電壓之技術。
- ❖ 考慮由於游離輻射和熱電子效應所引入陷於氧化物的電荷。

# 11.1 非理想的效應

## ❖ 11.1.1 次臨界傳導

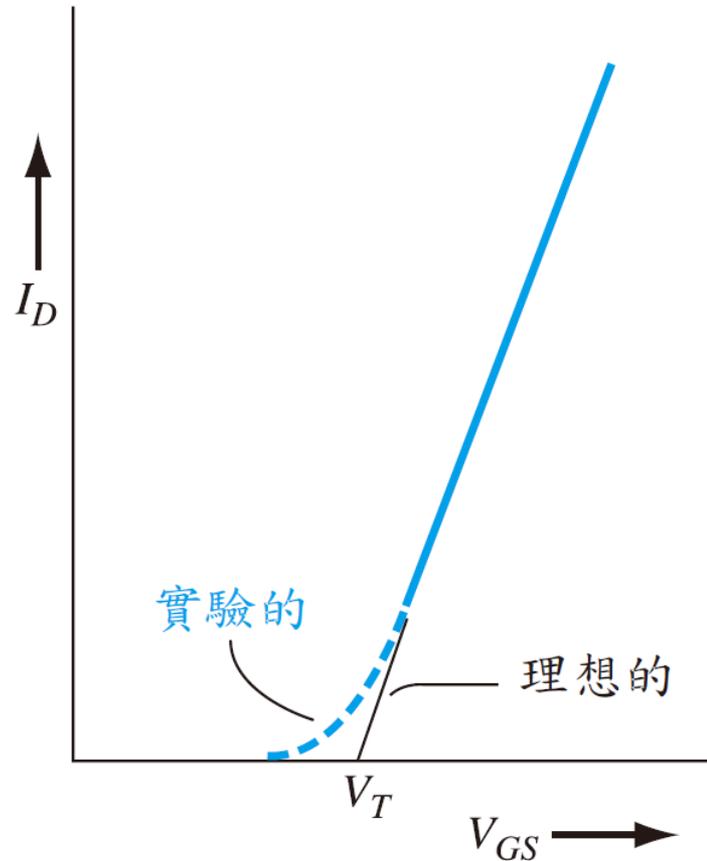
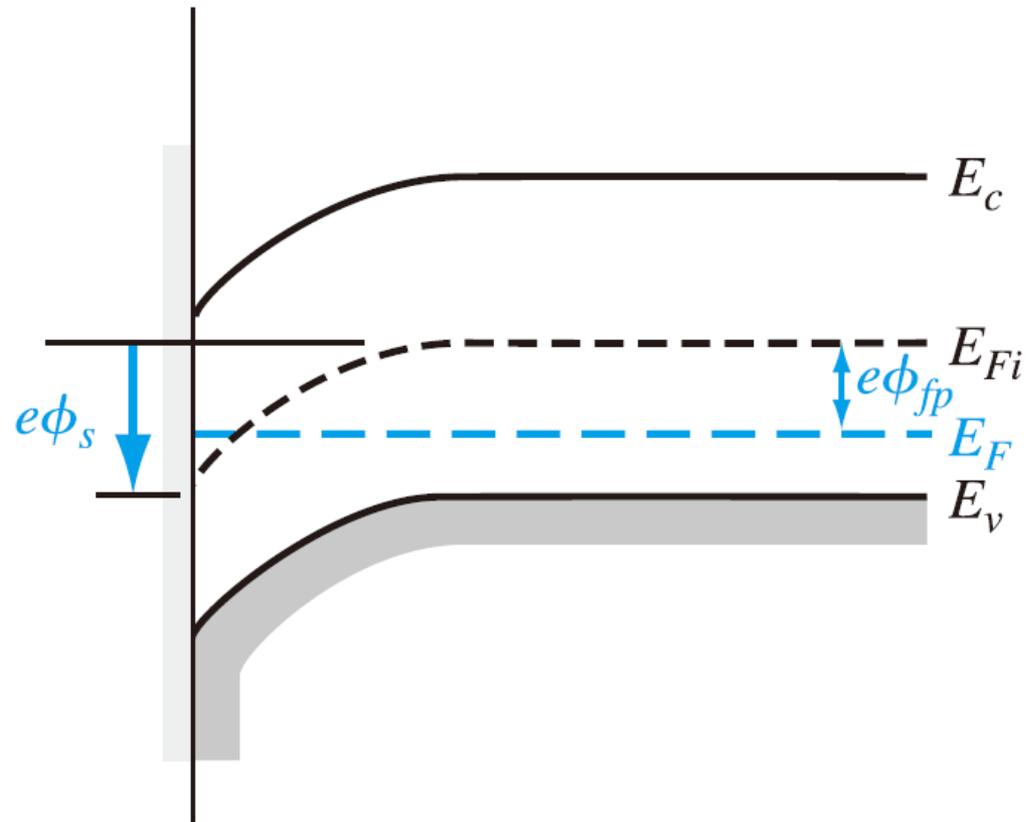


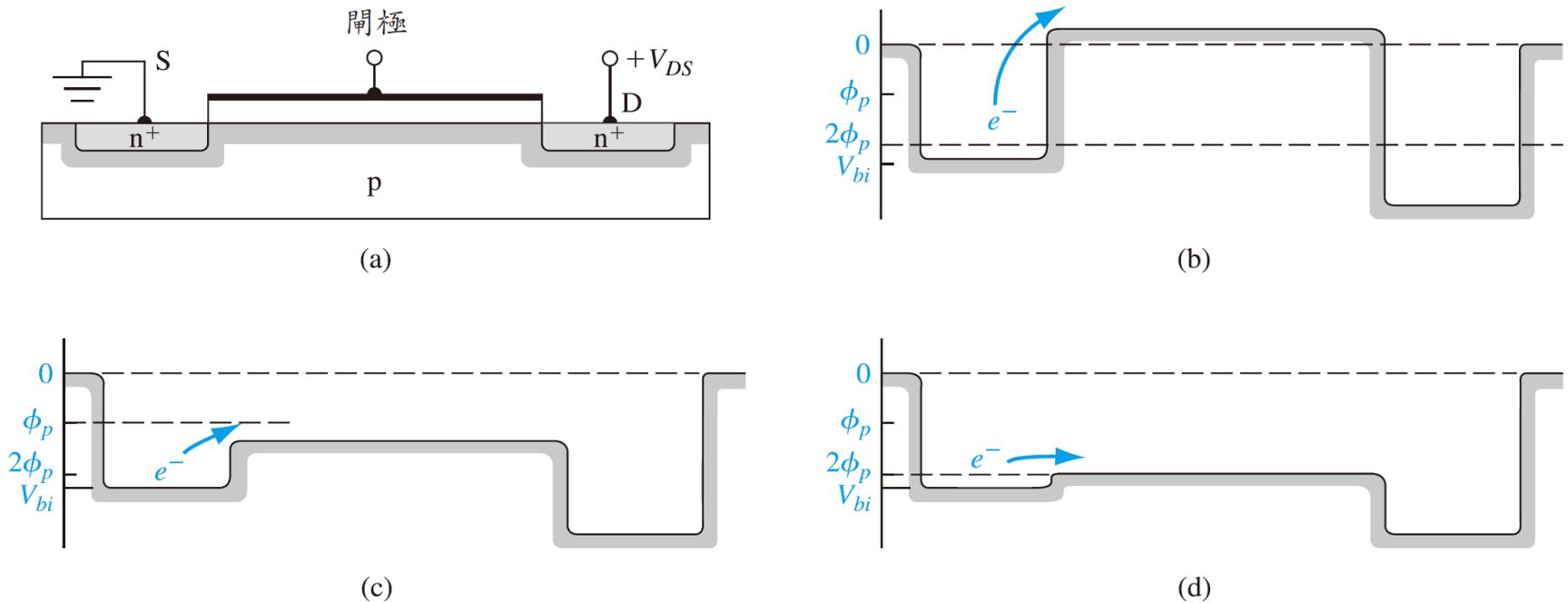
圖 11.1 理想的以及實驗的  $\sqrt{I_D}$  對  $V_{GS}$  圖形的比較

# 次臨界傳導(續)



■ 圖 11.2 在  $\phi_{fp} < \phi_s < 2\phi_{fp}$  情形下的能帶圖

# 次臨界傳導(續)



■ 圖 11.3 (a) n 通道 MOSFET 沿著通道長度的截面圖；在 (b) 聚集；(c) 弱反轉；及 (d) 反轉時，沿著通道長度的能帶圖

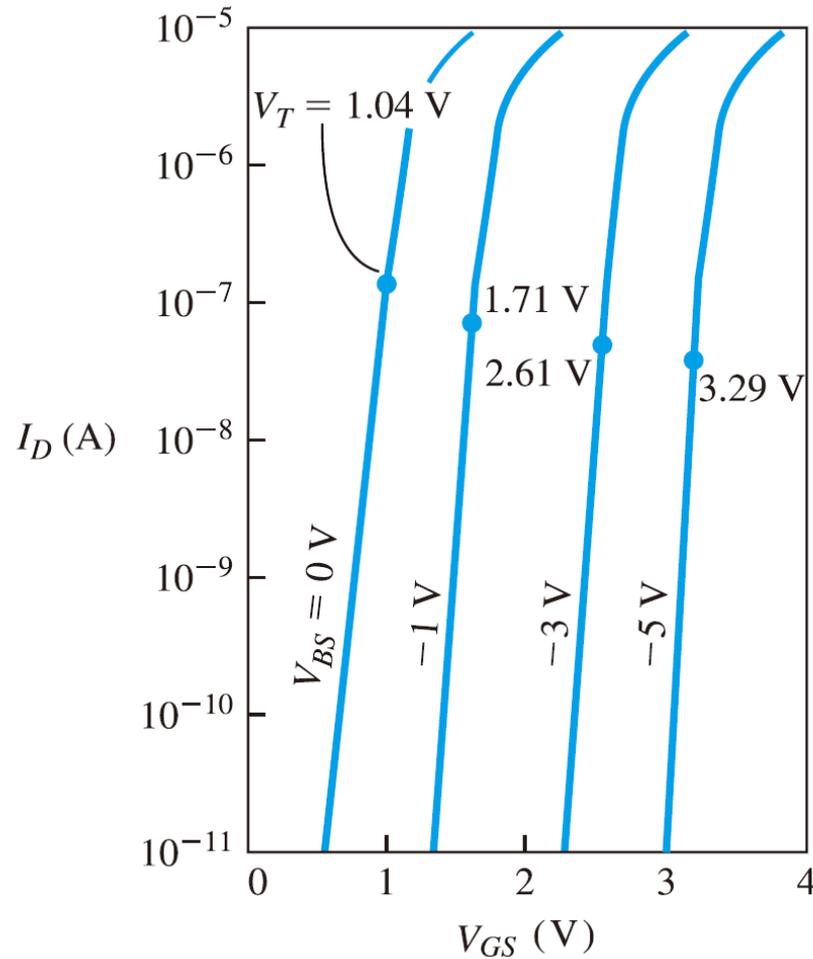
# 次臨界傳導(續)

❖ 次臨界電流可以寫成

$$I_D(\text{sub}) \propto \left[ \exp\left(\frac{eV_{GS}}{kT}\right) \right] \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{-eV_{DS}}{kT}\right) \right]$$

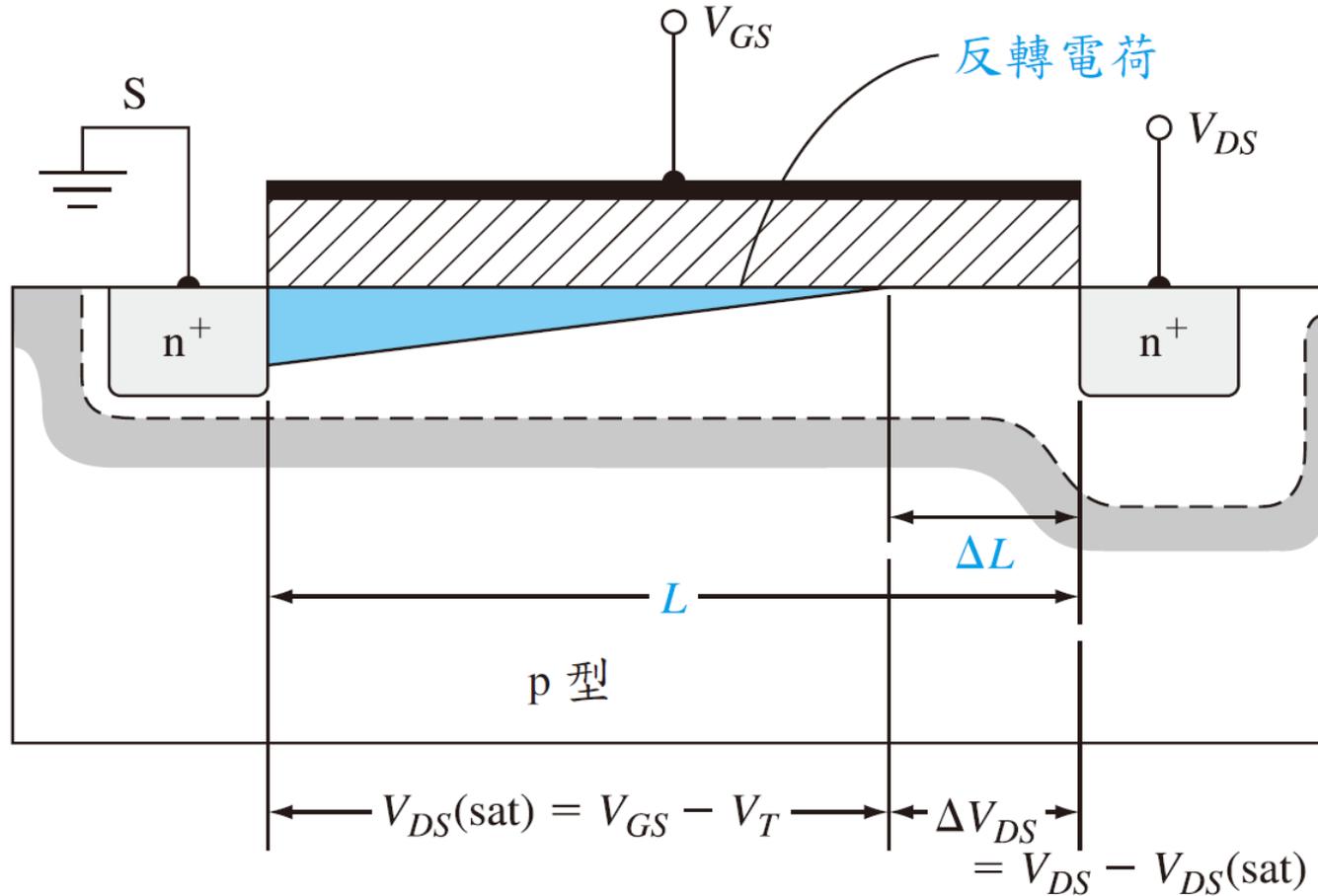
如果  $V_{DS}$  是大於幾倍的  $(kT/e)$  時，次臨界電流則與  $V_{DS}$  無關。

# 次臨界傳導(續)



■ 圖 11.4 不同基板電壓值時的次臨界電流－電壓特性 (臨界電壓標示於每條曲線上)

# 11.1.2 通道長度調變



■ 圖 11.5 顯現通道長度的調變效應之 n 通道 MOSFET 截面圖

# 通道長度調變(續)

$$\Delta L = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{eN_a}} \left[ \sqrt{\phi_{\text{sat}} + [V_{DS} - V_{DS}(\text{sat})]} - \sqrt{\phi_{\text{sat}}} \right]$$

$$\phi_{\text{sat}} = \frac{2\epsilon_s}{eN_a} \cdot \left( \frac{E_{\text{sat}}}{2} \right)^2$$

❖ 極電流和通道長度是反比關係，可以寫成

$$I'_D = \left( \frac{L}{L - \Delta L} \right) I_D$$

其中  $I'_D$  是實際的汲極電流， $I_D$  是理想電流。

# 通道長度調變(續)

❖ 飽和區中的汲極電流可寫為

$$I'_D = \frac{k'_n}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot [(V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS})]$$

其中， $\lambda$ 為**通道長度調變參數** (channel length modulation parameter)。

❖ 輸出阻抗可表示為

$$r_o = \left( \frac{\partial I'_D}{\partial V_{DS}} \right)^{-1} = \left\{ \frac{k'_n}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \cdot \lambda \right\}^{-1}$$

因為  $\lambda$  值通常很小，輸出阻抗可再簡化為

$$r_o \cong \frac{1}{\lambda I_D}$$

# 通道長度調變(續)

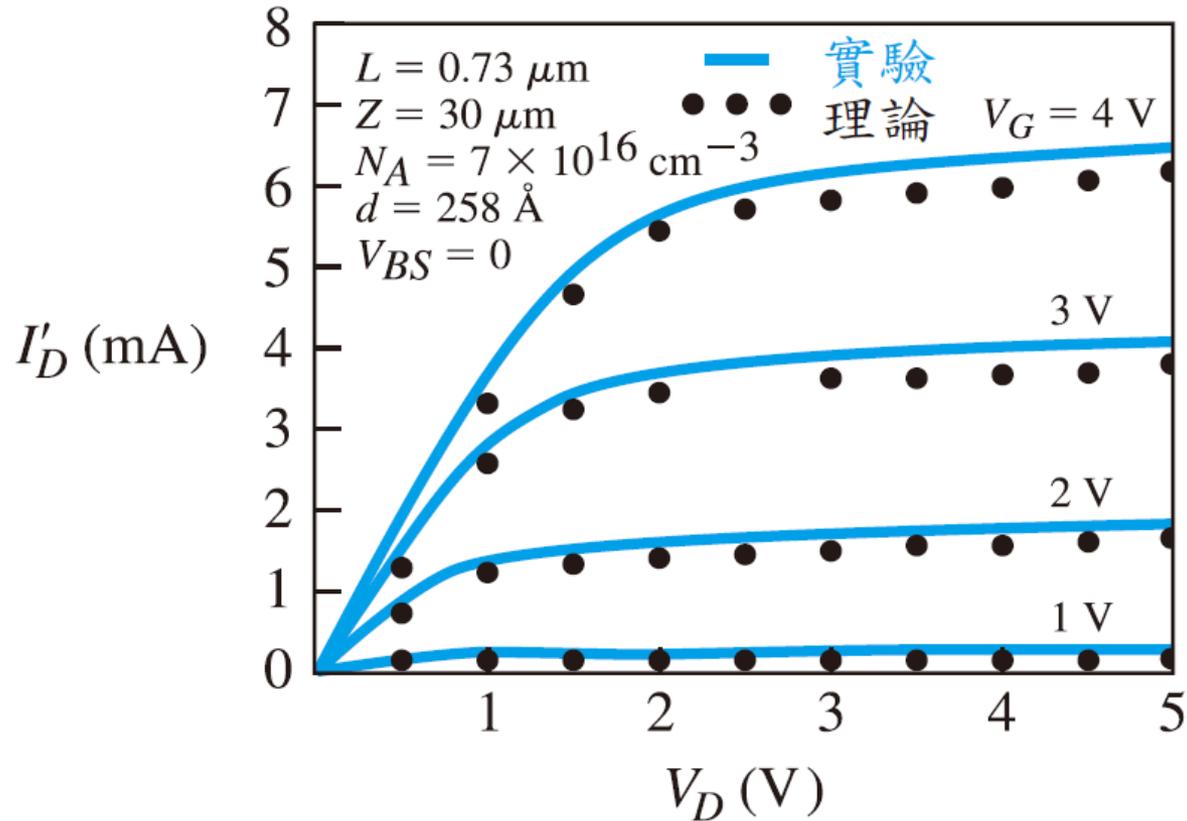


圖 11.7 顯示了短通道效應的 MOSFET 電流－電壓特性

# 例題 11.1

## ■ 題說

考慮一個 n 通道的 MOSFET，其基板摻雜的濃度為  $N_a = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 、臨界電壓為  $V_T = 0.4 \text{ V}$ ，而通道長度為  $L = 1 \mu\text{m}$ 。此元件偏壓於  $V_{GS} = 1 \text{ V}$  及  $V_{DS} = 2.5 \text{ V}$ ，計算出實際汲極電流相對理想汲極電流的比值。

## ■ 解答

$$\phi_{fp} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{2 \times 10^{16}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.3653 \text{ V}$$

$$V_{DS}(\text{sat}) = V_{GS} - V_T = 1.0 - 0.4 = 0.6 \text{ V}$$

$$\Delta V_{DS} = V_{DS} - V_{DS}(\text{sat}) = 2.5 - 0.6 = 1.9 \text{ V}$$

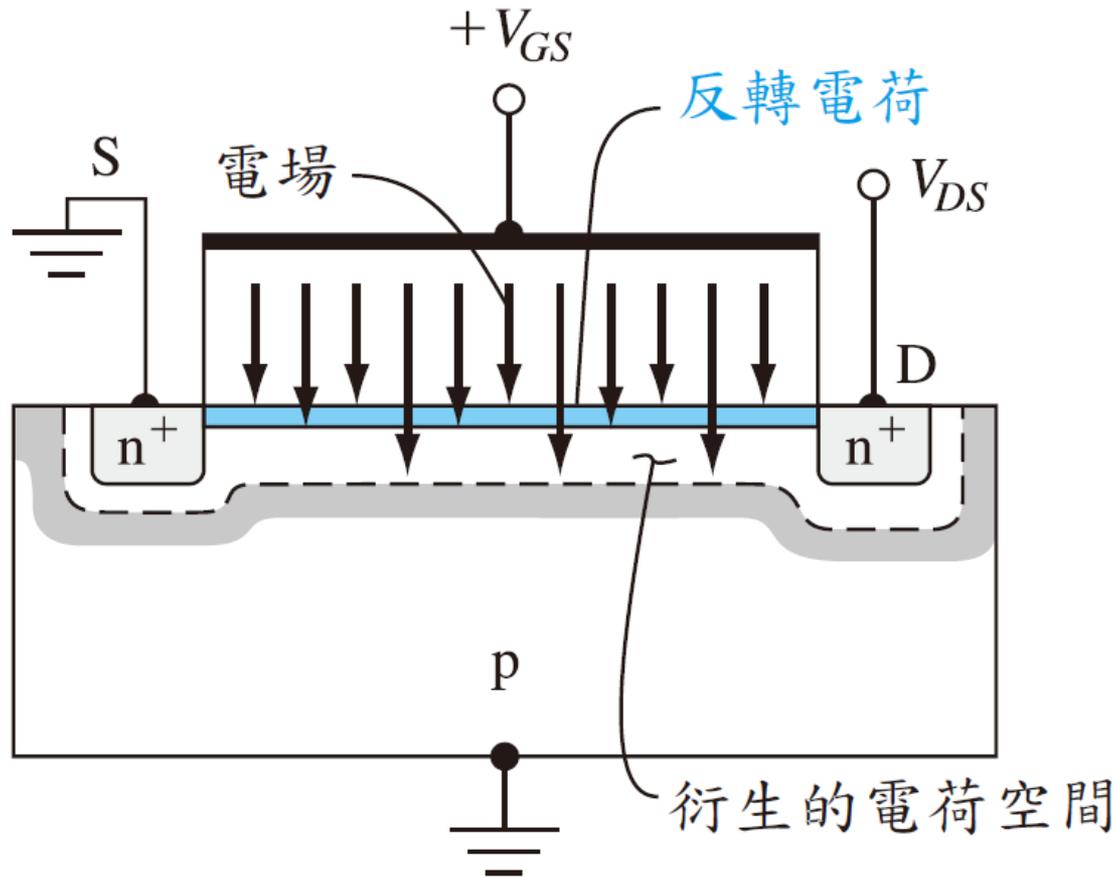
# 例題 11.1(續)

$$\begin{aligned}\Delta L &= \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{eN_a}} \left[ \sqrt{\phi_{fp} + V_{DS}(\text{sat}) + \Delta V_{DS}} - \sqrt{\phi_{fp} + V_{DS}(\text{sat})} \right] \\ &= \sqrt{\frac{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})}{(1.6 \times 10^{-19})(2 \times 10^{16})}} \left[ \sqrt{0.3653 + 0.6 + 1.9} - \sqrt{0.3653 + 0.6} \right] \\ &= 1.807 \times 10^{-5} \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\Delta L = 0.1807 \mu\text{m}$$

$$\frac{I'_D}{I_D} = \frac{L}{L - \Delta L} = \frac{1}{1 - 0.1807} = 1.22$$

# 11.1.3 遷移率變化



■ 圖 11.8 n 通道 MOSFET 中的垂直電場

# 遷移率變化(續)

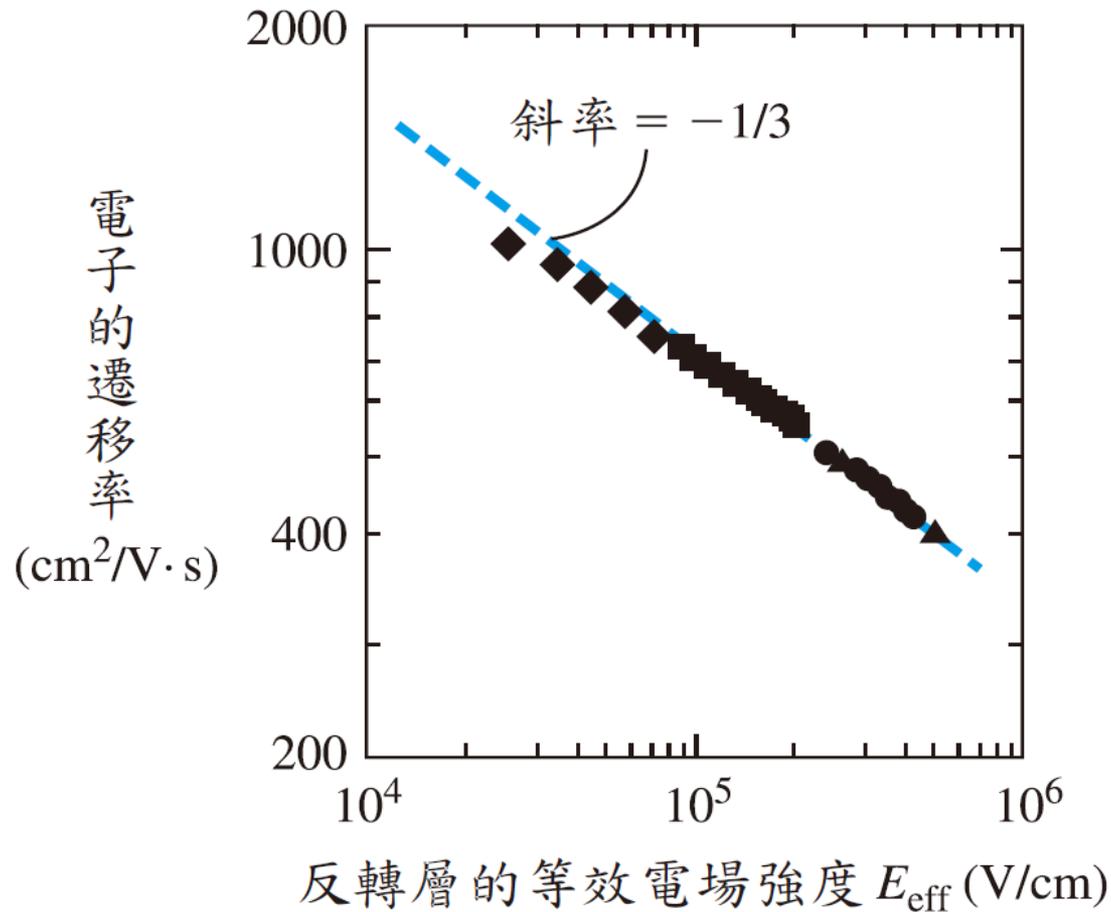


圖 11.10 量測的反轉層電子遷移率對電場的關係

# 遷移率變化(續)

- ❖ 反轉電荷的遷移率與橫向(transverse)電場的關係通常是由實驗所量測得來的。一個等效的橫向電場可以定義為

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{\epsilon_s} \left( |Q'_{SD}(\text{max})| + \frac{1}{2} Q'_n \right)$$

通道電導表示為閘極電壓的函數來決定等效的反轉電荷遷移率。

- ❖ 等效遷移率可以下列式子來表示

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_0 \left( \frac{E_{\text{eff}}}{E_0} \right)^{-1/3}$$

其中  $\mu_0$  和  $E_0$  為實驗結果所決定的常數。

# 例題 11.2

## ■ 題說

考慮一個  $T = 300 \text{ K}$  的 p 型矽基板，其摻雜濃度為  $N_a = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 。

## ■ 解答

$$\phi_{fp} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{3 \times 10^{16}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.376 \text{ V}$$

$$x_{dT} = \left\{ \frac{4\epsilon_s \phi_{fp}}{eN_a} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{4(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.376)}{(1.6 \times 10^{-19})(3 \times 10^{16})} \right\}^{1/2}$$

$$|Q'_{SD}(\text{max})| = eN_a x_{dT} = 8.64 \times 10^{-8} \text{ C/cm}^2$$

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{\epsilon_s} |Q'_{SD}(\text{max})| = \frac{8.64 \times 10^{-8}}{(11.7)(8.85 \times 10^{-14})} = 8.34 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

## 11.1.4 速度飽和

- ❖ 理想的 $I$ - $V$ 關係式中，電流飽和是當汲極端處的反轉電荷濃度為零的情形

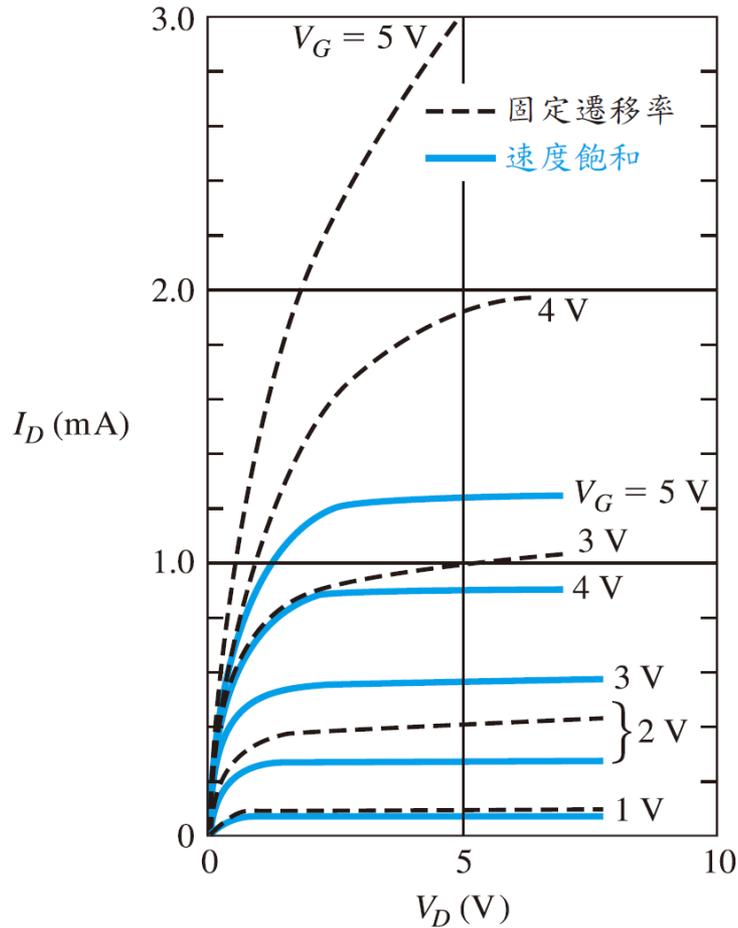
$$V_{DS} = V_{DS}(\text{sat}) = V_{GS} - V_T$$

- ❖ 修正的 $I_D(\text{sat})$ 特性可以近似地描述

$$I_D(\text{sat}) = WC_{\text{ox}}(V_{GS} - V_T)v_{\text{sat}}$$

其中  $v_{\text{sat}}$  是飽和速度(在矽塊材中的電子約為 $10^7$  cm/s)，而 $C_{\text{ox}}$ 是每平方公分的閘極氧化物電容量

# 速度飽和(續)



■ 圖 11.11 在固定遷移率 (虛線)、電場相依的遷移率及速度飽和 (實線) 效應下的  $I_D$  對  $V_D$  特性之比較圖

# 速度飽和(續)

- ❖ 有數種遷移率對電場的模型，其中一個比較常用的特別關係式為

$$\mu = \frac{\mu_{\text{eff}}}{\left[1 + \left(\frac{\mu_{\text{eff}} E}{v_{\text{sat}}}\right)^2\right]^{1/2}}$$

- ❖ 換電導可以寫為

$$g_{ms} = \frac{\partial I_D(\text{sat})}{\partial V_{GS}} = WC_{\text{ox}} v_{\text{sat}}$$

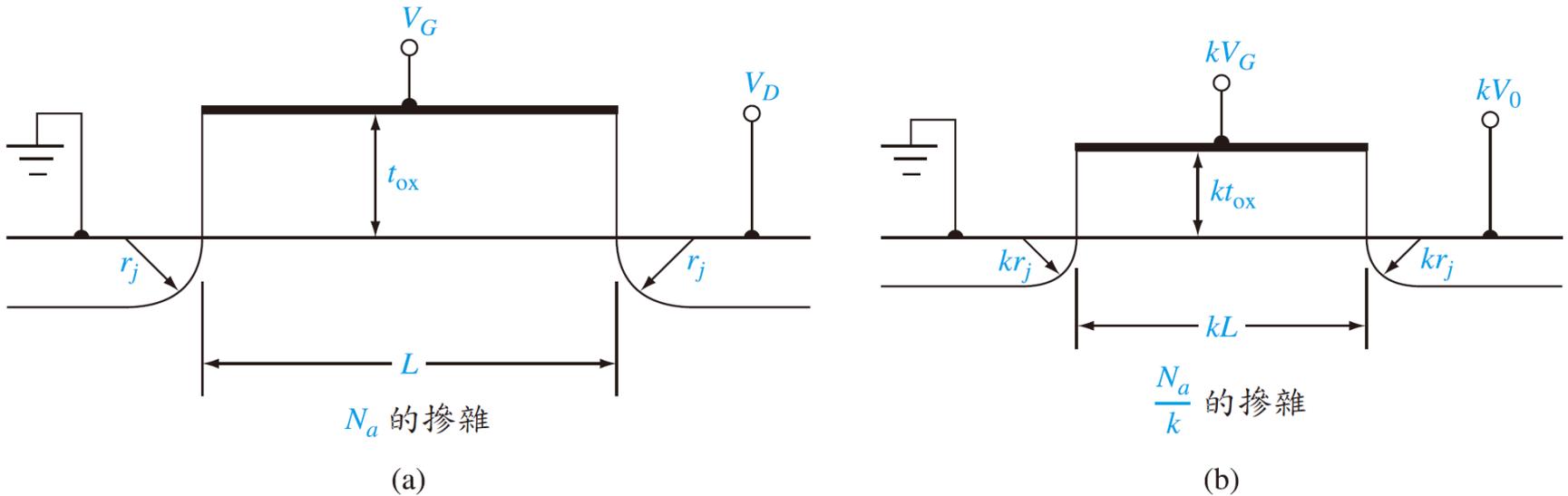
速度飽和時，轉換電導和 $V_{GS}$ 及 $V_{DS}$ 是不相關的。

- ❖ 速度飽和時，截止頻率可以寫成

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi C_G} = \frac{WC_{\text{ox}} v_{\text{sat}}}{2\pi (C_{\text{ox}} WL)} = \frac{v_{\text{sat}}}{2\pi L}$$

# 11.2 MOSFET的縮放

## ❖ 11.2.1 固定電場的縮放



■ 圖 11.12 (a) 原始的 NMOS 電晶體；及 (b) 縮放的 NMOS 電晶體之截面圖

# 固定電場的縮放(續)

■ 表 11.1 固定電場元件的縮放原則

	元件或電路的參數	縮放因數 ( $k < 1$ )
縮放的參數	元件尺寸 ( $L, t_{ox}, W, x_j$ )	$k$
	摻雜濃度 ( $N_a, N_d$ )	$1/k$
	電壓	$k$
對元件參數的影響	電場	1
	載子的速度	1
	空乏區寬度	$k$
	電容量 ( $C = \epsilon A/t$ )	$k$
	漂移電流	$k$
對電路參數的影響	元件的密度	$1/k^2$
	功率密度	1
	每個元件所消耗的功率 ( $P = IV$ )	$k^2$
	電路的延遲時間 ( $\approx CV/I$ )	$k$
	功率及延遲時間的乘積 ( $P\tau$ )	$k^3$

## 11.2.2 臨界電壓——一階近似

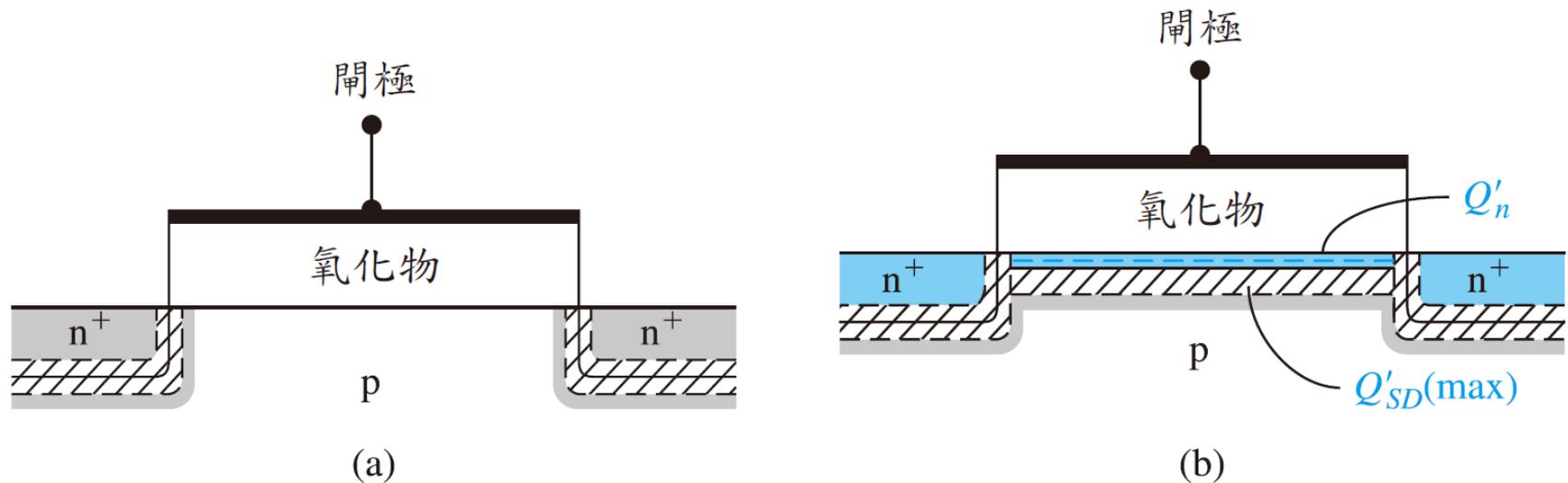
❖ 對於一個均勻摻雜的基板而言，臨界電壓可以寫成

$$V_T = V_{FB} + 2\phi_{fp} + \frac{\sqrt{2\epsilon e N_a (2\phi_{fp})}}{C_{ox}}$$

此式的前兩項是材料參數，只與摻雜濃度有輕微的函數關係而已，並無法被縮放。

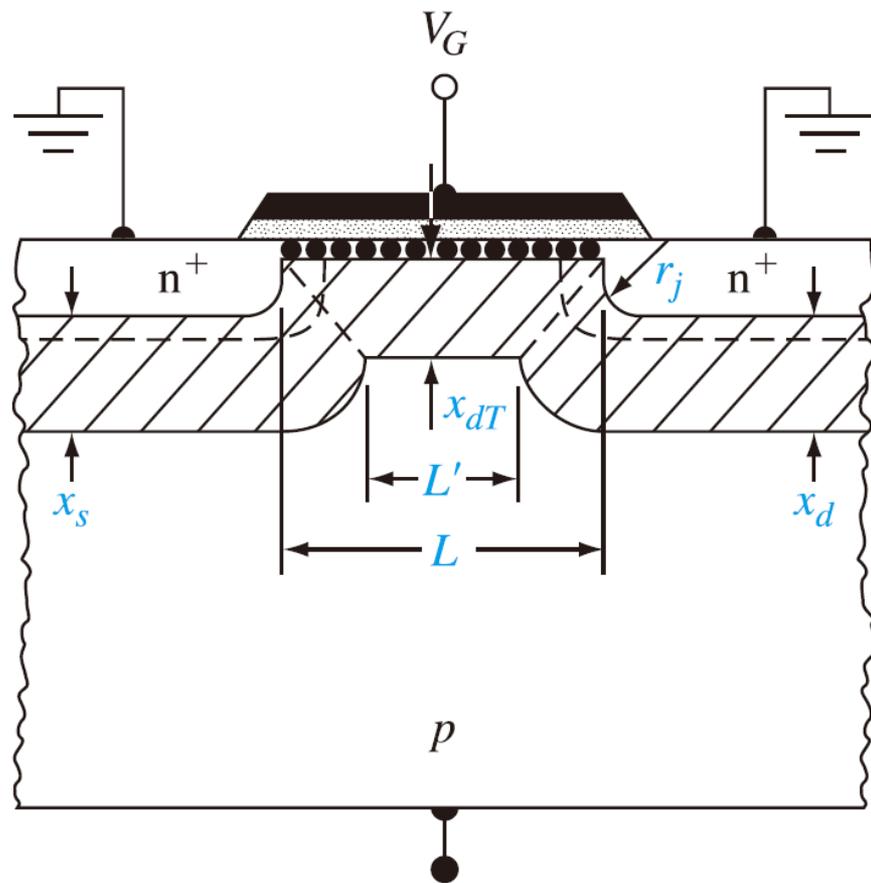
# 11.3 臨界電壓的修正

## ❖ 11.3.1 短通道效應



■ 圖 11.13 長 n 通道的 MOSFET 在：(a) 平帶情況；及 (b) 反轉情況下的截面圖

# 短通道效應(續)



■ 圖 11.15 在短通道臨限電壓模型中的電荷均分情形

# 短通道效應(續)

❖ 由幾何的近似，在梯形中的平均單位面積的本體電荷 $Q_B'$ 為

$$|Q_B'| \cdot L = eN_a x_{dT} \left( \frac{L + L'}{2} \right)$$

由幾何關係，我們可以證明

$$\frac{L + L'}{2L} = \left[ 1 - \frac{r_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2x_{dT}}{r_j}} - 1 \right) \right]$$

因此

$$|Q_B'| = eN_a x_{dT} \left[ 1 - \frac{r_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2x_{dT}}{r_j}} - 1 \right) \right]$$

# 短通道效應(續)

❖ 因為  $|Q_{SD}'(\max)| = eN_a x_{dT}$ ，我們可以得到  $\Delta V_T$  為

$$\Delta V_T = -\frac{eN_a x_{dT}}{C_{ox}} \left[ \frac{r_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2x_{dT}}{r_j}} - 1 \right) \right]$$

其中

$$\Delta V_T = V_{T(\text{短通道})} - V_{T(\text{長通道})}$$

當通道長度減少時，臨界電壓往負的方向平移，以至於n通道的MOSFET會往空乏模式移動。

# 例題 11.3

## ■ 題說

考慮一個 n 通道 MOSFET 且  $N_a = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $L = 1.0 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $r_j = 0.3 \text{ } \mu\text{m}$  和  $t_{\text{ox}} = 20 \text{ nm} = 200 \text{ } \text{\AA}$ 。

## ■ 解答

$$C_{\text{ox}} = \frac{\epsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}} = \frac{(3.9)(8.85 \times 10^{-14})}{200 \times 10^{-8}} = 1.726 \times 10^{-7} \text{ F/cm}^2$$

$$\phi_{fp} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{3 \times 10^{16}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.3758 \text{ V}$$

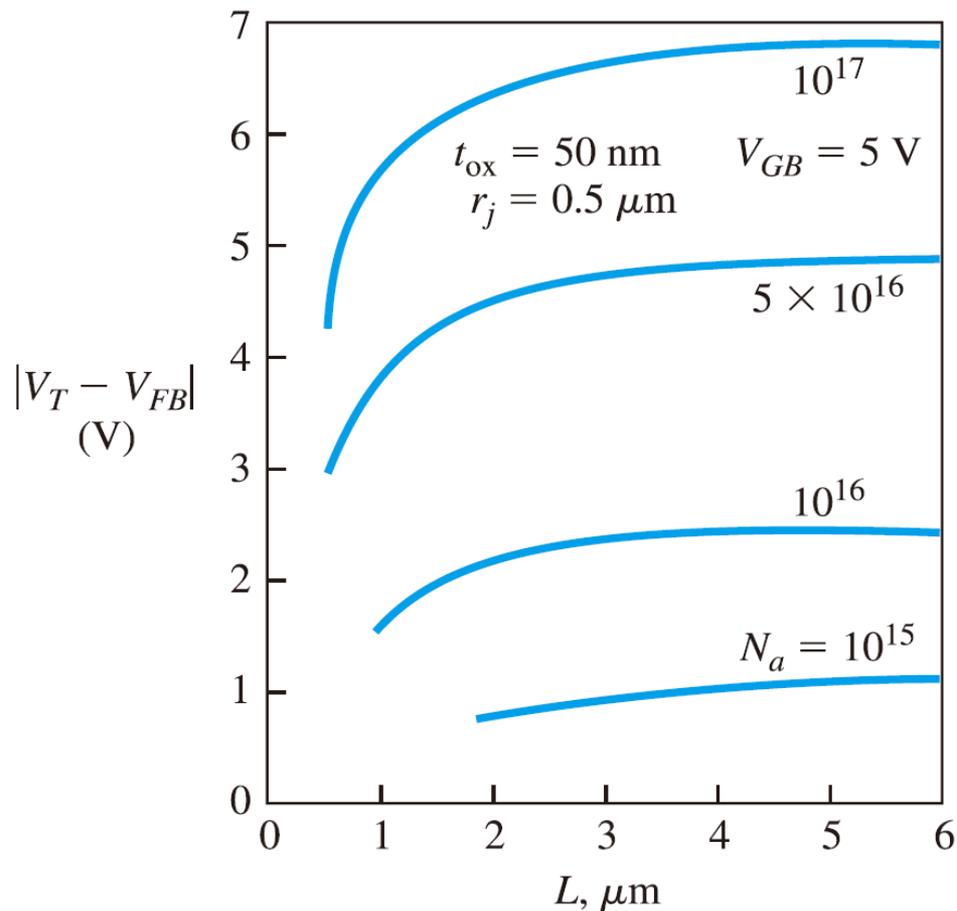
$$\begin{aligned} x_{dT} &= \left[ \frac{4\epsilon_s \phi_{fp}}{eN_a} \right]^{1/2} = \left[ \frac{4(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.3758)}{(1.6 \times 10^{-19})(3 \times 10^{16})} \right]^{1/2} \\ &= 0.18 \times 10^{-4} \text{ cm} = 0.18 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

# 例題 11.3(續)

$$\begin{aligned}\Delta V_T &= -\frac{eN_a x_{dT}}{C_{ox}} \left[ \frac{r_j}{L} \left( \sqrt{1 + \frac{2x_{dT}}{r_j}} - 1 \right) \right] \\ &= -\frac{(1.6 \times 10^{-19})(3 \times 10^{16})(0.18 \times 10^{-4})}{1.726 \times 10^{-7}} \left[ \frac{0.3}{1.0} \left( \sqrt{1 + \frac{2(0.18)}{0.3}} - 1 \right) \right]\end{aligned}$$

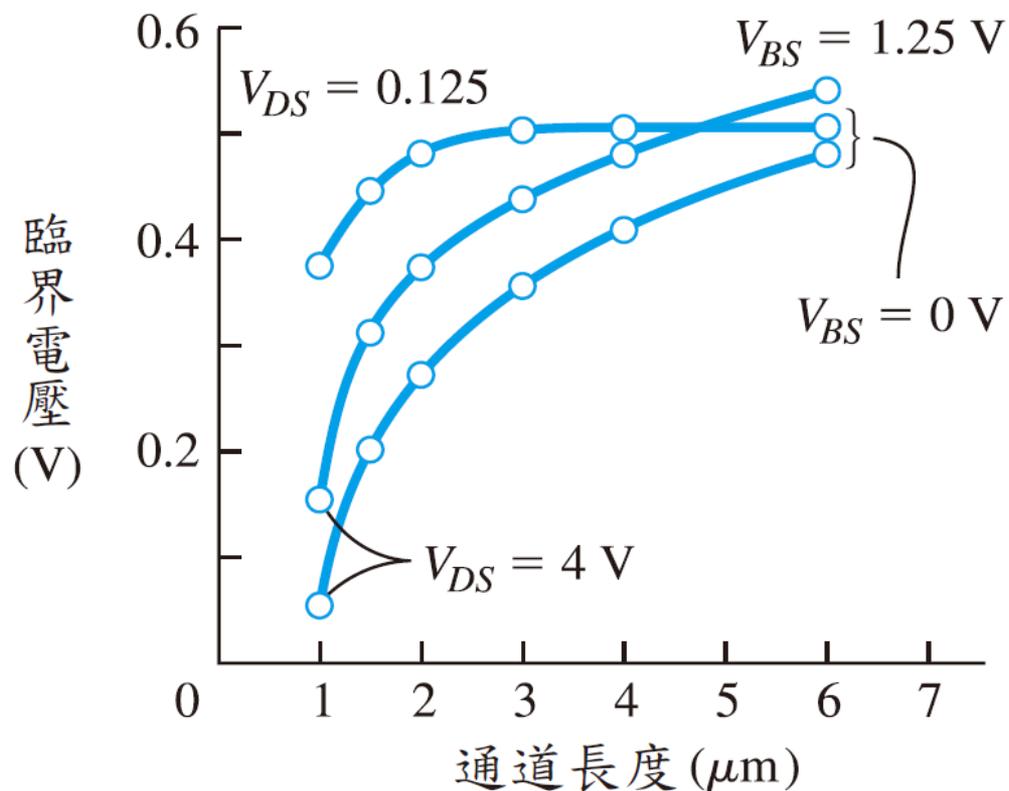
$$\Delta V_T = -0.0726 \text{ V}$$

# 短通道效應(續)



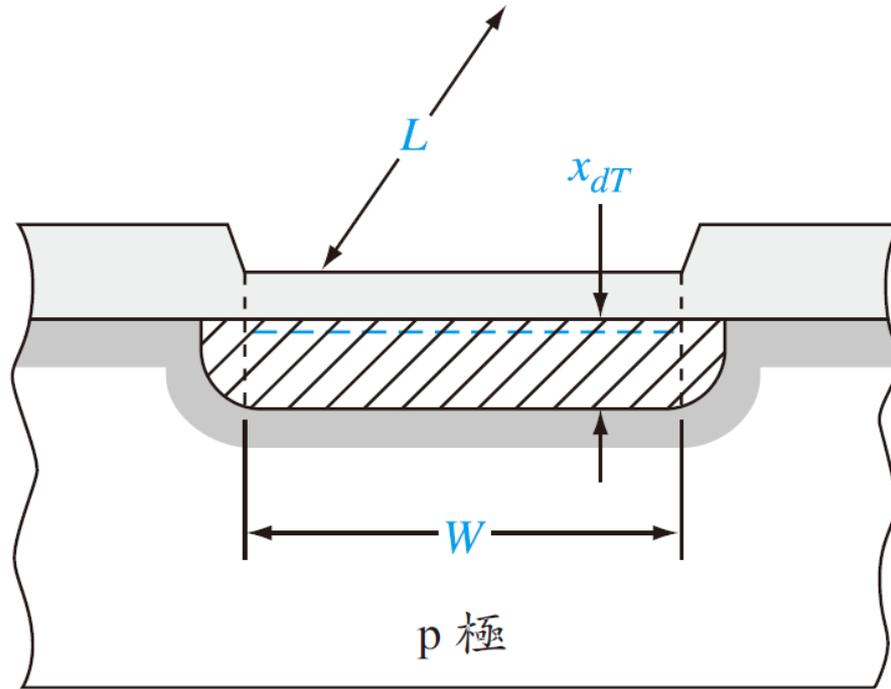
■ 圖 11.16 在不同的基板摻雜下，臨界電壓對通道長度的變化關係

# 短通道效應(續)



■ 圖 11.17 兩個汲極－源極電壓值及兩個本體－源極電壓值下，臨界電壓對通道長度的變化關係

## 11.3.2 窄通道效應



■ 圖 11.18 一個 n 通道 MOSFET 的空乏區沿著元件寬度方向之截面圖

# 窄通道效應(續)

❖ 若忽略短通道效應，則可以將閘極所控制的本體電荷寫成

$$Q_B = Q_{B0} + \Delta Q_B$$

其中， $Q_B$ 是全部的本體電荷， $Q_{B0}$ 是理想下的本體電荷，而 $\Delta Q_B$ 是在通道兩邊額外的本體電荷。對於一個偏壓至臨界反轉點的均勻摻雜p型半導體，

$$|Q_{B0}| = eN_aWLx_{dT}$$

及

$$\Delta Q_B = eN_aLx_{dT}(\xi x_{dT})$$

其中 $\xi$ 為一個擬合(fitting)參數，用以考慮橫向兩邊空間電荷正寬度。

# 窄通道效應(續)

$$\begin{aligned} |Q_B| &= |Q_{B0}| + |\Delta Q_B| = eN_a WL x_{dT} + eN_a Lx_{dT} (\xi x_{dT}) \\ &= eN_a WLx_{dT} \left( 1 + \frac{\xi x_{dT}}{W} \right) \end{aligned}$$

❖ 由於額外空間電荷所造成臨界電壓的改變為

$$\Delta V_T = \frac{eN_a x_{dT}}{C_{ox}} \left( \frac{\xi x_{dT}}{W} \right)$$

對一個n通道MOSFET而言，因窄通道所造成的臨界電壓的平移為往正的方向。寬度 $W$ 變小時，臨界電壓的平移會變大。

# 例題 11.4

## ■ 題說

考慮一個 n 通道的 MOSFET 且  $N_a = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  和  $t_{\text{ox}} = 20 \text{ nm} = 200 \text{ \AA}$ 。  
令  $\xi = \pi/2$ 。假設我們要限制臨界平移量為  $\Delta V_T = 0.2 \text{ V}$ 。

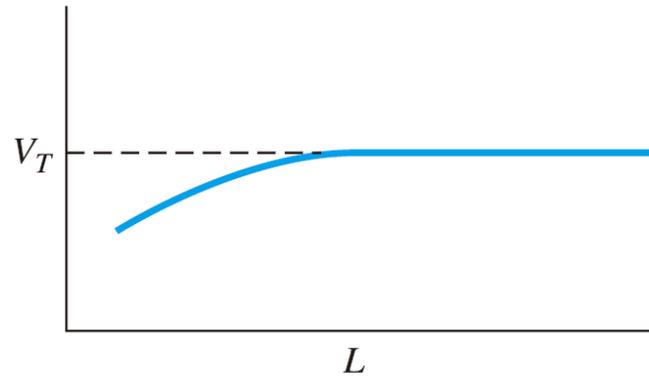
## ■ 解答

$$C_{\text{ox}} = 1.726 \times 10^{-7} \text{ F/cm}^2 \quad \text{及} \quad x_{dT} = 0.18 \text{ } \mu\text{m}$$

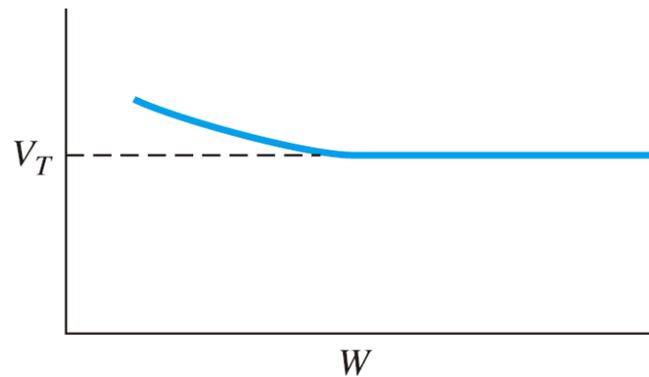
$$W = \frac{eN_a(\xi x_{dT}^2)}{C_{\text{ox}}(\Delta V_T)} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(3 \times 10^{16})\left(\frac{\pi}{2}\right)(0.18 \times 10^{-4})^2}{(1.726 \times 10^{-7})(0.2)}$$
$$= 7.08 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$W = 0.708 \text{ } \mu\text{m}$$

# 窄通道效應(續)



(a)



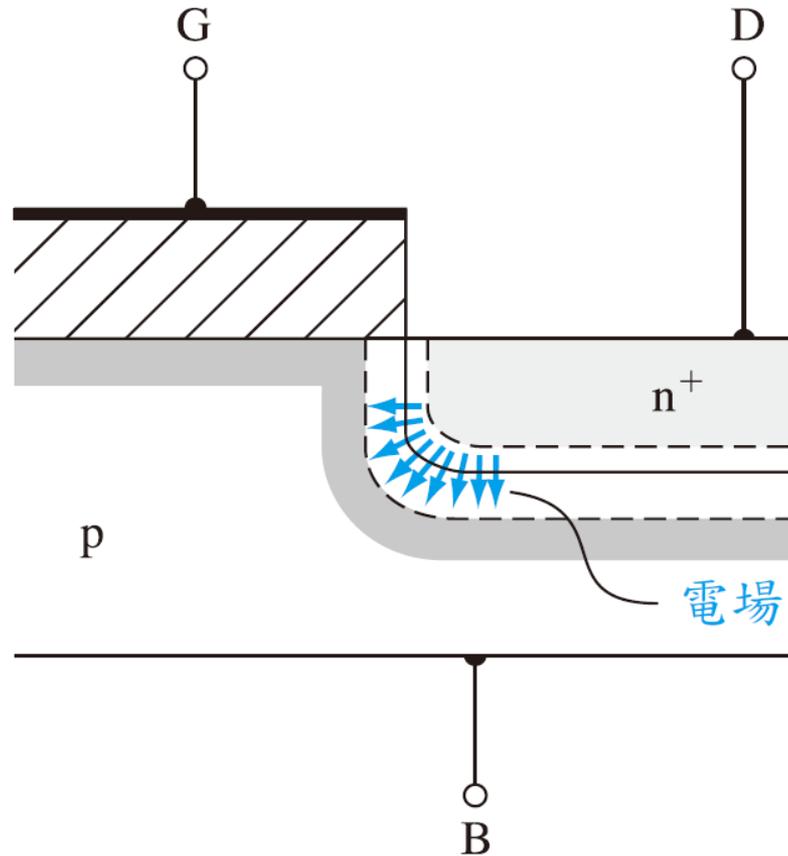
(b)

■ 圖 11.20 臨界電壓隨著：(a) 通道長度；及  
(b) 通道寬度的定性變化

# 11.4.1 崩潰電壓

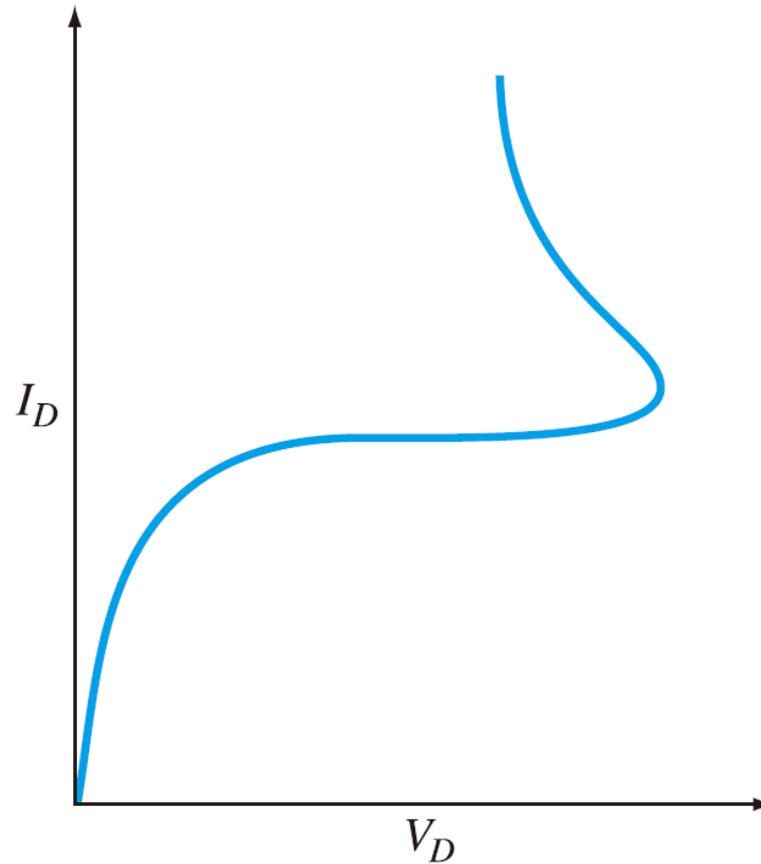
- ❖ 氧化物崩潰
- ❖ 累增崩潰
- ❖ 近乎累增及折回崩潰

# 崩潰電壓(續)



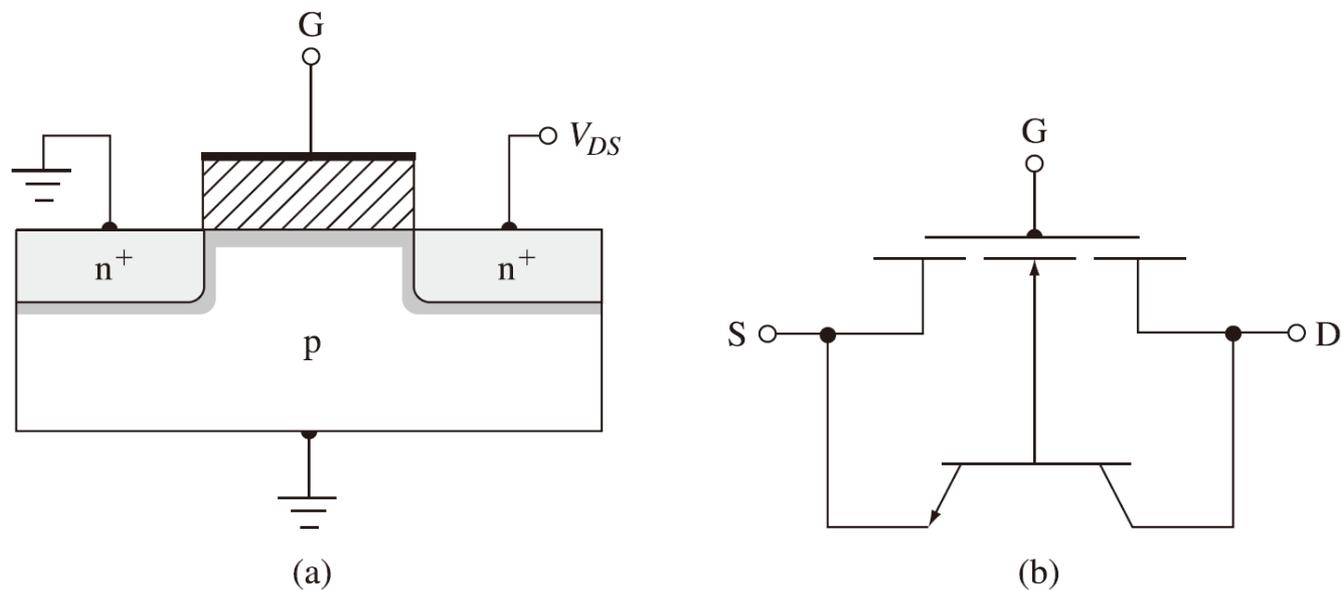
■ 圖 11.21 汲極接面的曲率效應所造成的電場

# 崩潰電壓(續)



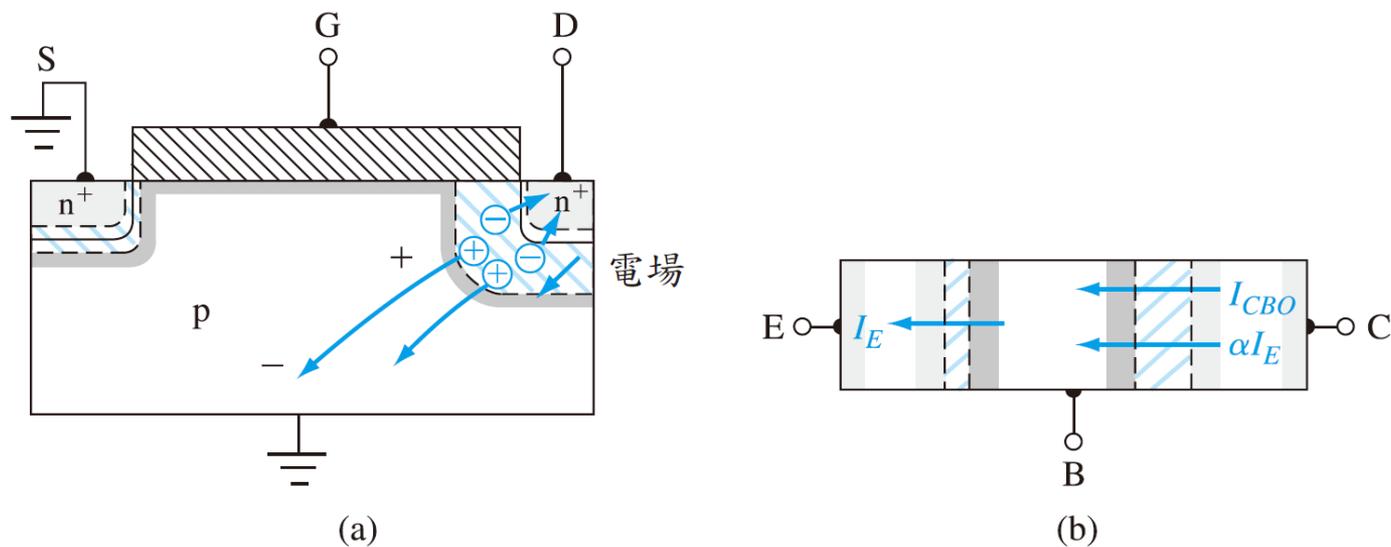
■ 圖 11.22 具折回崩潰效應的電流—電壓特性

# 崩潰電壓(續)



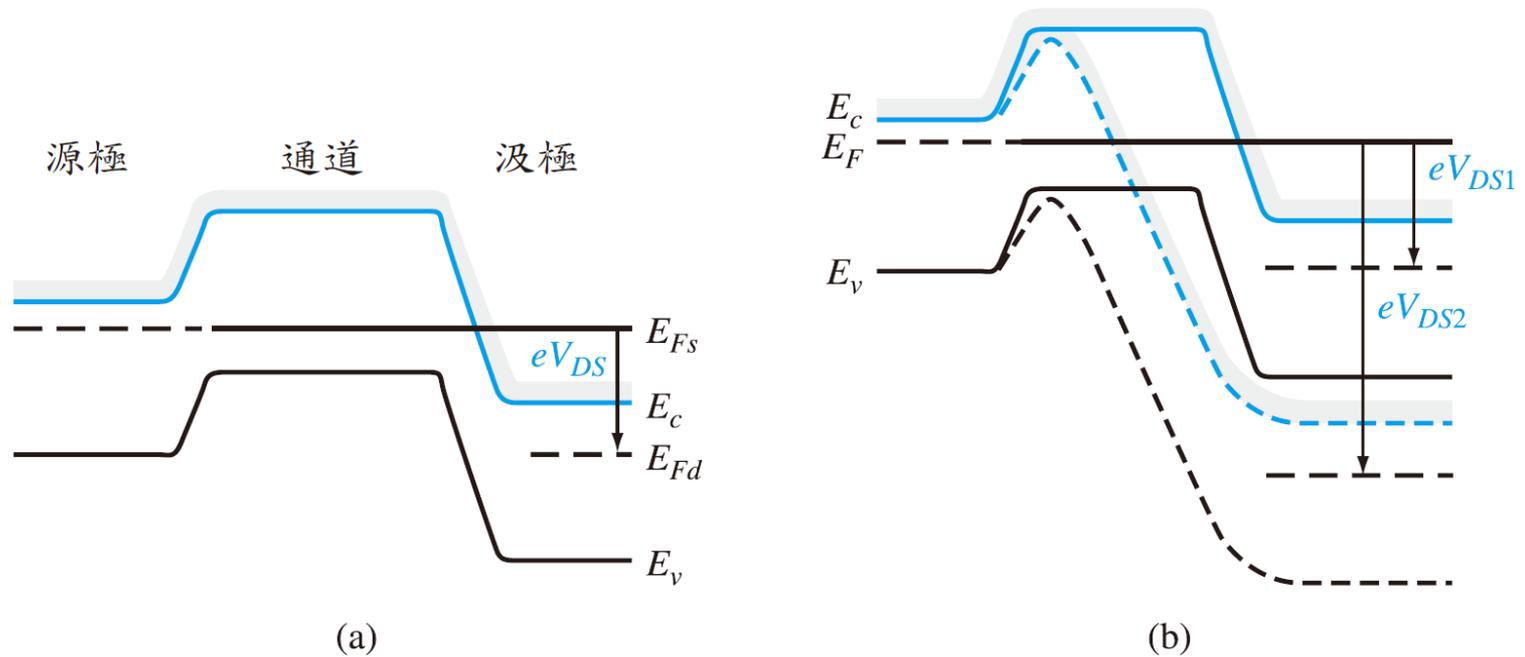
■ 圖 11.23 (a) n 通道 MOSFET 之截面圖；(b) 包含有寄生的雙極性電晶體的 MOSFET 等效電路

# 崩潰電壓(續)



■ 圖 11.24 (a) 由汲極累增倍增所造成的基板電流感應電壓降；(b) 寄生雙極性電晶體中的電流

# 崩潰電壓(續)



■ 圖 11.25 (a) 沿著長通道 MOSFET 表面的等位圖；(b) 貫穿前及貫穿後，沿著一個短通道 MOSFET 表面的等位圖

# 11.4.2 輕摻雜汲極電晶體

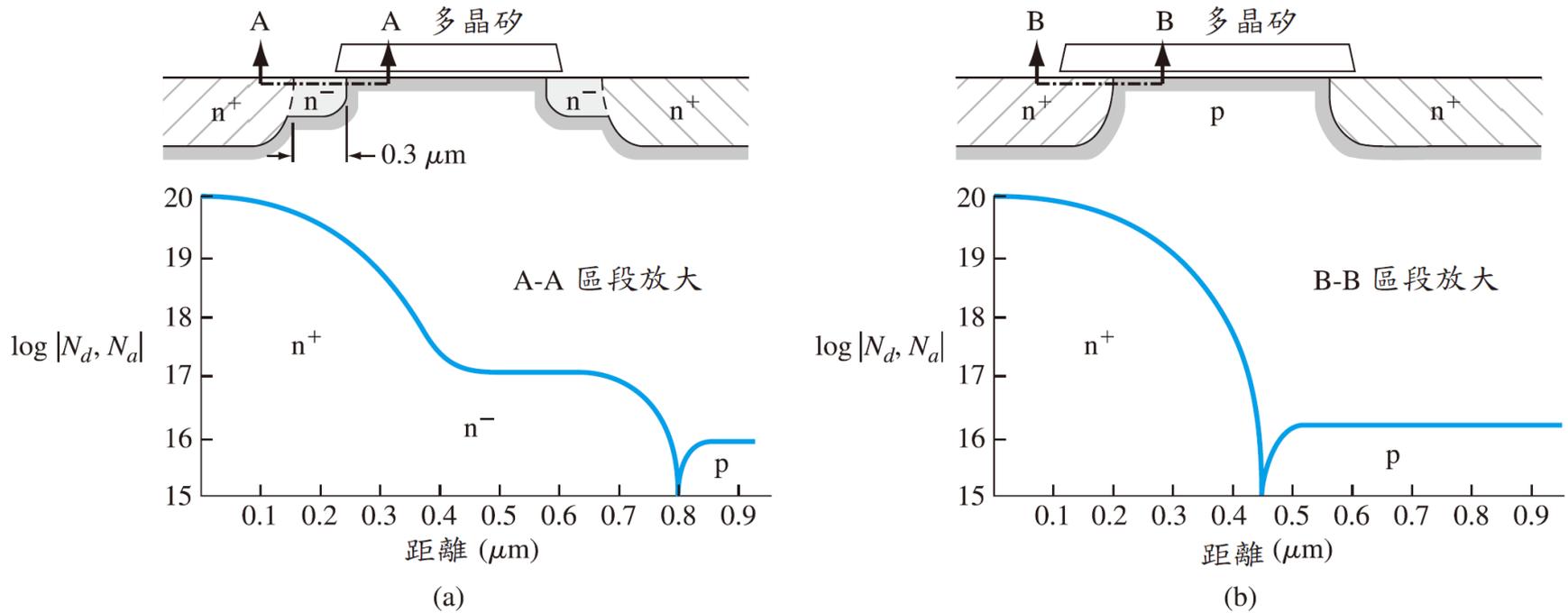
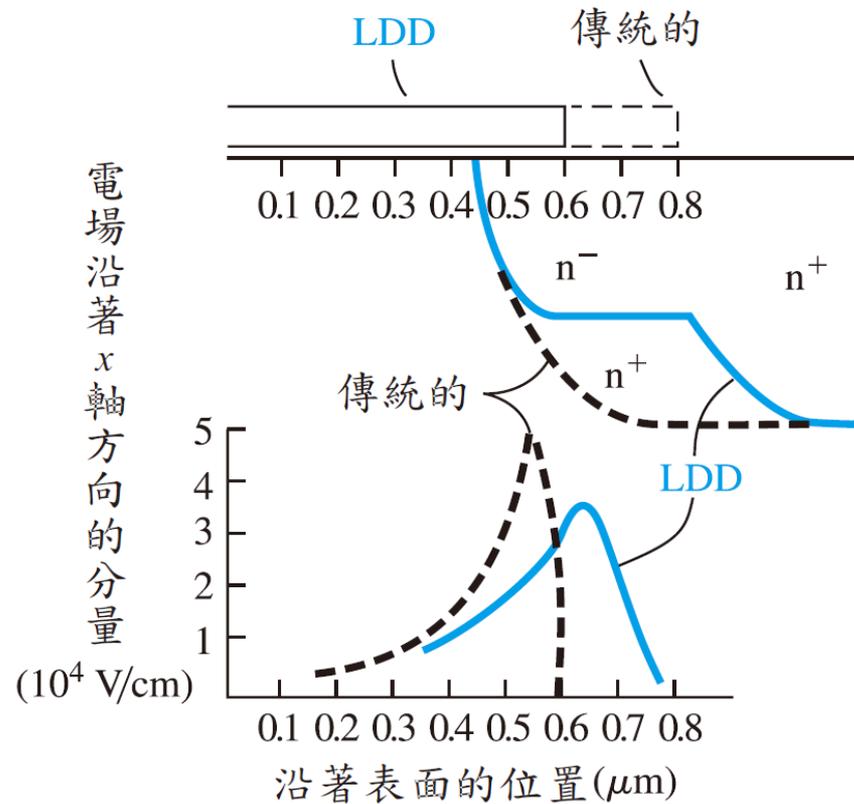


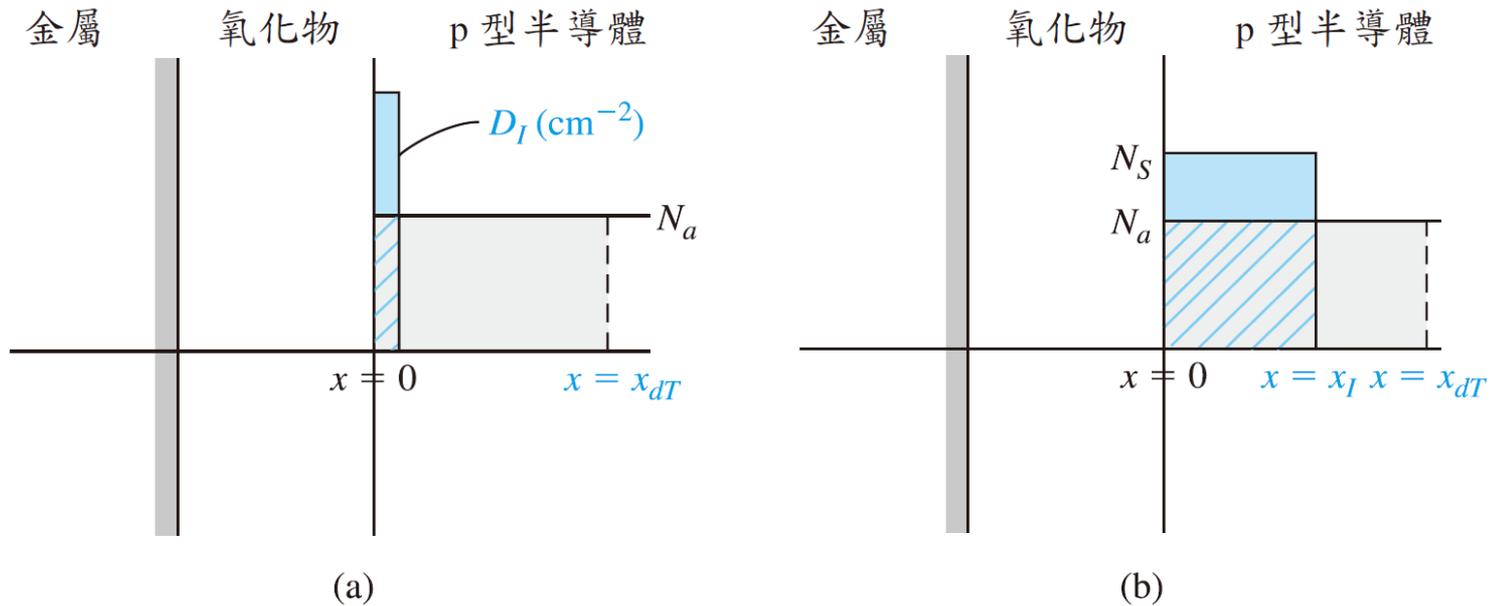
圖 11.27 (a) 輕摻雜汲極 (LDD) 結構；(b) 傳統結構的 MOSFET

# 輕摻雜汲極電晶體(續)



■ 圖 11.28 在 Si-SiO<sub>2</sub> 接面的電場大小為距離的函數； $V_{DS} = 10 \text{ V}$ ,  $V_{SB} = 2 \text{ V}$ ,  $V_{GS} = V_T$

# 11.4.3 離子佈植調整臨界的條件



■ 圖 11.29 (a) 以  $\delta$  函數近似描述離子佈植的分布；(b) 以步階函數來近似描述離子佈植的分布輪廓，此處的深度小於空間電荷寬度  $x_{dT}$

# 離子佈植調整臨界的條件(續)

❖ 以一階近似，假設用每平方公分的 $D_I$ 受體原子佈植到一個p型基板中靠近氧化物-半導體的界面，佈植所造成的臨界電壓位移為

$$\Delta V_T = + \frac{eD_I}{C_{ox}}$$

假使受體原子佈植到p型基板，空間電荷密度就會減少；因此，臨界電壓會往負電壓方向位移。

# 離子佈植調整臨界的條件(續)

- ❖ 第二種型式的佈植近似就是步階接面(step junction)
  - 利用帕松方程式，證明出在步階佈植後最大的感應空間電荷寬度為

$$x_{dT} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{eN_a}} \left[ 2\phi_{fp} - \frac{ex_I^2}{2\epsilon_s} (N_s - N_a) \right]^{1/2}$$

# 離子佈植調整臨界的條件(續)

❖ 就 $x_{dT} > x_I$ 的情形來說，步階佈值後的臨界電壓可以寫成

$$V_T = V_{T0} + \frac{eD_I}{C_{ox}}$$

其中 $V_{T0}$ 是佈值前的臨界電壓，而 $D_I$ 為

$$D_I = (N_s - N_a)x_I$$

其為每平方公分所佈植的離子數，即所謂的離子佈植劑量(dose)。而佈植前的臨界電壓為

$$V_{T0} = V_{FB0} + 2\phi_{fp0} + \frac{eN_a x_{dT0}}{C_{ox}}$$

這裡的下標0反映佈植前的值。

# 例題 11.6

## ■ 題說

考慮一個 n 通道矽的 MOSFET，其摻雜濃度  $N_a = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，氧化物的厚度為  $t_{\text{ox}} = 18 \text{ nm} = 180 \text{ \AA}$ ，而原始的平帶電壓為  $V_{FBO} = -1.25 \text{ V}$ 。決定出要得到臨界電壓為  $V_T = +0.40 \text{ V}$  所需的離子佈植劑量。

## ■ 解答

$$\phi_{fp0} = V_t \ln \left( \frac{N_a}{n_i} \right) = (0.0259) \ln \left( \frac{5 \times 10^{15}}{1.5 \times 10^{10}} \right) = 0.3294 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} x_{dTO} &= \left[ \frac{4\epsilon_s \phi_{fp0}}{eN_a} \right]^{1/2} = \left[ \frac{4(11.7)(8.85 \times 10^{-14})(0.3294)}{(1.6 \times 10^{-19})(5 \times 10^{15})} \right]^{1/2} \\ &= 0.4130 \times 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$C_{\text{ox}} = \frac{\epsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}} = \frac{(3.9)(8.85 \times 10^{-14})}{180 \times 10^{-8}} = 1.9175 \times 10^{-7} \text{ F/cm}^2$$

# 例題 11.6(續)

$$\begin{aligned}V_{TO} &= V_{FBO} + 2\phi_{fp0} + \frac{eN_a x_{dTO}}{C_{ox}} \\&= -1.25 + 2(0.3294) + \frac{(1.6 \times 10^{-19})(5 \times 10^{15})(0.4130 \times 10^{-4})}{1.9175 \times 10^{-7}} \\&= -0.419 \text{ V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_T &= V_{TO} + \frac{eD_I}{C_{ox}} \\+0.40 &= -0.419 + \frac{(1.6 \times 10^{-19})D_I}{1.9175 \times 10^{-7}}\end{aligned}$$

$$D_I = 9.815 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$$

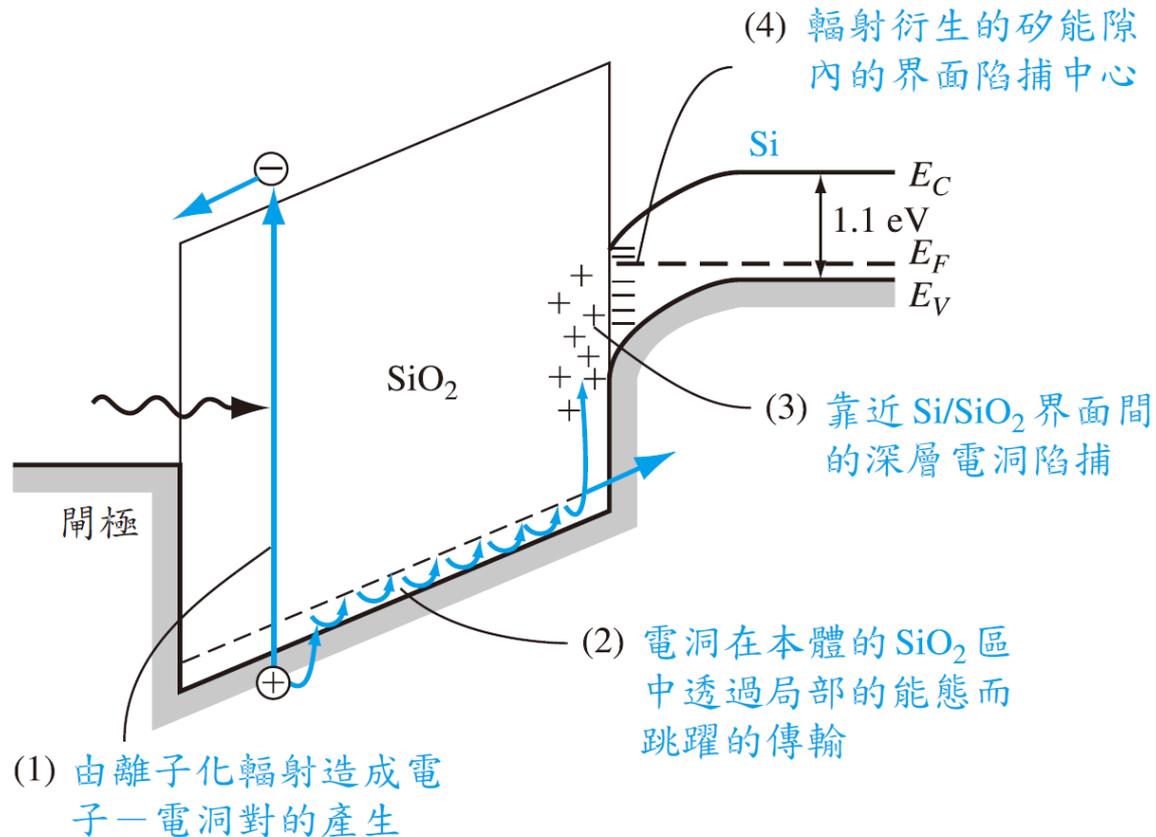
$$N_s - N_a = \frac{D_I}{x_I}$$

$$N_s - 5 \times 10^{15} = \frac{9.815 \times 10^{11}}{0.15 \times 10^{-4}}$$

$$N_s = 7.04 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

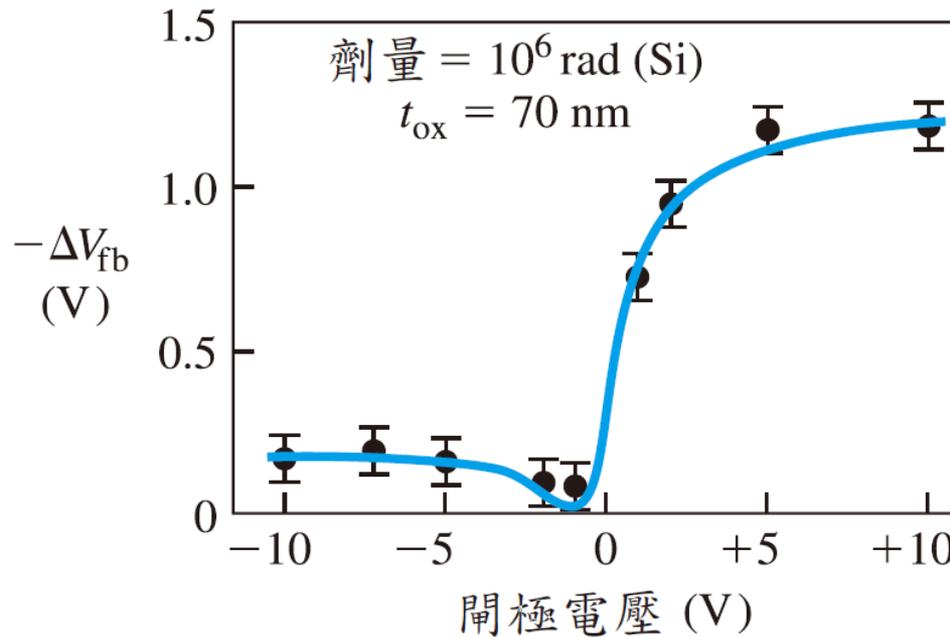
# 11.5 輻射和熱電子效應

## ❖ 11.5.1 輻射衍生氧化物電荷



■ 圖 11.30 一個 MOS 電容器在正向偏壓下，游離化輻射衍生過程的示意圖

# 輻射衍生氧化物電荷(續)



■ 圖 11.31 MOS 電容器的輻射衍生之平帶電壓平移量與閘極電壓的關係

# 例題 11.7

## ■ 題說

考慮一個氧化層厚度為  $t_{\text{ox}} = 25 \text{ nm} = 250 \text{ \AA}$  的 MOS 元件。假設一個脈衝的游離化輻射造成氧化物中產生了每立方公分  $10^{18}$  的電子-電洞對。同時也假設電子可不復合的完全自閘極端掃出，而產生的電洞有 20% 被陷阱在氧化物一半導體界面。

## ■ 解答

$$N_h = (10^{18})(250 \times 10^{-8}) = 2.5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$$

$$Q'_{ss} = (2.5 \times 10^{12})(0.2)(1.6 \times 10^{-19}) = 8 \times 10^{-8} \text{ C/cm}^2$$

$$C_{\text{ox}} = \frac{\epsilon_{\text{ox}}}{t_{\text{ox}}} = \frac{(3.9)(8.85 \times 10^{-14})}{250 \times 10^{-8}} = 1.381 \times 10^{-7} \text{ F/cm}^2$$

$$\Delta V_T = -\frac{Q'_{ss}}{C_{\text{ox}}} = -\frac{8 \times 10^{-8}}{1.381 \times 10^{-7}} = -0.579 \text{ V}$$

# 11.5.2 輻射衍生的界面能態

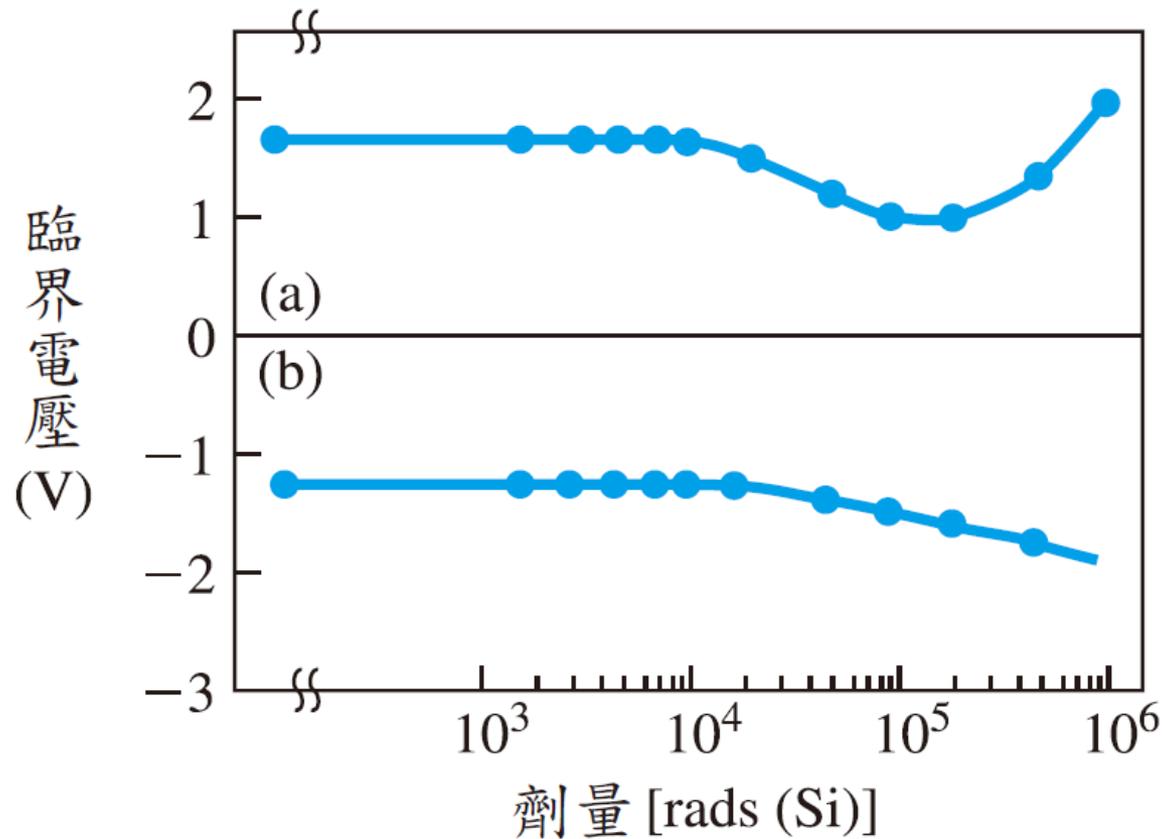
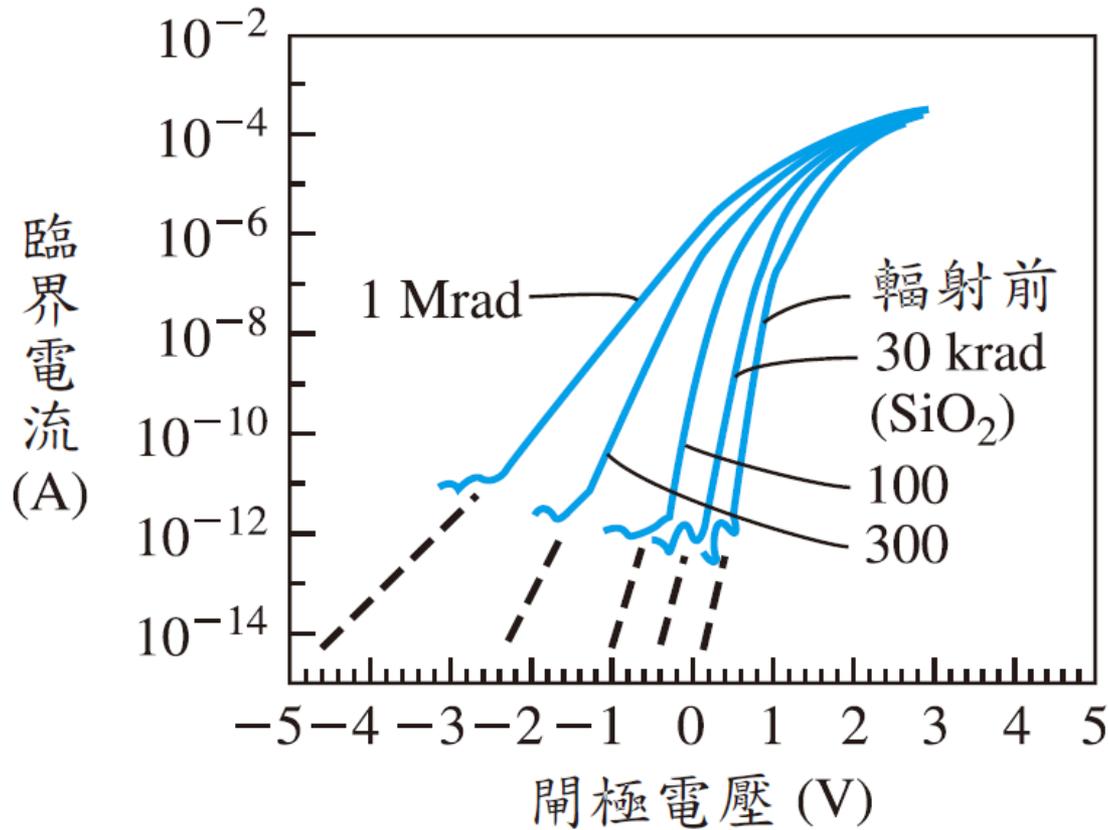


圖 11.32 (a) n 通道 MOSFET；及 (b) p 通道 MOSFET 之臨界電壓與游離輻射劑量的關係

# 輻射衍生的界面態(續)



**圖 11.33** 輻射前及四個輻射總劑量下的次臨界電流對閘極電壓關係

# 輻射衍生的界面態(續)

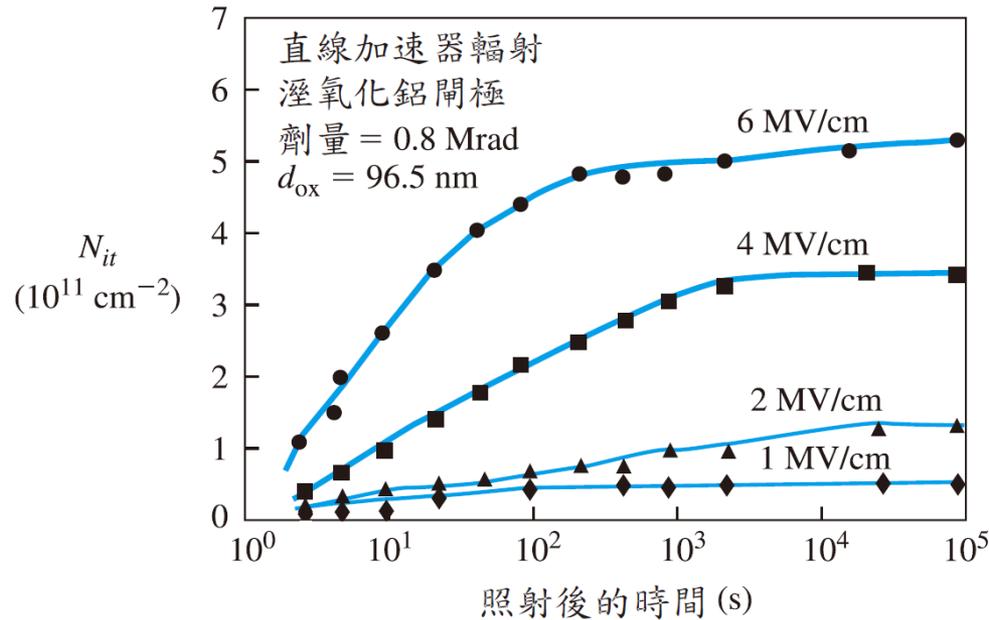
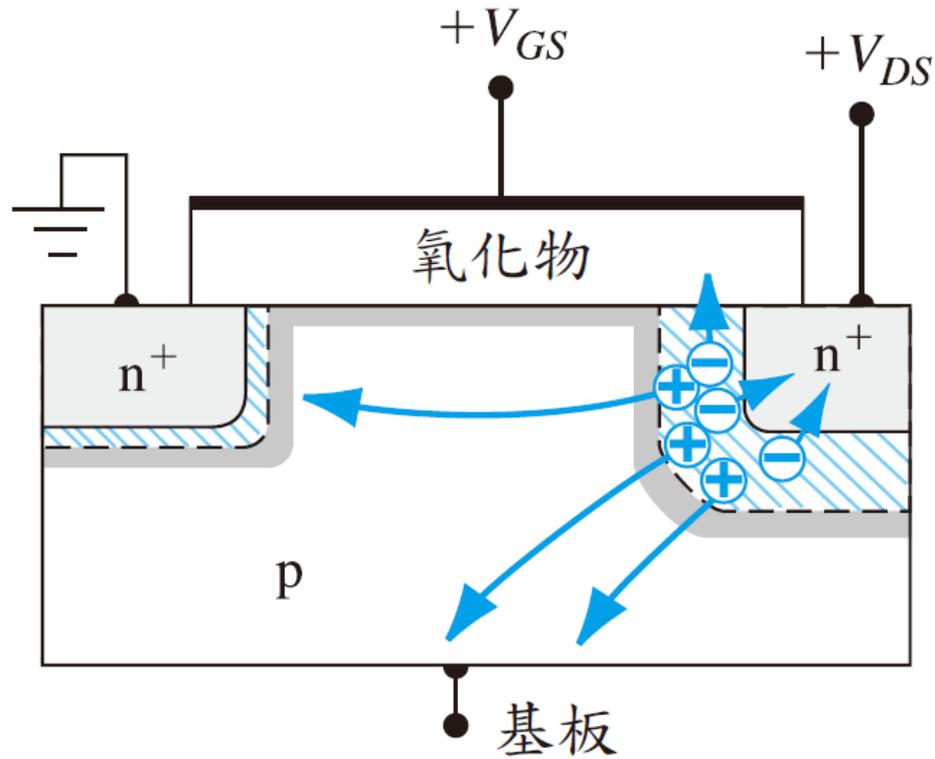


圖 11.34 游離化輻射脈衝之後及於數個氧化物的電場下，輻射衍生界面態密度對時間的變化關係

# 11.5.3 熱電子充放電的效應



■ 圖 11.35 熱載子的產生、電流分量及注入氧化物中的電子

# 11.6 本章總結

- ❖ 本章中，我們討論了一些MOSFET較進階的概念。
- ❖ 臨界傳導是指當閘極－源極電壓小於臨界電壓時，MOSFET有非為零的汲極電流。在這種情形下，電晶體被偏壓至弱反轉模式，汲極電流主要是由擴散而非漂移的機制產生。
- ❖ 當MOSFET被偏壓至飽和區時，等效的通道長度會隨著汲極電壓的增大而減小，此乃由於汲極端的空乏區會擴張到通道而造成的結果。而與通道長度成反比關係的汲極電流因此為一個隨汲極－源極電壓而變的函數。此效應稱為通道長度調變。

# 本章總結(續)

- ❖ 反轉層中的載子的遷移率並不是常數。當閘極電壓增大時，在氧化物-半導體界面處的橫向電場會增大，造成額外的表面散射，而增加了載子的散射機率，因而導致遷移率的降低，而偏離了理想的電流-電壓關係。
- ❖ 一般而言，通道長度減小時，側向的電場會增大，可能使得通道中流動的載子達到飽和速度；此條件下，汲極電流會與閘極-源極電壓呈一個線性變化的關係。

# 本章總結(續)

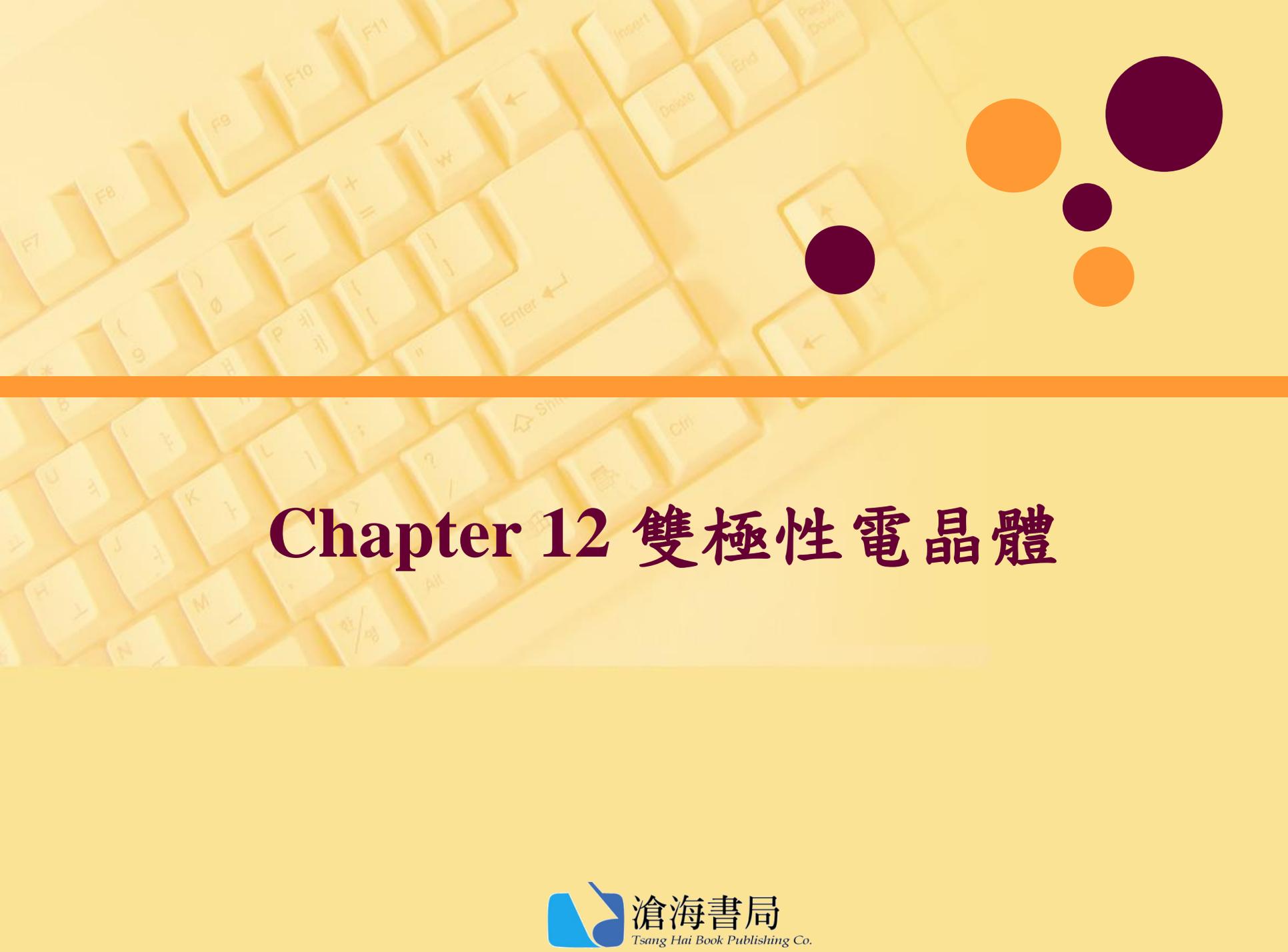
- ❖ MOSFET設計的趨勢是持續的使元件縮小化。我們討論了固定電場縮放的原則。
- ❖ 我們討論了元件縮小時造成臨界電壓改變的原理。因為於基板分享電荷的因素，臨界電壓會隨通道長度的縮小而降低，但會隨通道寬度的縮小而增加。
- ❖ 我們考慮了幾種電壓崩潰的機制。這些電壓崩潰的機制包括了氧化物的崩潰、累增崩潰、近乎累增或折回崩潰以及近乎貫穿的效應。當元件的尺寸縮小後，這些機制效應都會被增強。輕摻雜汲極電晶體具有使汲極崩潰效應極小化的效益。

# 本章總結(續)

- ❖ 離子佈植可以做為製程中最後一道來改變或調整通道區的基板摻雜的步驟，以獲得所需的臨界電壓。這樣的製程技術稱為離子佈植調整臨界電壓，並且已廣泛的使用於元件的製造上。
- ❖ 我們簡單地探討了游離化輻射效應，以及熱電子對於MOSFET表現的效應。







# Chapter 12 雙極性電晶體

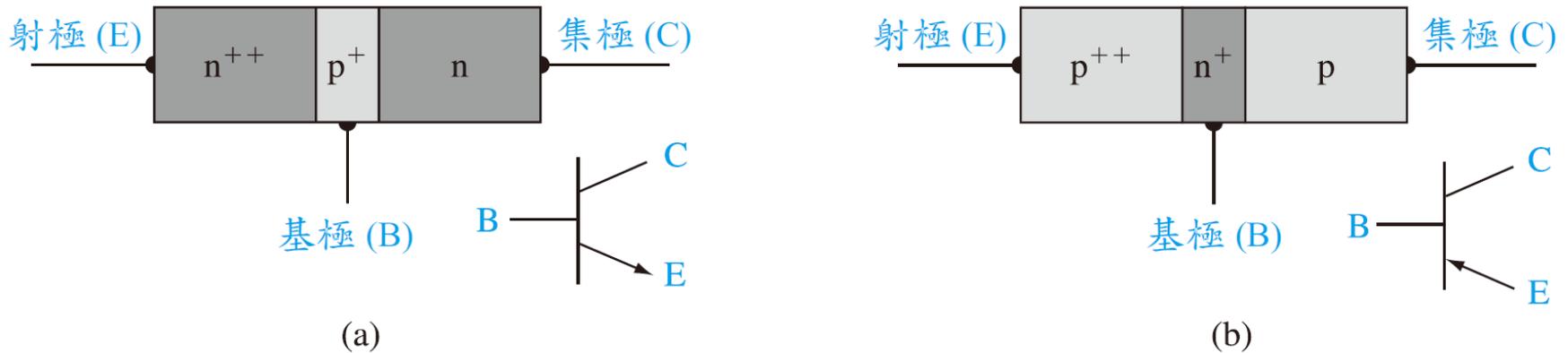
# 本章預定討論內容

- ❖ 討論雙極性電晶體的物理結構。
- ❖ 討論雙極性電晶體的基本操作原理。
- ❖ 推導各種操作模式下，過量少數載子的濃度在整個元件中的分布情形。
- ❖ 推導雙極性電晶體中各種電流分量的表示式。
- ❖ 定義共基極和共射極的電流增益。

# 本章預定討論內容(續)

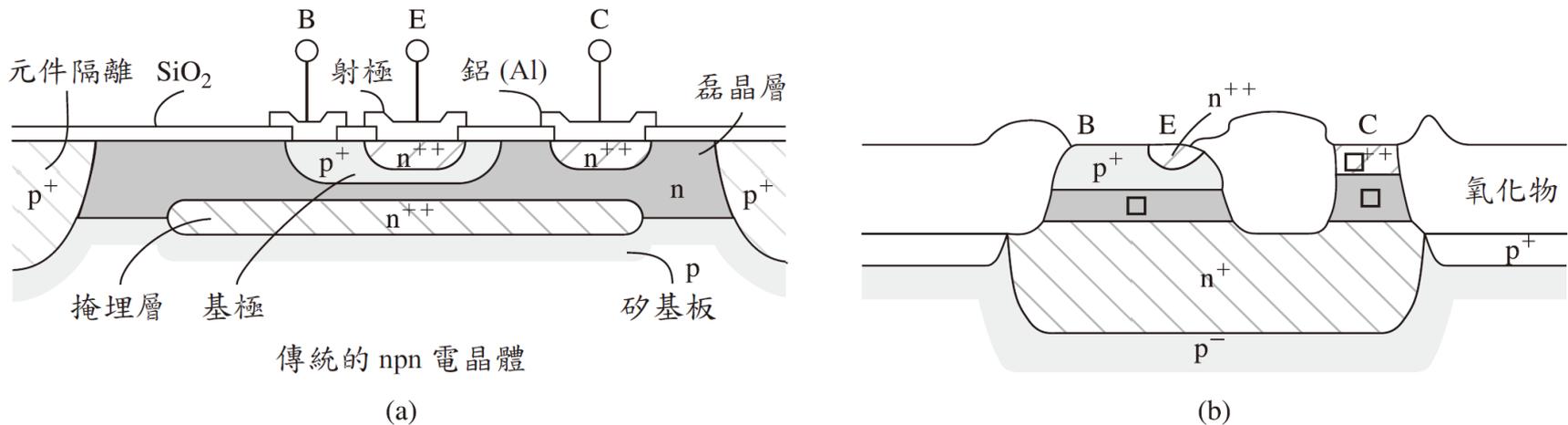
- ❖ 定義出限制因數，並推導出電流增益的表示式。
- ❖ 討論雙極性電晶體非理想的效應。
- ❖ 發展雙極性電晶體的小信號等效電路。
- ❖ 定義並推導出限制頻率因數的表示式。
- ❖ 討論一些特別的雙極性電晶體之幾何結構及特性。

# 12.1 雙極性電晶體的作用



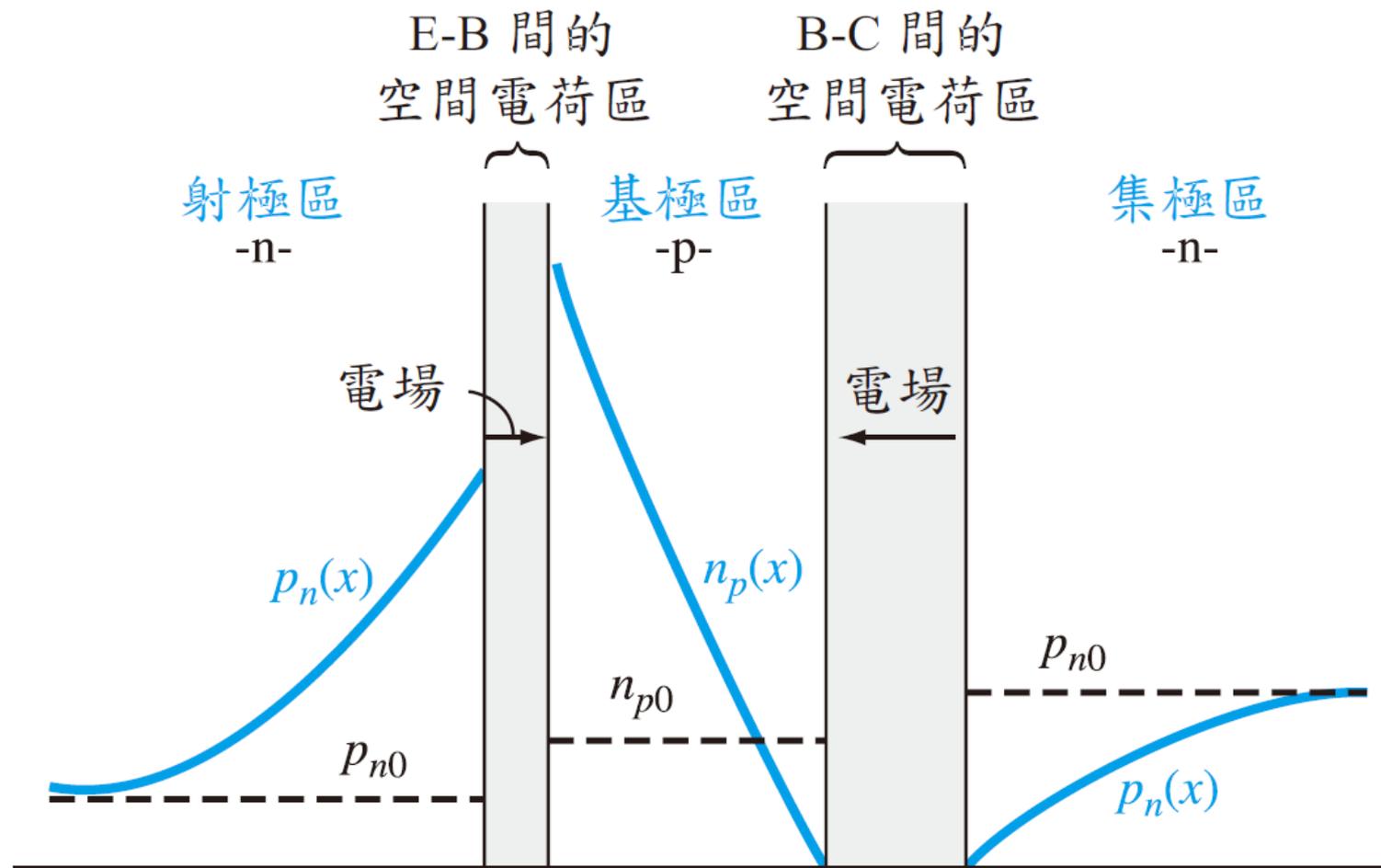
■ 圖 12.1 (a) npn ; 及 (b) pnp 雙極性電晶體的簡化區塊圖及其電路符號

# 雙極性電晶體的作用(續)



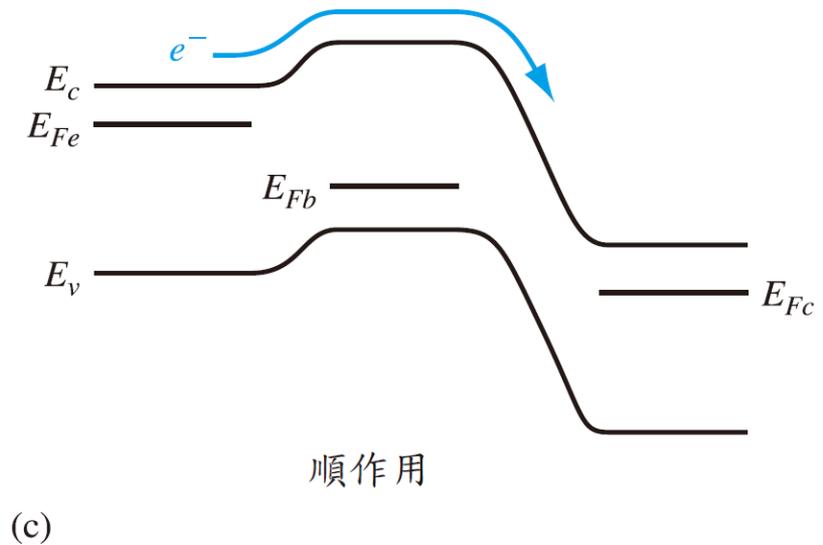
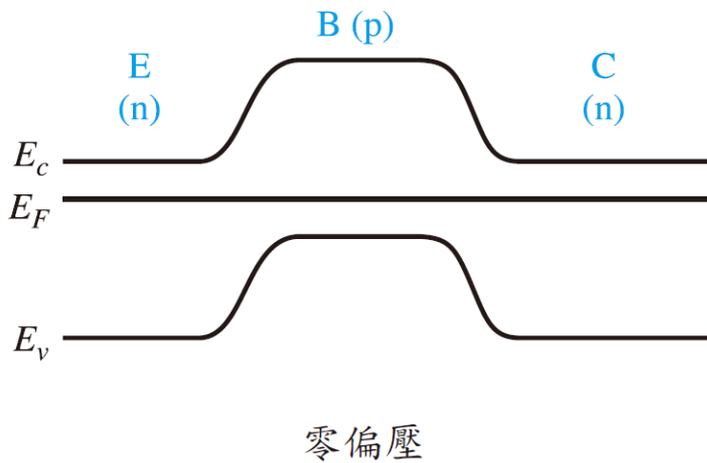
■ 圖 12.2 (a) 傳統積體電路的 npn 雙極性電晶體；及 (b) 以氧化物隔離的 npn 雙極性電晶體的截面圖

# 順作用模式的npn雙極性電晶體的少數載子分布

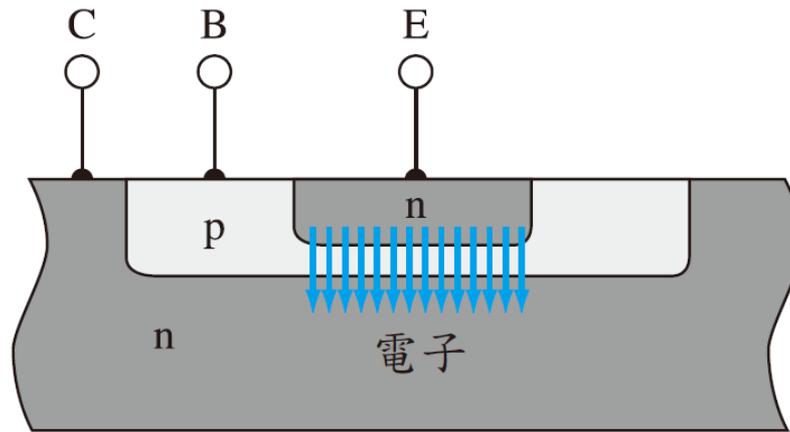


(b)

# 零偏壓及順作用模式偏壓下，npn雙極性電晶體的能帶圖



# 基本操作原理(續)



■ 圖 12.5 npn 雙極性電晶體的截面圖顯示了在順作用區時，電子的注入和收集

# 12.1.2 簡化的電晶體電流關係—定性的討論

## ❖ 集極電流

❖ 假設電子在基極區中呈線性分布，集極電流可以寫成如下的擴散電流：

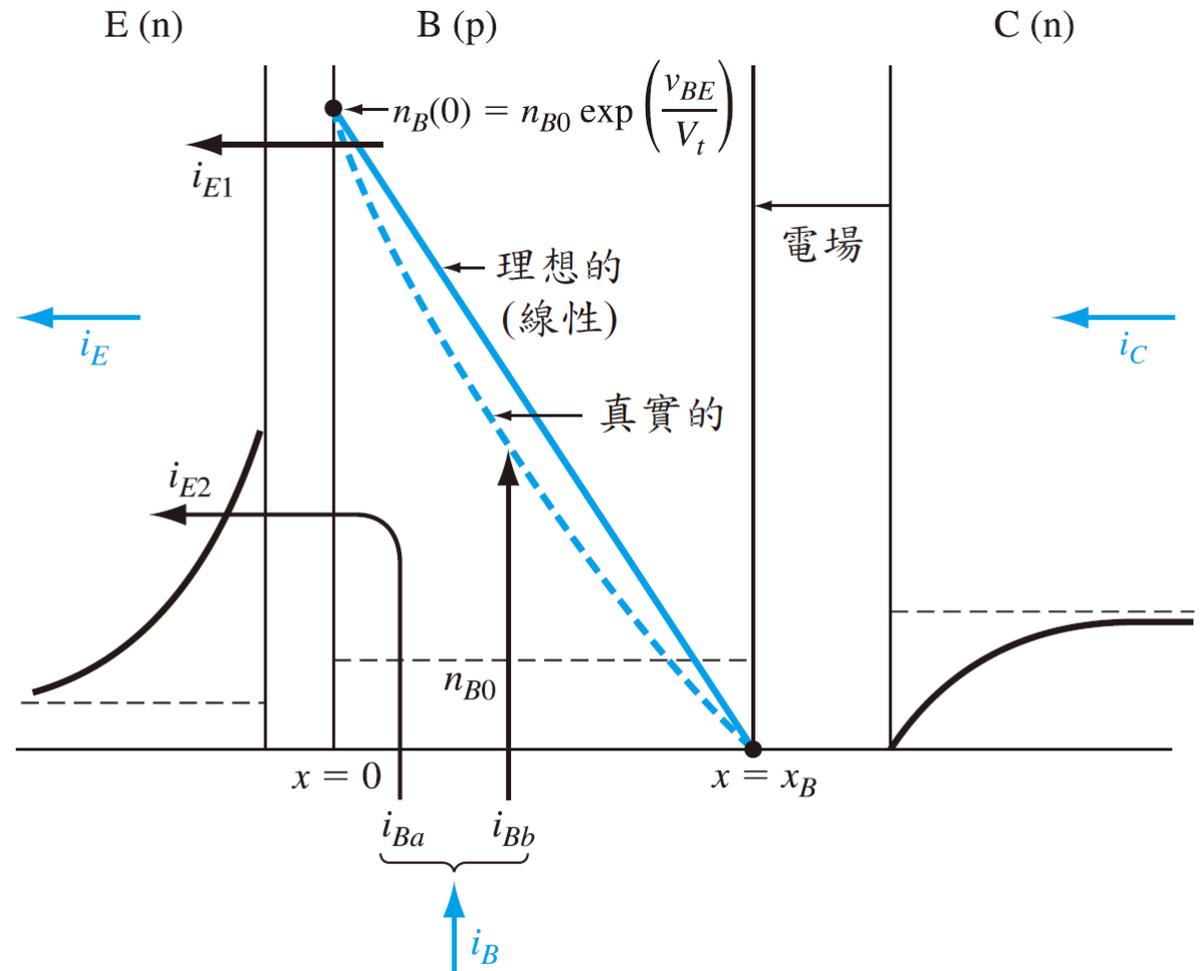
$$i_C = eD_n A_{BE} \frac{dn(x)}{dx} = eD_n A_{BE} \left[ \frac{n_B(0) - 0}{0 - x_B} \right] = \frac{-eD_n A_{BE}}{x_B} \cdot n_{B0} \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right)$$

❖ 若僅考慮量值大小

$$i_C = I_S \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right)$$

# 簡化的電晶體電流關係—一定性的討論(續)

## ❖ 射極電流



■ 圖 12.6 順向偏壓下，npn 雙極性電晶體的少數載子分布和基極電流

# 簡化的電晶體電流關係—一定性的討論(續)

❖ 由於 $i_{E2}$ 是順向偏壓的pn接面電流，故可寫出

$$i_{E2} = I_{S2} \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right)$$

❖ 射極的總電流為

$$i_E = i_{E1} + i_{E2} = i_C + i_{E2} = I_{SE} \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right)$$

由於所有電流分量都具有  $\exp(v_{BE}/V_t)$  函數的關係，因此集極電流對射極電流的比值是一個常數。

$$\frac{i_C}{i_E} \equiv \alpha$$

❖ 其中  $\alpha$  稱為**共基極電流增益**(common-base current gain)。

# 簡化的電晶體電流關係—一定性的討論(續)

❖ 基極電流

❖ 集極與基極電流都是正比於  $\exp(v_{BE}/V_t)$ ，因此集極電流對基極電流的比值是個常數

$$\frac{i_C}{i_B} \equiv \beta$$

其中， $\beta$  稱為**共射極電流增益**(common-emitter current gain)。

# 12.1.3 操作模式

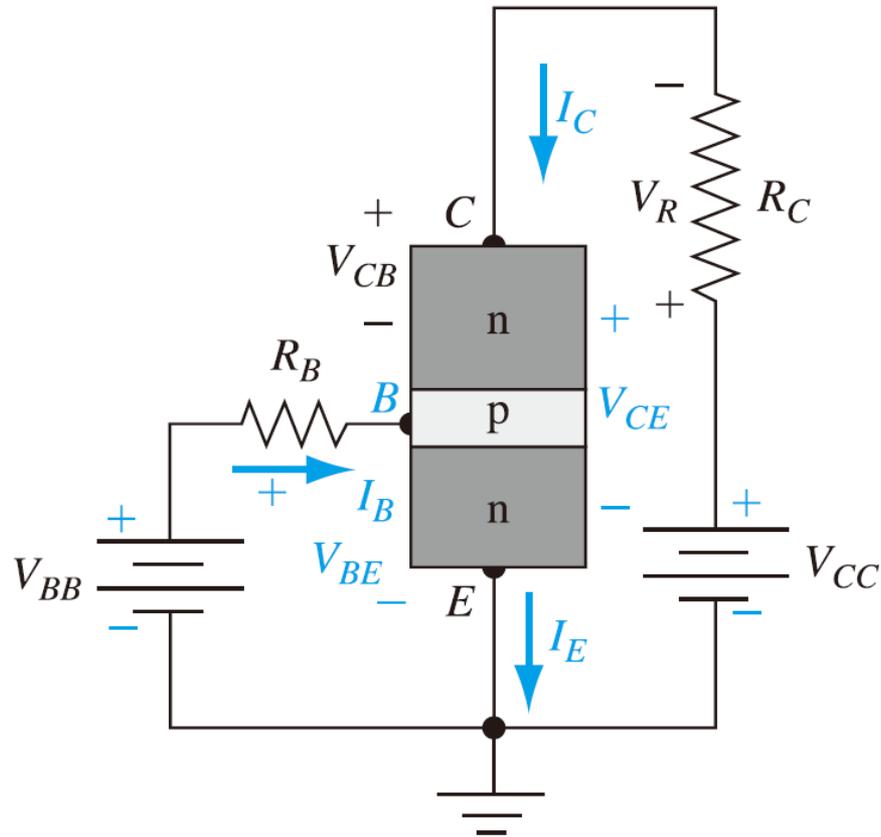
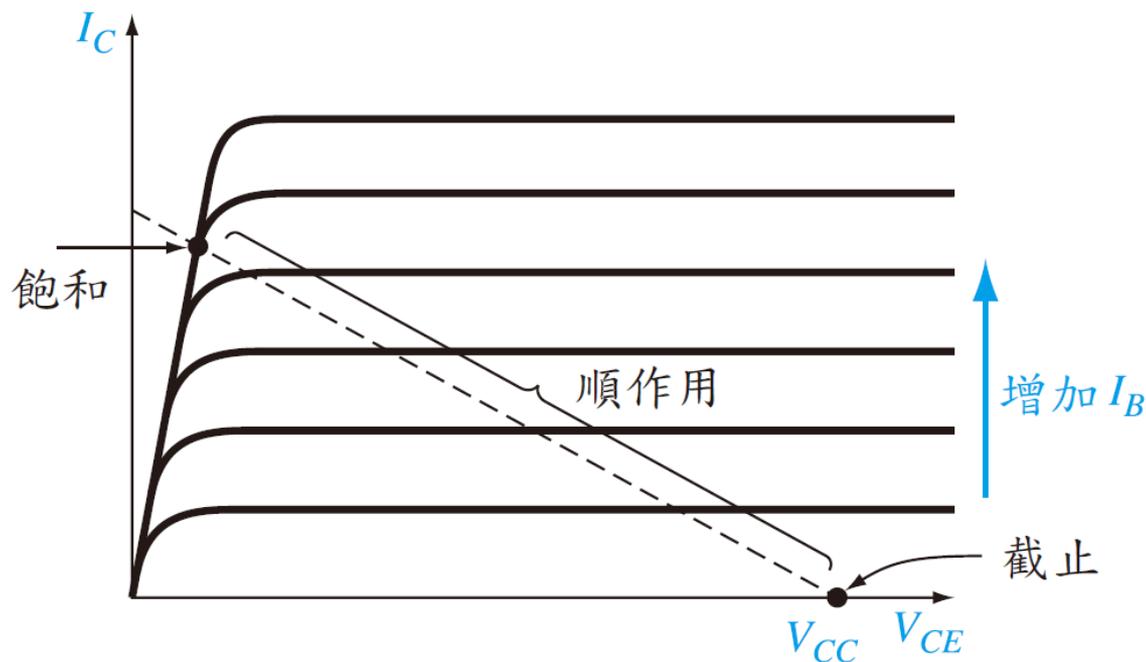


圖 12.8 共射極電路組態中的 npn 雙極性電晶體

# 操作模式(續)



■ 圖 12.9 具負載線之共射極組態下，雙極性電晶體的電流－電壓特性曲線

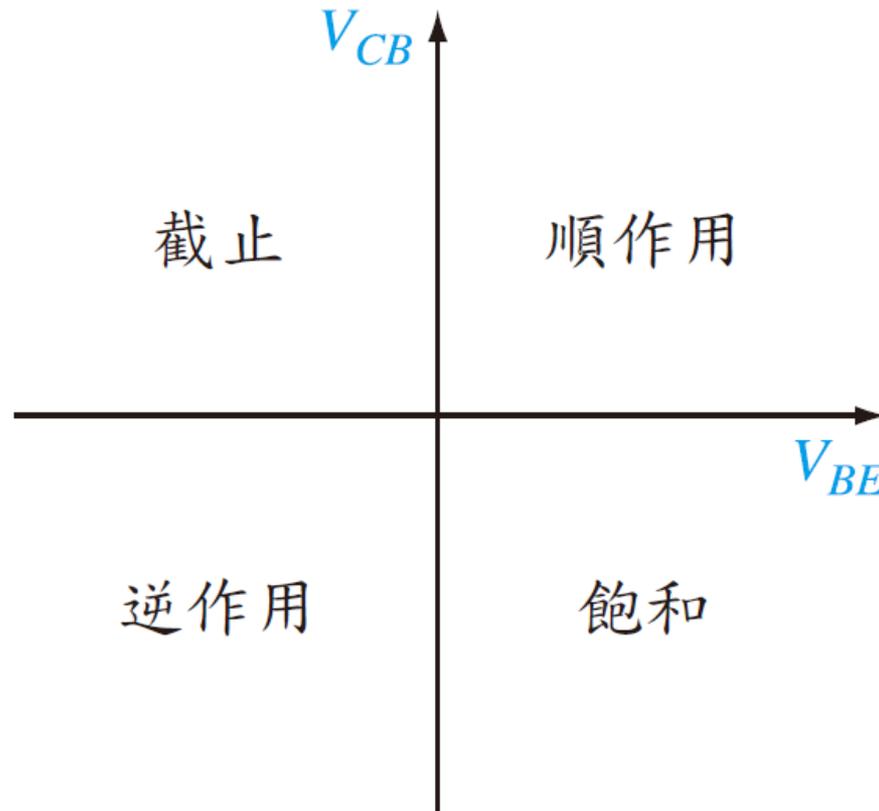
# 操作模式(續)

❖ 寫出C-E迴路的克希何夫電壓方程式，可得

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C$$

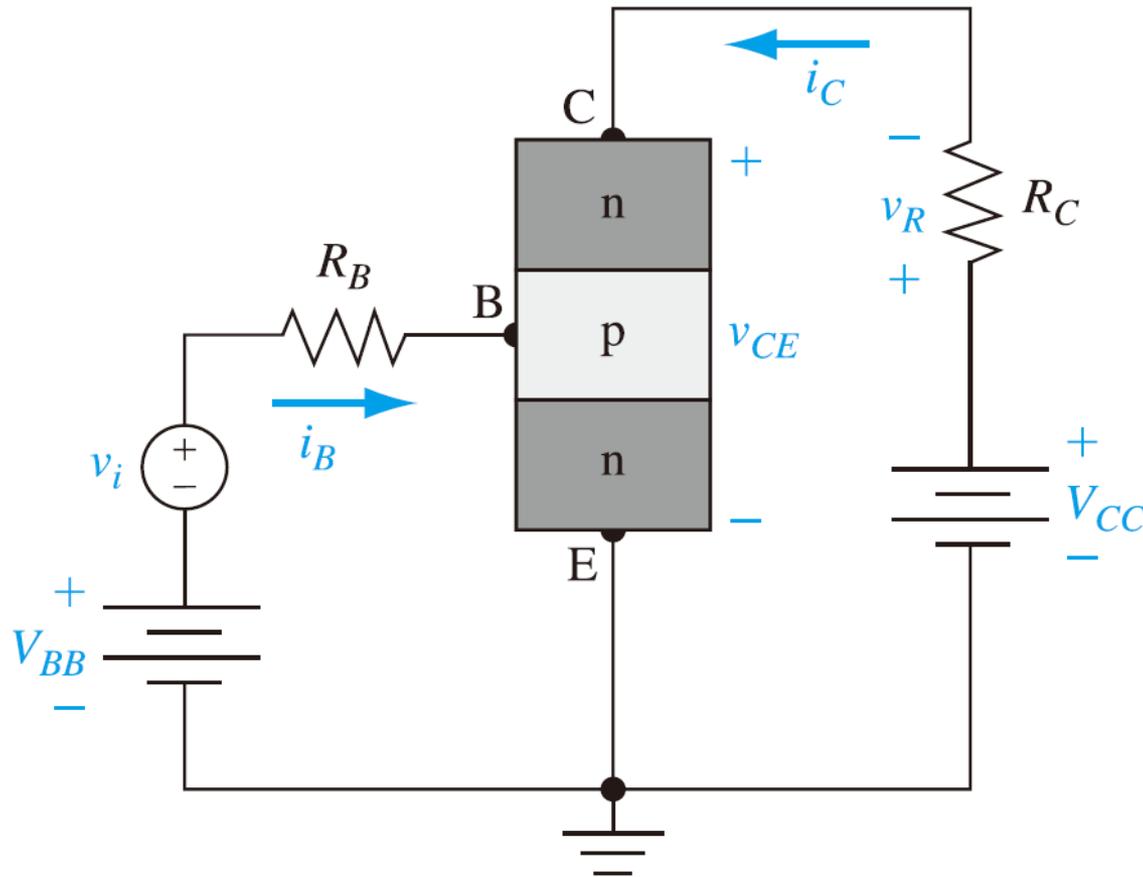
此為集極電流與C-E電壓間的線性關係式。此線性關係稱為**負載線**(load line)。

# 12.1.4 雙極性電晶體的放大效果

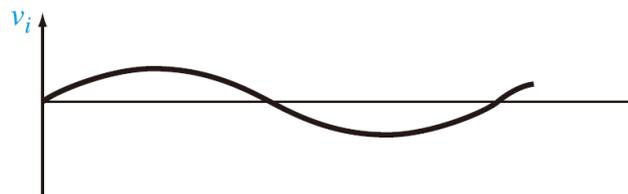


■ 圖 12.10 雙極性電晶體的四種操作模式之接面電壓條件

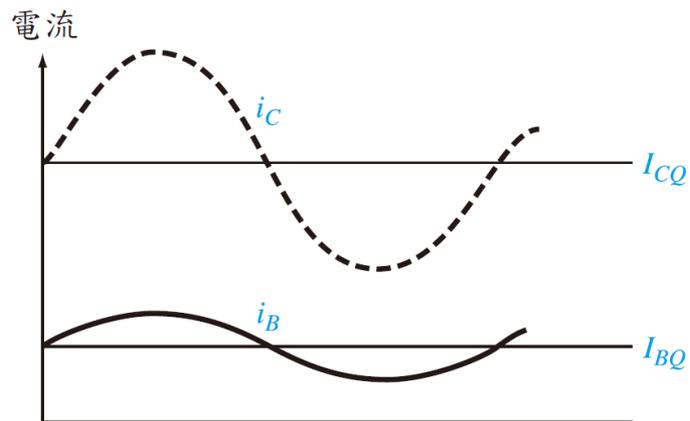
# 雙極性電晶體的放大效果(續)



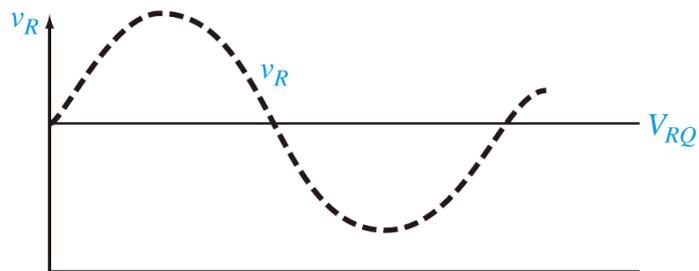
■ 圖 12.11 包含有 B-C 迴路中時變信號電壓源  $v_i$  的 npn 雙極性共射極電路組態



(a)



(b)



(c)

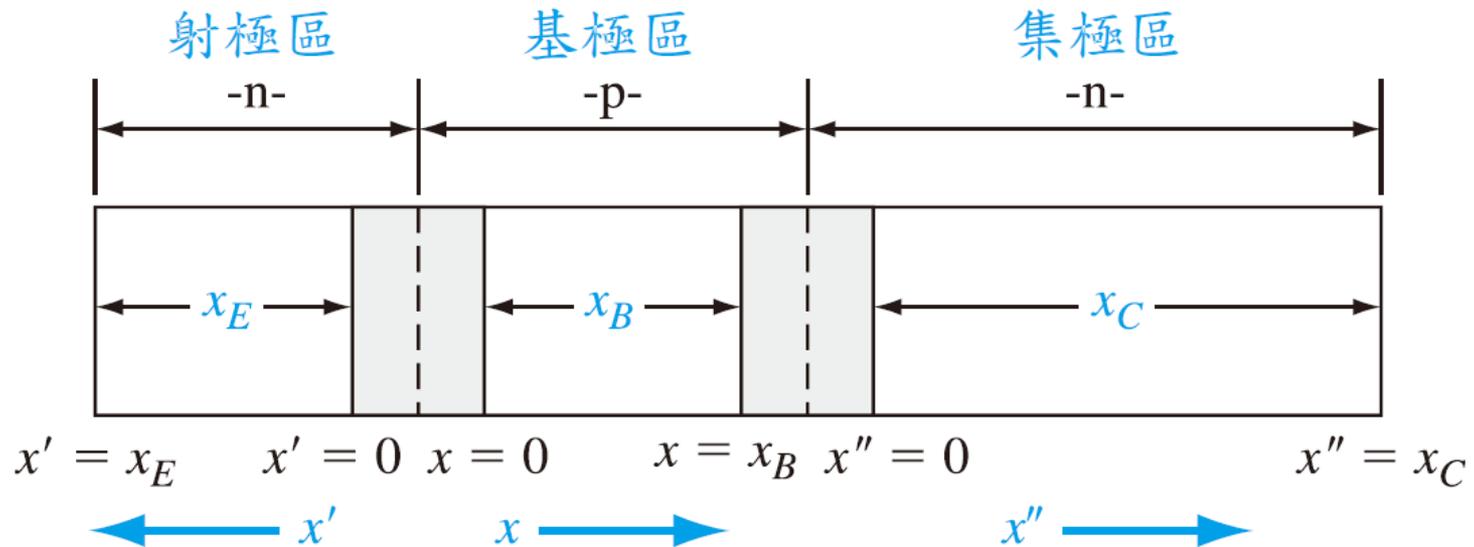
■ 圖 12.12 於圖 12.11 中所示的電路中的電流與電壓。(a) 輸入的弦波信號電壓；(b) 疊加於靜態直流值的弦波基極與集極電流；(c) 跨於  $R_C$  電阻器上而疊加於靜態直流值的弦波電壓

# 12.2 少數載子的分布

■ 表 12.1 雙極性電晶體分析中所使用的符號

符號	定義
<b>對 npn 及 pnp 電晶體</b>	
$N_E, N_B, N_C$	射極、基極及集極區的摻雜濃度
$x_E, x_B, x_C$	電中性的射極、基極及集極區的寬度
$D_E, D_B, D_C$	射極、基極及集極區中少數載子的擴散係數
$L_E, L_B, L_C$	射極、基極及集極區中少數載子的擴散長度
$\tau_{E0}, \tau_{B0}, \tau_{C0}$	射極、基極及集極區中少數載子的生命期
<b>對 npn 電晶體</b>	
$p_{E0}, n_{B0}, p_{C0}$	熱平衡下，射極、基極及集極區中少數載子 (電洞、電子及電洞) 的濃度
$p_E(x'), n_B(x), p_C(x'')$	射極、基極及集極區中少數載子 (電洞、電子及電洞) 的總濃度
$\delta p_E(x'), \delta n_B(x), \delta p_C(x'')$	射極、基極及集極區中過量少數載子 (電洞、電子及電洞) 的濃度
<b>對 pnp 電晶體</b>	
$n_{E0}, p_{B0}, n_{C0}$	熱平衡下，射極、基極及集極區中少數載子 (電子、電洞及電子) 的濃度
$n_E(x'), p_B(x), n_C(x'')$	射極、基極及集極區中少數載子 (電子、電洞及電子) 的總濃度
$\delta n_E(x'), \delta p_B(x), \delta n_C(x'')$	射極、基極及集極區中過量少數載子 (電子、電洞及電子) 的濃度

# 12.2.1 順作用模式



■ 圖 12.13 用以計算少數載子分布的 npn 雙極性電晶體幾何結構

# 順作用模式(續)

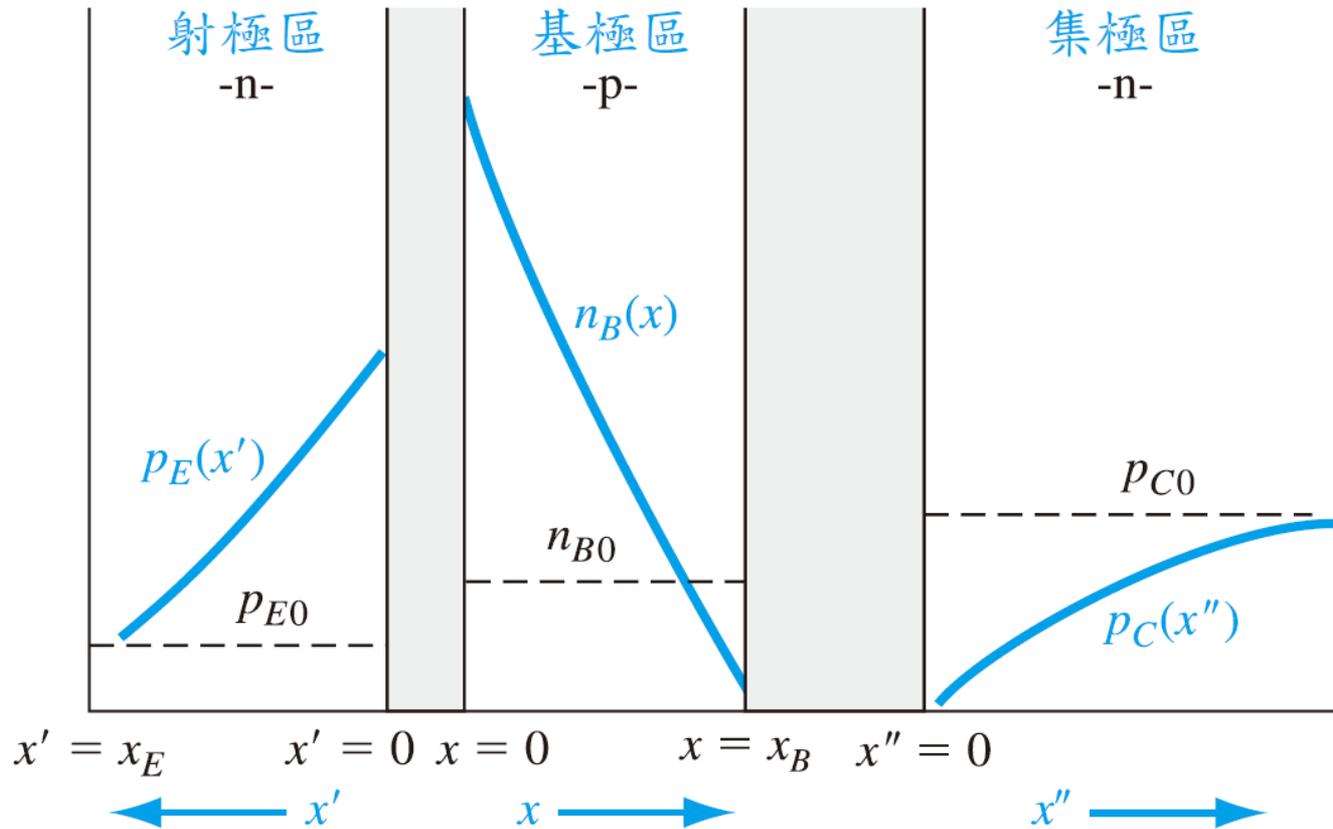


圖 12.14 操作於順作用模式的 npn 雙極性電晶體的少數載子之分布

# 順作用模式(續)

## ❖ 基極區

❖ 對於零電場的電中性的基極區而言，穩態下的雙極性傳輸方程式可以簡化為

$$D_B \frac{\partial^2(\delta n_B(x))}{\partial x^2} - \frac{\delta n_B(x)}{\tau_{B0}} = 0$$

過量電子濃度定義為

$$\delta n_B(x) = n_B(x) - n_{B0}$$

通解可以寫成

$$\delta n_B(x) = A \exp\left(\frac{+x}{L_B}\right) + B \exp\left(\frac{-x}{L_B}\right)$$

其中  $L_B$  是基極區中少數載子的擴散長度

# 順作用模式(續)

❖ 在兩個邊界處的過量少數載子電子的濃度為

$$\delta n_B(x=0) \equiv \delta n_B(0) = A + B$$

及

$$\delta n_B(x=x_B) \equiv \delta n_B(x_B) = A \exp\left(\frac{+x_B}{L_B}\right) + B \exp\left(\frac{-x_B}{L_B}\right)$$

**B-E**接面為順向偏壓，因此在 $x=0$ 處的邊界條件為

$$\delta n_B(0) = n_B(x=0) - n_{B0} = n_{B0} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right]$$

**B-C**接面為逆向偏壓，因此在 $x=x_B$ 處的邊界條件為

$$\delta n_B(x_B) = n_B(x=x_B) - n_{B0} = 0 - n_{B0} = -n_{B0}$$

# 順作用模式(續)

❖  $A$ 及 $B$ 為

$$A = \frac{-n_{B0} - n_{B0} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{-x_B}{L_B}\right)}{2 \sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)}$$

及

$$B = \frac{n_{B0} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] \exp\left(\frac{x_B}{L_B}\right) + n_{B0}}{2 \sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)}$$

基極區的過量少數載子電子濃度寫成

$$\delta n_B(x) = \frac{n_{B0} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] \sinh\left(\frac{x_B - x}{L_B}\right) - \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \right\}}{\sinh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)}$$

# 順作用模式(續)

- ❖ 在電中性基極區位置 $x$ 的過量電子濃度 $\delta n_B$ 會是一個線性的函數。當 $x \ll 1$ 時，有 $\sinh(x) \approx x$ 的近似。如此，基極區中的過量電子濃度為

$$\delta n_B(x) \approx \frac{n_{B0}}{x_B} \left\{ \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] (x_B - x) - x \right\}$$

# 順作用模式(續)

❖ 射極區

❖ 穩態的過量電洞濃度方程式：

$$D_E \frac{\partial^2 [\delta p_E(x')]}{\partial x'^2} - \frac{\delta p_E(x')}{\tau_{E0}} = 0$$

其中  $D_E$  及  $\tau_{E0}$  分別是射極區中，少數載子的擴散係數及生命期。過量電洞的濃度為

$$\delta p_E(x') = p_E(x') - p_{E0}$$

通解可以寫成

$$\delta p_E(x') = C \exp\left(\frac{+x'}{L_E}\right) + D \exp\left(\frac{-x'}{L_E}\right)$$

其中  $L_E = \sqrt{D_E \tau_{E0}}$ 。

# 順作用模式(續)

❖ 兩個邊界處的過量少數載子電洞濃度分別為

$$\delta p_E(x' = 0) \equiv \delta p_E(0) = C + D$$

及

$$\delta p_E(x' = x_E) \equiv \delta p_E(x_E) = C \exp\left(\frac{x_E}{L_E}\right) + D \exp\left(\frac{-x_E}{L_E}\right)$$

**B-E**接面是順向偏壓，因此

$$\delta p_E(0) = p_E(x' = 0) - p_{E0} = p_{E0} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right]$$

在  $x' = x_E$  處，無窮大的表面復合速度使得

$$\delta p_E(x_E) = 0$$

# 順作用模式(續)

❖ 過量少數載子電洞濃度為

$$\delta p_E(x') = \frac{p_{E0} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] \sinh\left(\frac{x_E - x'}{L_E}\right)}{\sinh\left(\frac{x_E}{L_E}\right)}$$

❖ 如果 $x_E$ 很小，此過量載子的濃度也會隨著距離有近似線性的變化。

$$\delta p_E(x') \approx \frac{p_{E0}}{x_E} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] (x_E - x')$$

# 順作用模式(續)

## ❖ 集極區

## ❖ 集極區中的過量少數載子電洞濃度方程式：

$$D_C \frac{\partial^2 [\delta p_C(x'')] }{\partial x''^2} - \frac{\delta p_C(x'')}{\tau_{C0}} = 0$$

其中 $D_C$ 及 $\tau_{C0}$ 分別是集極區中少數載子的擴散係數及生命期。我們可以將集極區中的過量少數載子電洞濃度表示為

$$\delta p_C(x'') = p_C(x'') - p_{C0}$$

# 順作用模式(續)

❖ 通解可以寫成

$$\delta p_c(x'') = G \exp\left(\frac{x''}{L_C}\right) + H \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right)$$

其中  $L_C = \sqrt{D_C \tau_{C0}}$ 。

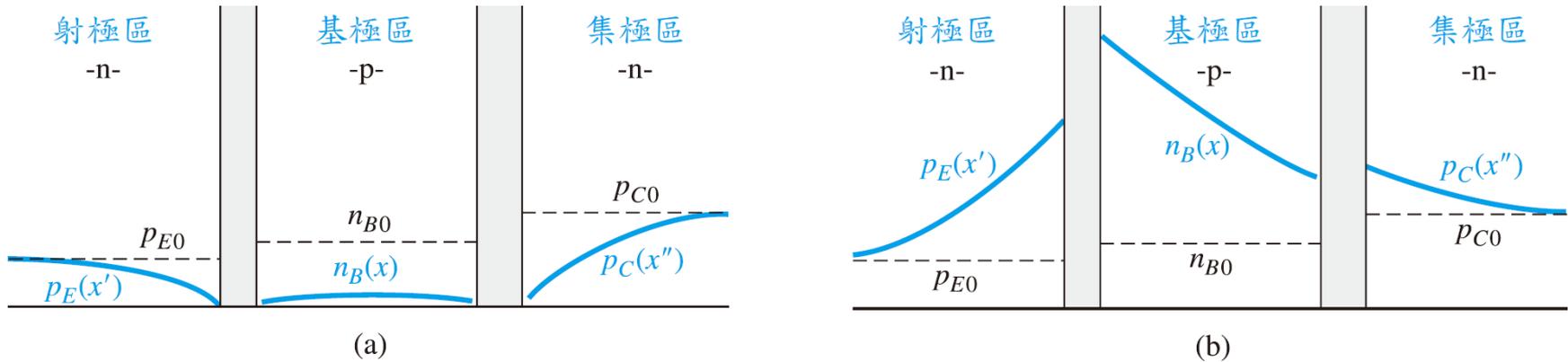
❖ 假設集極區的長度相當長，由於過量載子的濃度是有限的，因此係數G須為0。第二個邊界條件

$$\delta p_c(x'' = 0) \equiv \delta p_c(0) = p_c(x'' = 0) - p_{C0} = 0 - p_{C0} = -p_{C0}$$

❖ 集極區中的過量少數載子電洞的濃度為

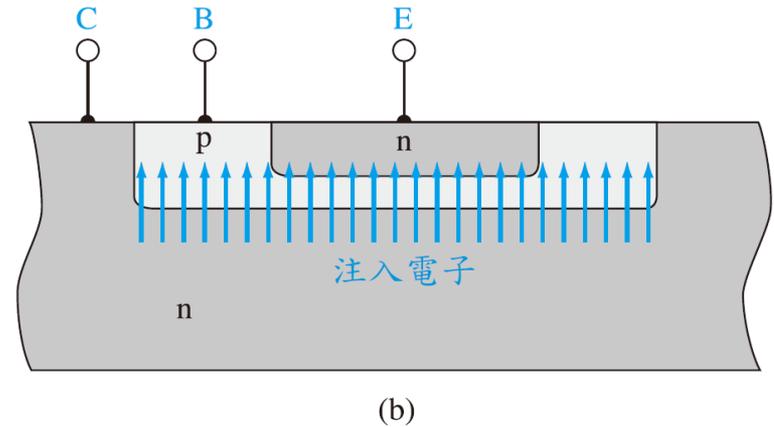
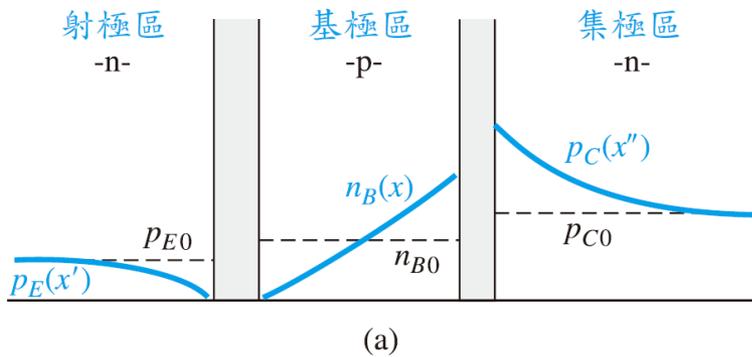
$$\delta p_c(x'') = -p_{C0} \exp\left(\frac{-x''}{L_C}\right)$$

# 12.2.2 其他的操作模式



■ 圖 12.16 npn 雙極性電晶體在：(a) 截止；及 (b) 飽和時的少數載子分布

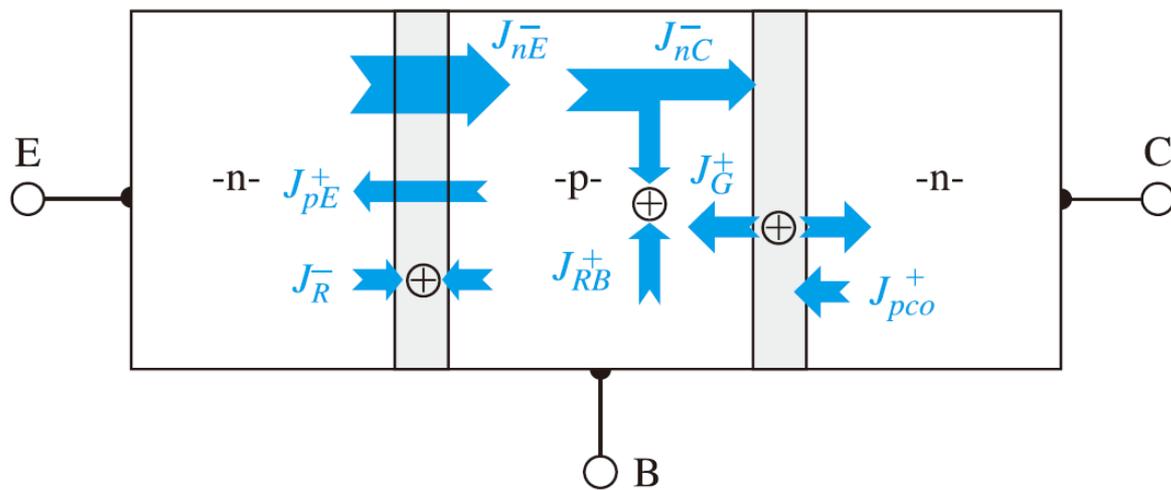
# 其他的操作模式(續)



■ 圖 12.17 (a) 操作在逆作用模式下的 npn 雙極性電晶體的少數載子分布；(b) 逆作用模式下，npn 雙極性電晶體中電子的注入及收集之截面示意圖

# 12.3 電晶體的電流及低頻共基極電流增益

## ❖ 12.3.1 電流增益—貢獻項



■ 圖 12.18 操作在順作用模式下，npn 雙極性電晶體的各项電流密度或通量成分

# 電流增益—貢獻項(續)

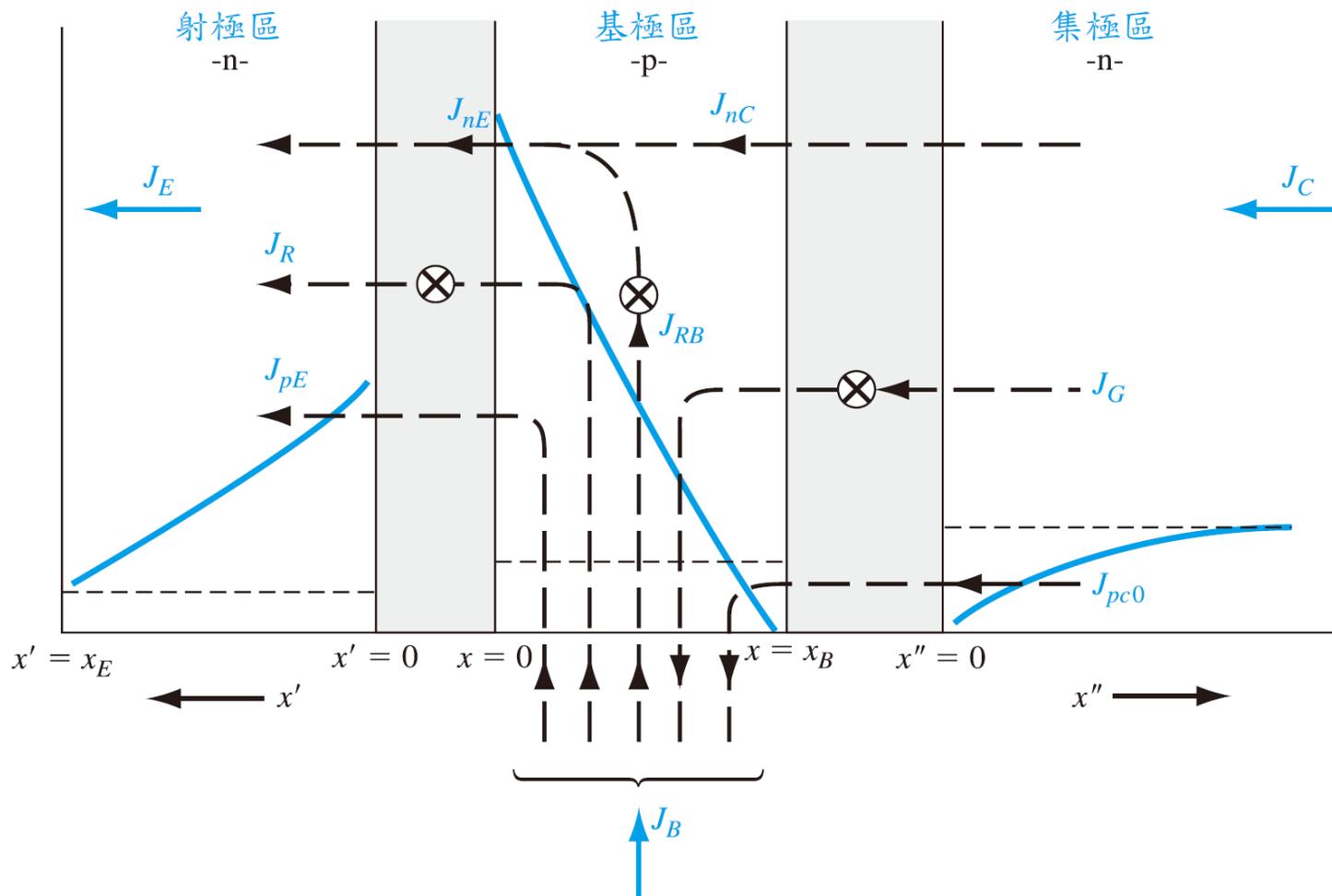


圖 12.19 操作在順作用模式下的 npn 雙極性電晶體的電流密度分量

# 電流增益—貢獻項(續)

❖ 直流共基極的電流增益為

$$\alpha_0 = \frac{I_C}{I_E}$$

如果集極與射極作用的截面積是相同的，則我們可以用電流密度來表示電流增益，即

$$\alpha_0 = \frac{J_C}{J_E} = \frac{J_{nC} + J_G + J_{pc0}}{J_{nE} + J_R + J_{pE}}$$

❖ 小信號或弦波的共基極電流增益定義為

$$\alpha = \frac{\partial J_C}{\partial J_E} = \frac{J_{nC}}{J_{nE} + J_R + J_{pE}}$$

# 電流增益—貢獻項(續)

$$\alpha = \left( \frac{J_{nE}}{J_{nE} + J_{pE}} \right) \left( \frac{J_{nC}}{J_{nE}} \right) \left( \frac{J_{nE} + J_{pE}}{J_{nE} + J_R + J_{pE}} \right)$$

$$\alpha = \gamma \alpha_T \delta$$

❖ 式中的各個項目乃定義為

$$\gamma = \left( \frac{J_{nE}}{J_{nE} + J_{pE}} \right) \quad \equiv \text{射極注入效率因數}$$

$$\alpha_T = \left( \frac{J_{nC}}{J_{nE}} \right) \quad \equiv \text{基極區傳輸因數}$$

$$\delta = \frac{J_{nE} + J_{pE}}{J_{nE} + J_R + J_{pE}} \quad \equiv \text{復合因數}$$

## 12.3.2 電晶體電流成分及電流增益因數的推導

### ❖ 射極注入效率因數

$$\gamma = \left( \frac{J_{nE}}{J_{nE} + J_{pE}} \right) = \frac{1}{\left( 1 + \frac{J_{pE}}{J_{nE}} \right)}$$

圖中所定義的 $J_{nE}$ 是沿負 $x$ 方向上，因此我們可以將電流密度表示為

$$J_{pE} = -eD_E \frac{d[\delta p_E(x')]}{dx'} \Big|_{x'=0}$$

及

$$J_{nE} = (-)eD_B \frac{d[\delta n_B(x)]}{dx} \Big|_{x=0}$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

❖ 對  $\delta p_E(x')$  與  $\delta n_B(x)$  做適當的微分，我們可得

$$J_{pE} = \frac{eD_{EP_{E0}}}{L_E} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \frac{1}{\tanh(x_E/L_E)}$$

及

$$J_{nE} = \frac{eD_B n_{B0}}{L_B} \left\{ \frac{1}{\sinh(x_B/L_B)} + \frac{[\exp(eV_{BE}/kT) - 1]}{\tanh(x_B/L_B)} \right\}$$

正的  $J_{pE}$  與  $J_{nE}$  意指電流的方向是沿圖中所顯示的方向。如果我們假設 B-E 接面有足夠大的順向偏壓，即  $V_{BE} \gg kT/e$ ，則

$$\exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) \gg 1$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導(續)

❖ 而且

$$\frac{\exp(eV_{BE}/kT)}{\tanh(x_B/L_B)} \gg \frac{1}{\sinh(x_B/L_B)}$$

射極注入效率將變成

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{p_{E0} D_E L_B}{n_{B0} D_B L_E} \cdot \frac{\tanh(x_B/L_B)}{\tanh(x_E/L_E)}}$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

❖ 如果  $x_B \ll L_B$  且  $x_E \ll L_E$ ，則射極注入效率可以寫成

$$\gamma \approx \frac{1}{1 + \frac{N_B}{N_E} \cdot \frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{x_B}{x_E}}$$

# 例題 12.1

## ■ 題說

設電晶體具有下列參數： $N_B = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_E = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $D_E = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $D_B = 20 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $x_B = 0.80 \text{ }\mu\text{m}$  及  $x_E = 0.60 \text{ }\mu\text{m}$ 。

## ■ 解答

由 (12.35b) 式可得

$$\gamma \cong \frac{1}{1 + \left(\frac{N_B}{N_E}\right)\left(\frac{D_E}{D_B}\right)\left(\frac{x_B}{x_E}\right)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{10^{15}}{10^{17}}\right)\left(\frac{10}{20}\right)\left(\frac{0.80}{0.60}\right)} = 0.9934$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

## ❖ 基極區傳輸因數

由圖12.19中所定義的電流方向來看，我們可以寫出

$$J_{nC} = (-)eD_B \left. \frac{d[\delta n_B(x)]}{dx} \right|_{x=x_B}$$

及

$$J_{nE} = (-)eD_B \left. \frac{d[\delta n_B(x)]}{dx} \right|_{x=0}$$

我們求得

$$J_{nC} = \frac{eD_B n_{B0}}{L_B} \left\{ \frac{[\exp(eV_{BE}/kT) - 1]}{\sinh(x_B/L_B)} + \frac{1}{\tanh(x_B/L_B)} \right\}$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

❖ 如果假設B-E接面有足夠大的順向偏壓，則 $\exp(eV_{BE}/kT) \gg 1$ 。得到

$$\alpha_T = \frac{J_{nC}}{J_{nE}} \approx \frac{\exp(eV_{BE}/kT) + \cosh(x_B/L_B)}{1 + \exp(eV_{BE}/kT) \cosh(x_B/L_B)}$$

❖ 當 $\exp(eV_{BE}/kT) \gg 1$ 時，基極區傳輸因數將可近似為

$$\alpha_T \approx \frac{1}{\cosh(x_B/L_B)}$$

❖ 對 $x_B \ll L_B$ 而言，我們可以將cosh的函數展開成泰勒級數的型式，因此

$$\alpha_T \approx \frac{1}{\cosh(x_B/L_B)} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(x_B/L_B)^2} \approx 1 - \frac{1}{2}(x_B/L_B)^2$$

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

❖ 復合因數可以寫成

$$\delta = \frac{J_{nE} + J_{pE}}{J_{nE} + J_R + J_{pE}} \approx \frac{J_{nE}}{J_{nE} + J_R} = \frac{1}{1 + J_R/J_{nE}}$$

我們假設了  $J_{pE} \ll J_{nE}$ 。在順向偏壓的pn接面中，復合程序所造成的復合電流密度可以寫成

$$J_R = \frac{ex_{BE}n_i}{2\tau_0} \exp\left(\frac{eV_{BE}}{2kT}\right) = J_{r0} \exp\left(\frac{eV_{BE}}{2kT}\right)$$

其中  $x_{BE}$  為B-E接面的空間電荷寬度。

# 電晶體電流成分及電流增益因數的推導 (續)

❖ 電流  $J_{nE}$  可以近似於

$$J_{nE} = J_{s0} \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right)$$

其中

$$J_{s0} = \frac{eD_B n_{B0}}{L_B \tanh(x_B/L_B)}$$

復合因數可以寫成

$$\delta = \frac{1}{1 + \frac{J_{r0}}{J_{s0}} \exp\left(\frac{-eV_{BE}}{2kT}\right)}$$

# 例題 12.3

## ■ 題說

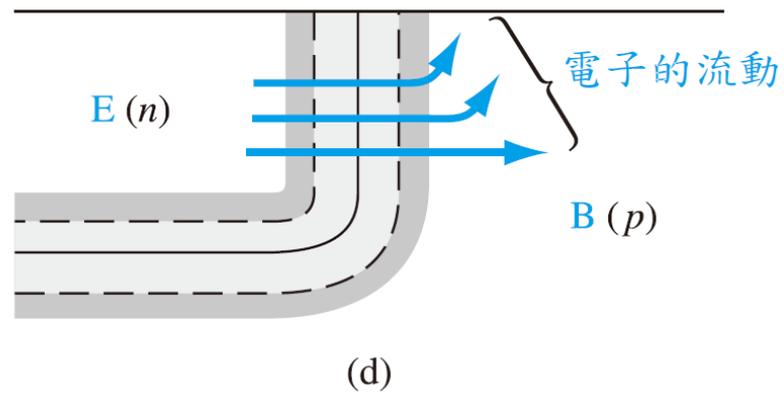
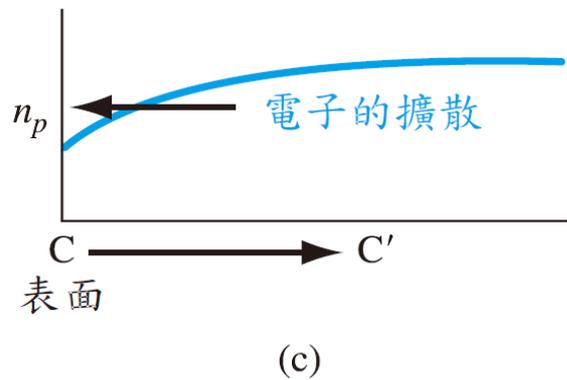
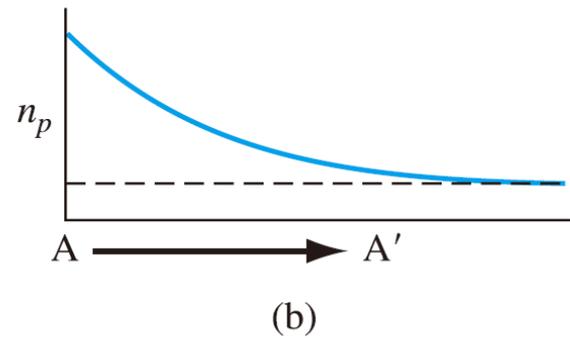
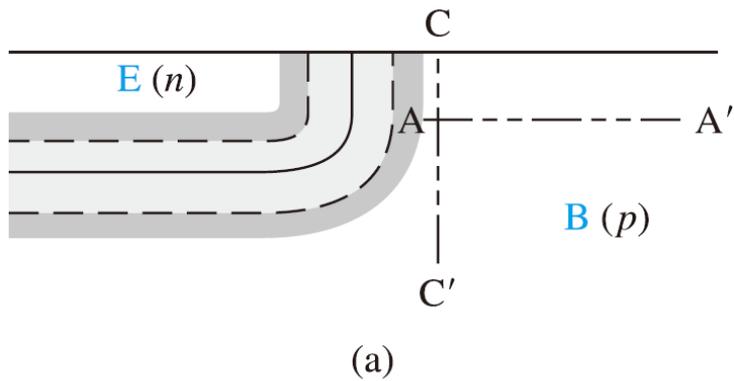
假設電晶體具有下列參數： $x_{BE} = 0.10 \mu\text{m}$ ,  $\tau_o = 10^{-7} \text{ s}$ ,  $N_B = 5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $D_B = 20 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $L_B = 10 \mu\text{m}$  及  $x_B = 0.80 \mu\text{m}$ 。設  $V_{BE} = 0.50 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

$$J_{r0} = \frac{e x_{BE} n_i}{2\tau_o} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(0.10 \times 10^{-4})(1.5 \times 10^{10})}{2(10^{-7})} = 1.2 \times 10^{-7} \text{ A/cm}^2$$

$$\begin{aligned} J_{s0} &= \frac{e D_B n_{B0}}{L_B \tanh(x_B/L_B)} = \frac{e D_B (n_i^2/N_B)}{L_B \tanh(x_B/L_B)} \\ &= \frac{(1.6 \times 10^{-19})(20)[(1.5 \times 10^{10})^2/5 \times 10^{15}]}{(10 \times 10^{-4}) \tanh(0.80/10.0)} = 1.804 \times 10^{-9} \text{ A/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{1 + \frac{J_{r0}}{J_{s0}} \cdot \exp\left(\frac{-V_{BE}}{2V_t}\right)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1.2 \times 10^{-7}}{1.804 \times 10^{-9}}\right) \cdot \exp\left(\frac{-0.50}{2(0.0259)}\right)} \\ &= 0.99574 \end{aligned}$$



■ 圖 12.20 E-B 接面的表面處，載子往表面擴散的效應

## 12.3.3 綜合整理

❖ 共射極電流增益可以共基極電流增益而表示為

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

共基極電流增益以共射極電流增益來表示則為

$$\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}$$

■ 表 12.3 限制因數的綜合整理

射極注入效率因數  $\gamma \approx \frac{1}{1 + \frac{N_B}{N_E} \cdot \frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{x_B}{x_E}} \quad (x_B \ll L_B), (x_E \ll L_E)$

基極區傳輸因數  $\alpha_T \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_B}{L_B}\right)^2} \quad (x_B \ll L_B)$

復合因數  $\delta = \frac{1}{1 + \frac{J_{r0}}{J_{s0}} \exp\left(\frac{-eV_{BE}}{2kT}\right)}$

共基極電流增益  $\alpha = \gamma\alpha_T\delta \approx \frac{1}{1 + \frac{N_B}{N_E} \cdot \frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{x_B}{x_E} + \frac{1}{2} \left(\frac{x_B}{L_B}\right)^2 + \frac{J_{r0}}{J_{s0}} \exp\left(\frac{-eV_{BE}}{2kT}\right)}$

共射極電流增益  $\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \approx \frac{1}{\frac{N_B}{N_E} \cdot \frac{D_E}{D_B} \cdot \frac{x_B}{x_E} + \frac{1}{2} \left(\frac{x_B}{L_B}\right)^2 + \frac{J_{r0}}{J_{s0}} \exp\left(\frac{-eV_{BE}}{2kT}\right)}$

# 例題 12.7

## ■ 題說

假設電晶體具有下列的參數：

$$D_E = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$x_B = 0.70 \text{ } \mu\text{m}$$

$$D_B = 25 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$x_E = 0.50 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\tau_{E0} = 1 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$N_E = 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$\tau_{B0} = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$N_B = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$J_{r0} = 5 \times 10^{-8} \text{ A/cm}^2$$

$$V_{BE} = 0.65 \text{ V}$$

下列參數可由計算得到：

$$p_{E0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{1 \times 10^{18}} = 2.25 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$$

$$n_{B0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{1 \times 10^{16}} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$L_E = \sqrt{D_E \tau_{E0}} = 10^{-3} \text{ cm}$$

$$L_B = \sqrt{D_B \tau_{B0}} = 3.54 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

## ■ 解答

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{(2.25 \times 10^2)(10)(3.54 \times 10^{-3})}{(2.25 \times 10^4)(25)(10^{-3})} \cdot \frac{\tanh(0.0198)}{\tanh(0.050)}} = 0.9944$$

$$\alpha_T = \frac{1}{\cosh\left(\frac{0.70 \times 10^{-4}}{3.54 \times 10^{-3}}\right)} = 0.9998$$

$$\delta = \frac{1}{1 + \frac{5 \times 10^{-8}}{J_{s0}} \exp\left(\frac{-0.65}{2(0.0259)}\right)}$$

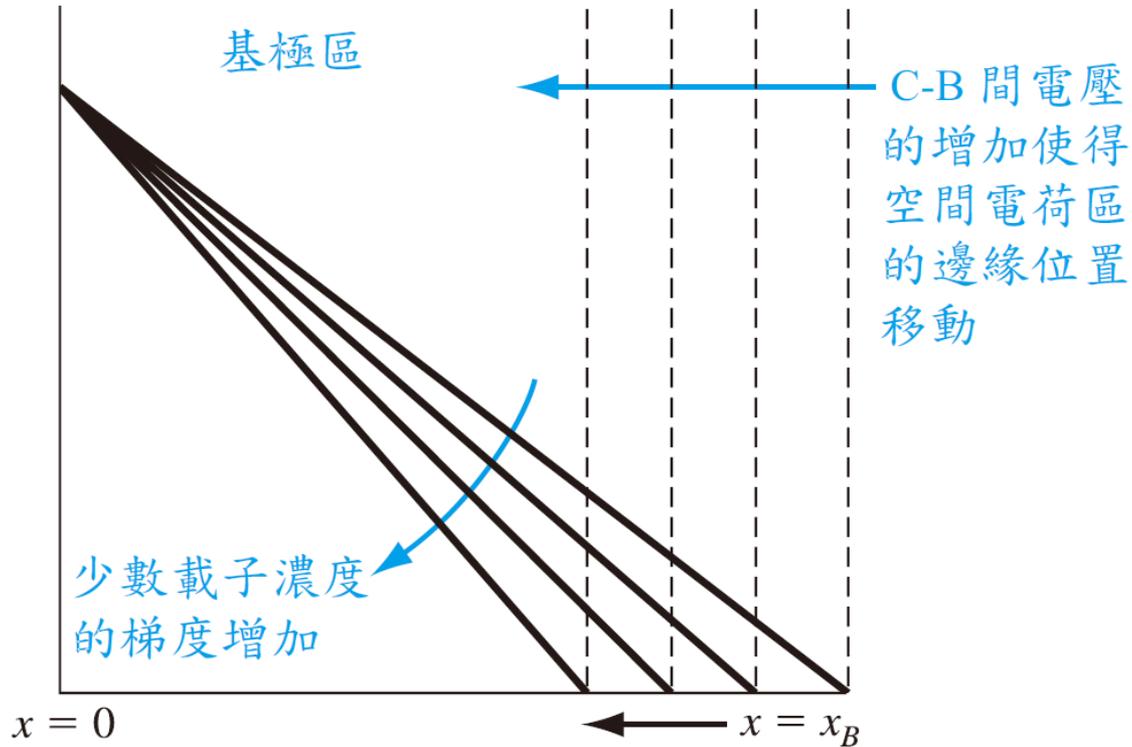
$$J_{s0} = \frac{eD_{B0}n_{B0}}{L_B \tanh\left(\frac{x_B}{L_B}\right)} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(25)(2.25 \times 10^4)}{3.54 \times 10^{-3} \tanh(1.977 \times 10^{-2})} = 1.29 \times 10^{-9} \text{ A/cm}^2$$

$$\alpha = \gamma\alpha_T\delta = (0.9944)(0.9998)(0.99986) = 0.99406$$

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{0.99406}{1 - 0.99406} = 167$$

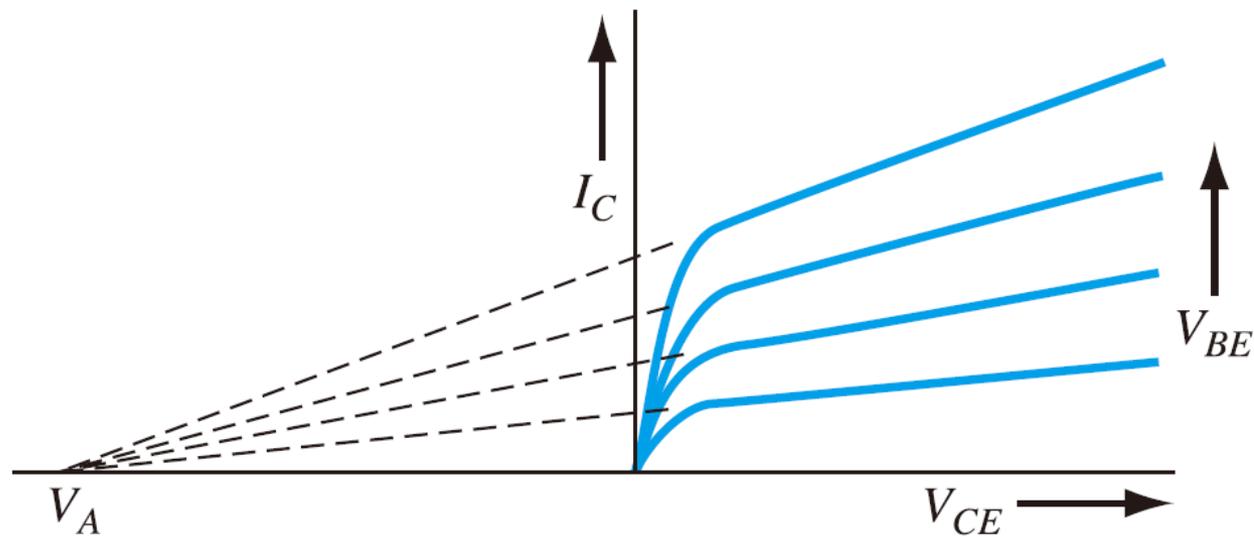
# 12.4 非理想的效應

## ❖ 12.4.1 基極區寬度調變



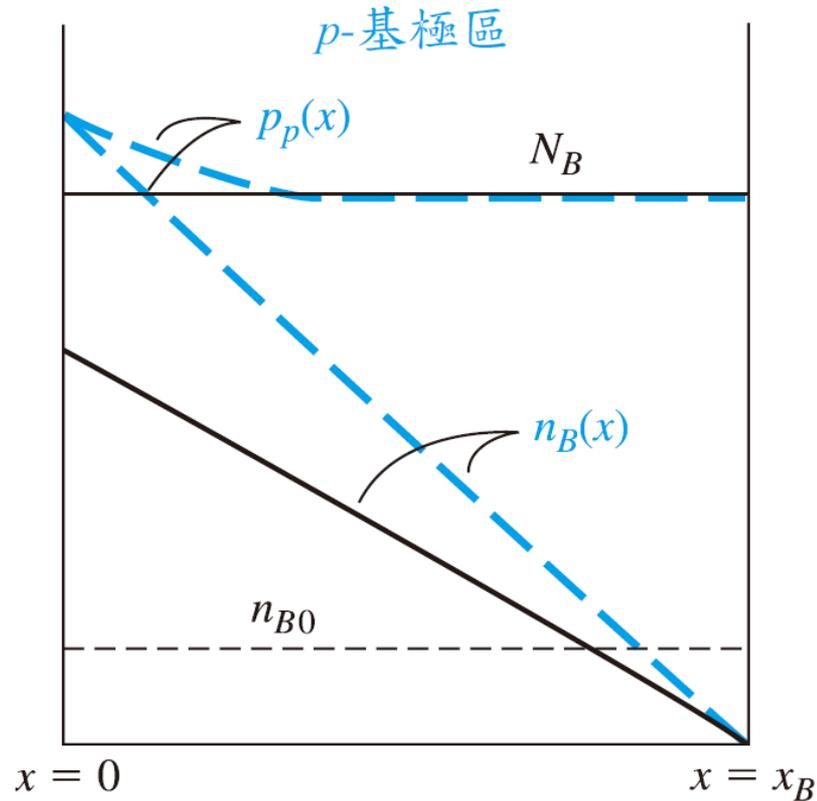
■ 圖 12.21 B-C 空間電荷區寬度改變時，基極區寬度及少數載子梯度的變化情形

# 基極區寬度調變(續)



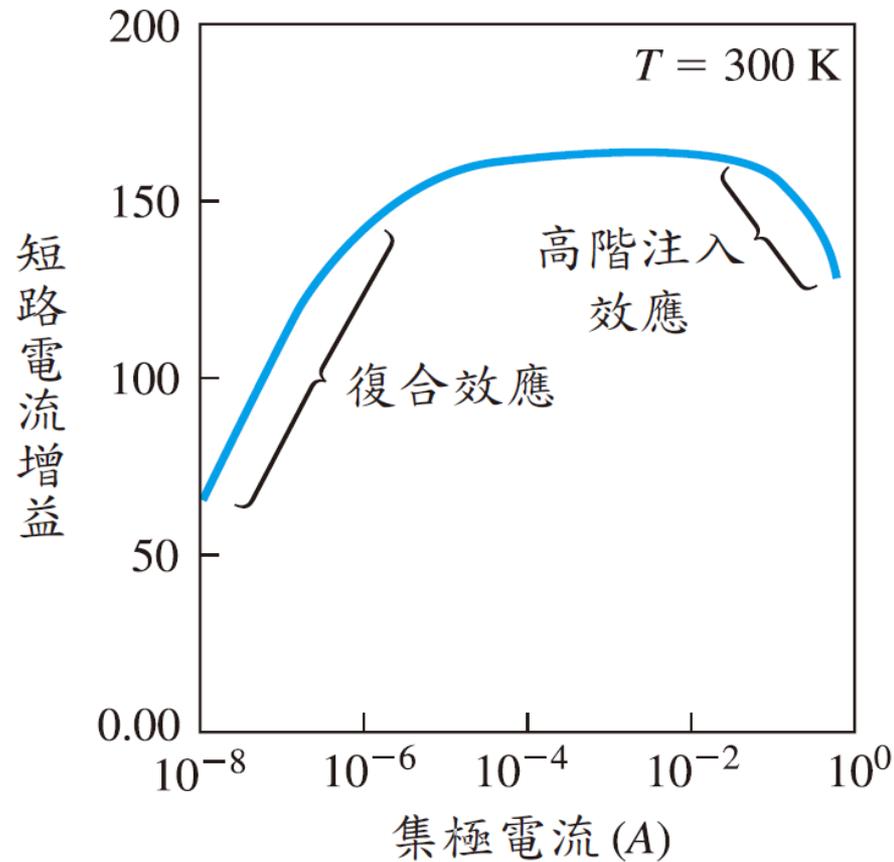
■ 圖 12.22 顯現出歐黎效應和歐黎電壓的集極電流對 C-E 電壓之關係

## 12.4.2 高階注入



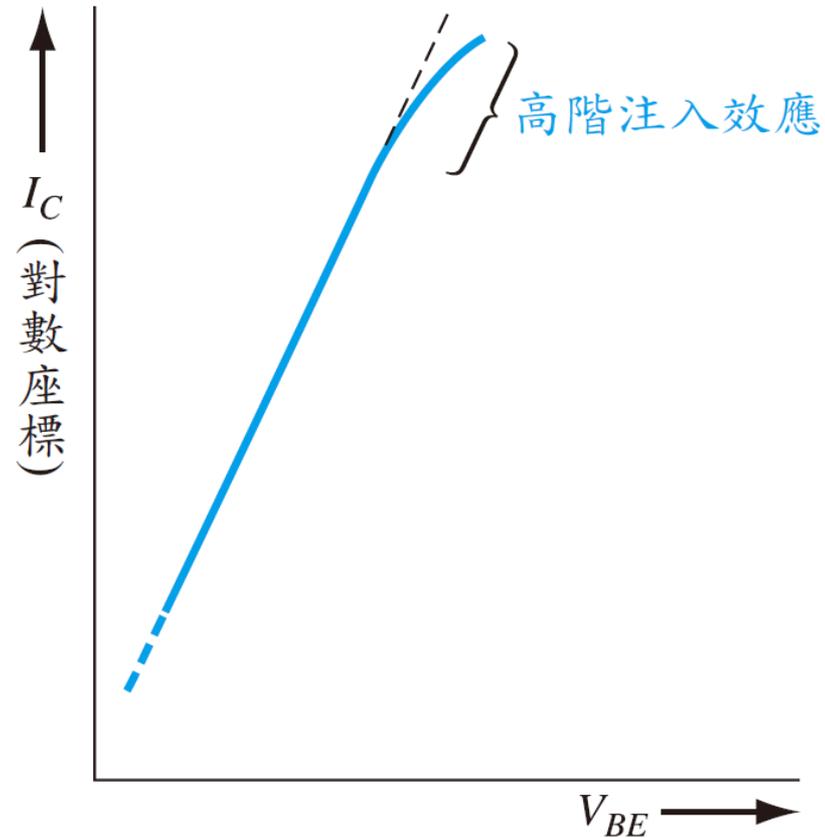
■ 圖 12.23 低階注入與高階注入下，基極區中少數與多數載子濃度分布 (實線：低階注入；虛線：高階注入)

# 高階注入(續)



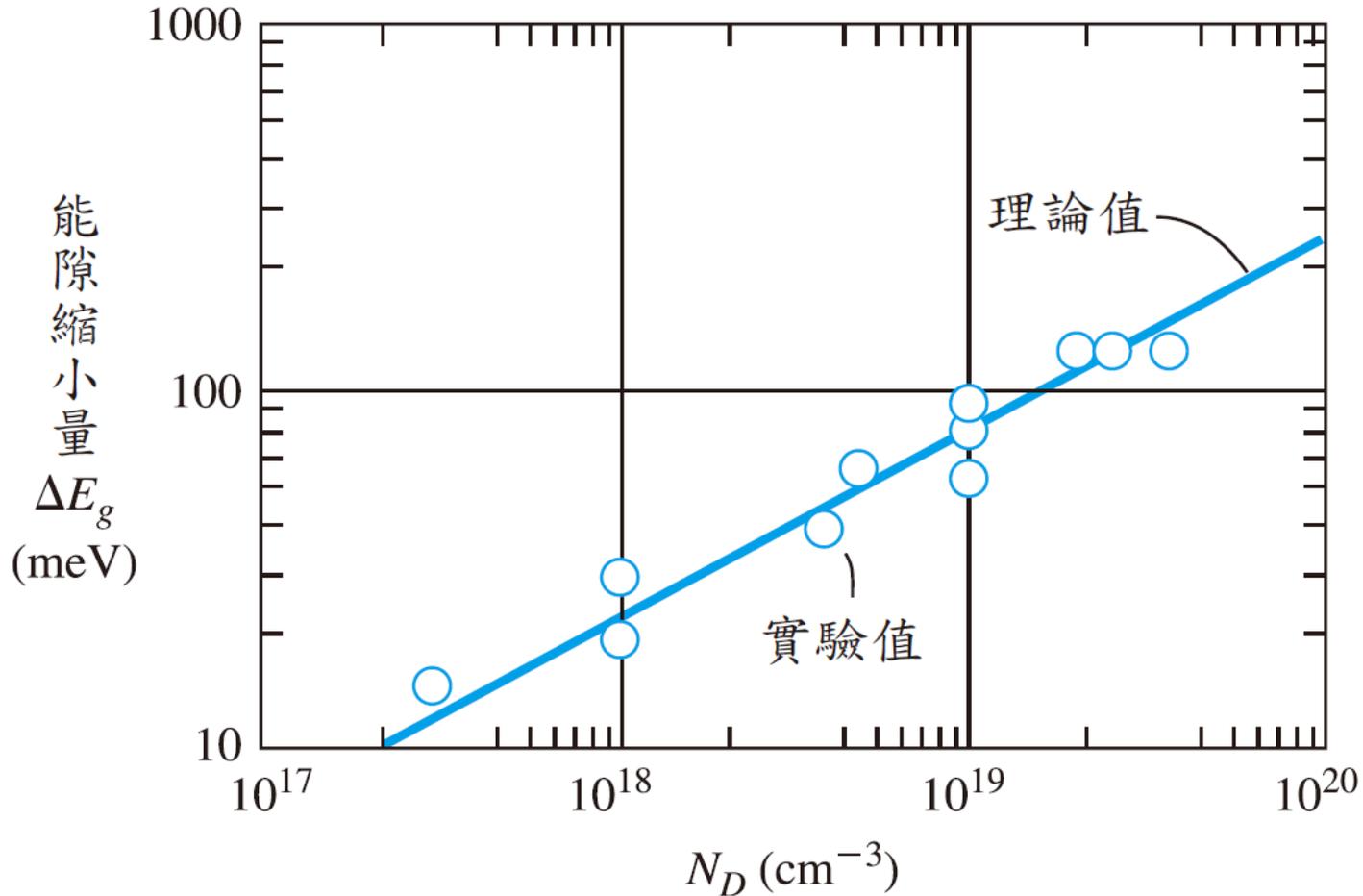
■ 圖 12.24 共射極電流增益對集極電流關係

# 高階注入(續)



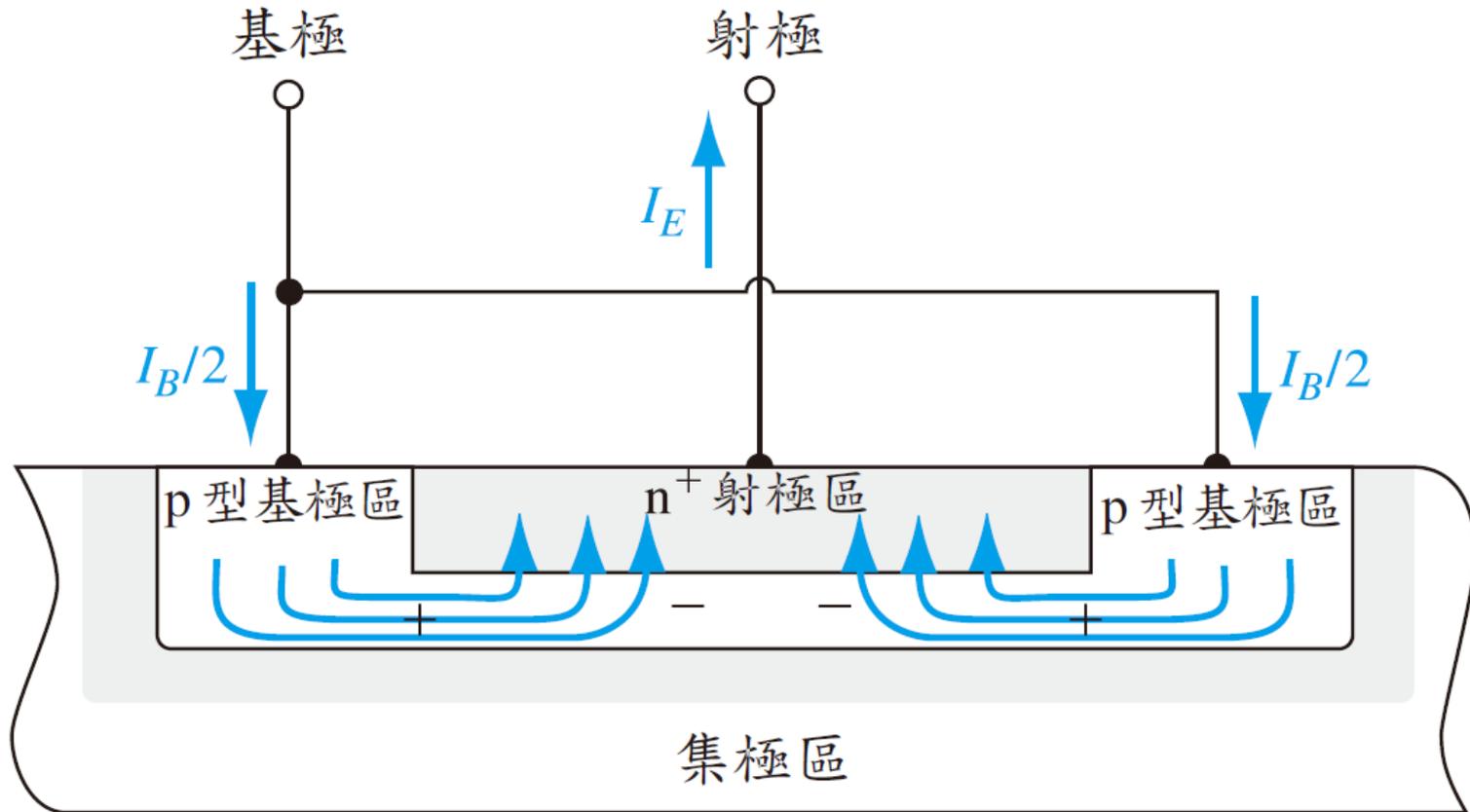
■ 圖 12.25 顯現出高階注入效應的集極電流對基極—射極電壓之關係曲線

## 12.4.3 射極區能隙的窄化



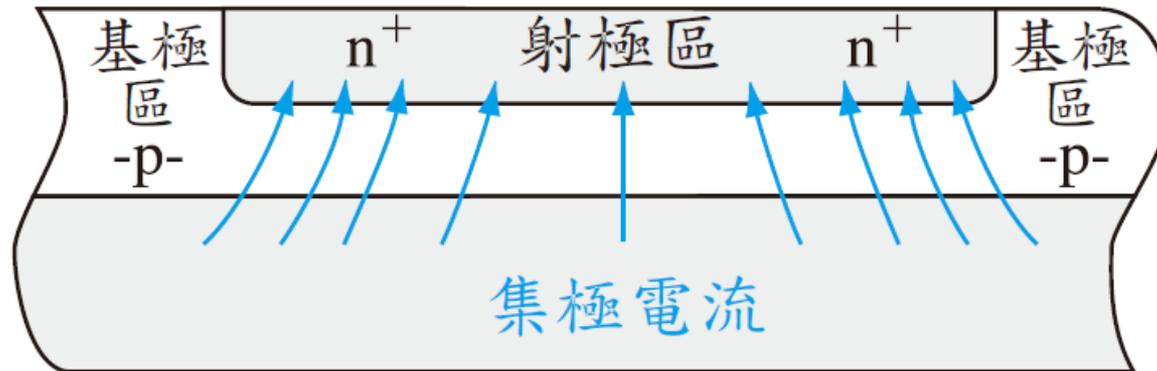
■ 圖 12.26 矽的能隙能量隨雜質濃度的變化

# 12.4.4 電流塞擠



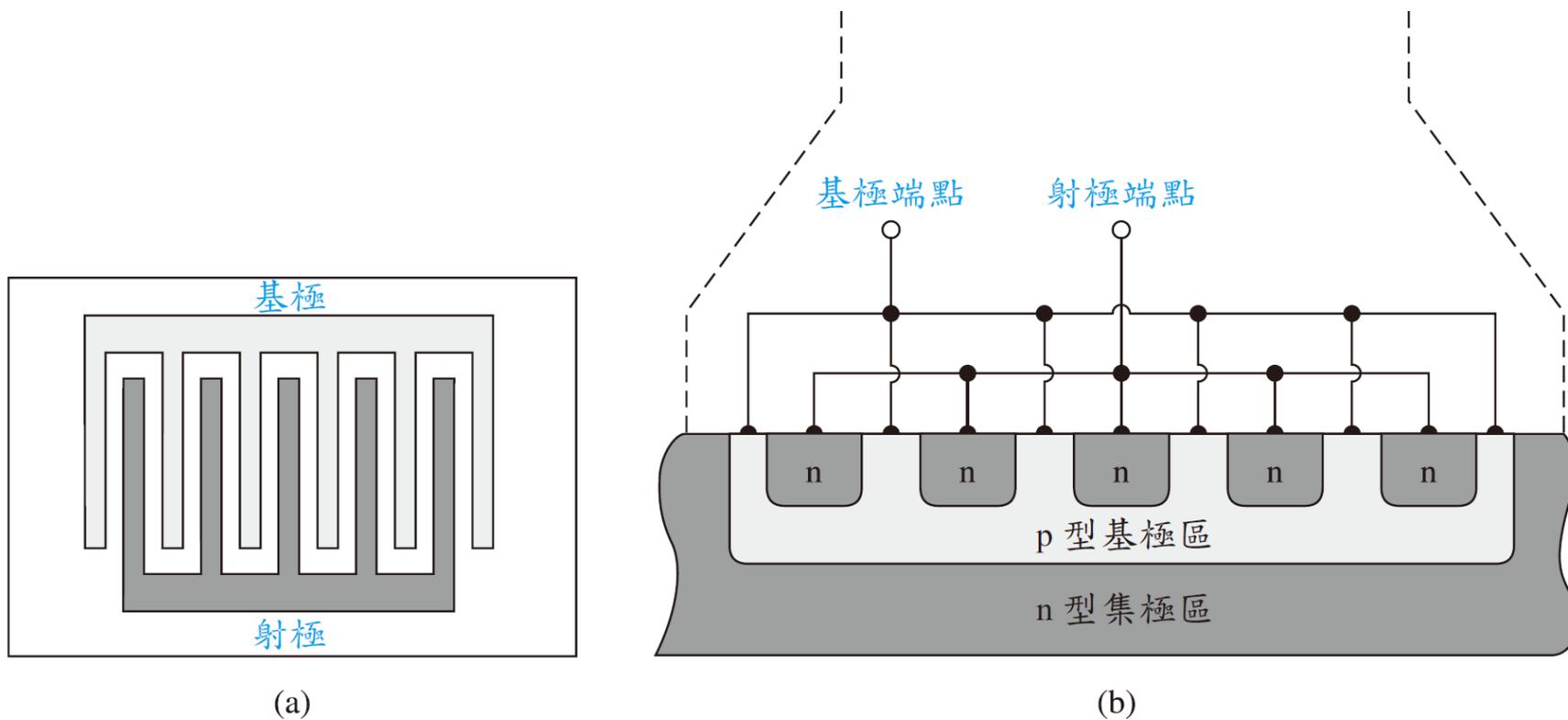
■ 圖 12.27 顯現出基極電流分布及基極區域的橫向電位降的 npn 雙極性電晶體的截面圖

# 電流塞擠(續)



■ 圖 12.28 顯現出射極電流塞擠效應的 npn 雙極性電晶體的截面圖

# 電流塞擠(續)



■ 圖 12.29 具交叉指狀的 npn 電晶體結構的：(a) 俯視圖；及 (b) 截面圖

## 12.4.5 非均勻基極區摻雜

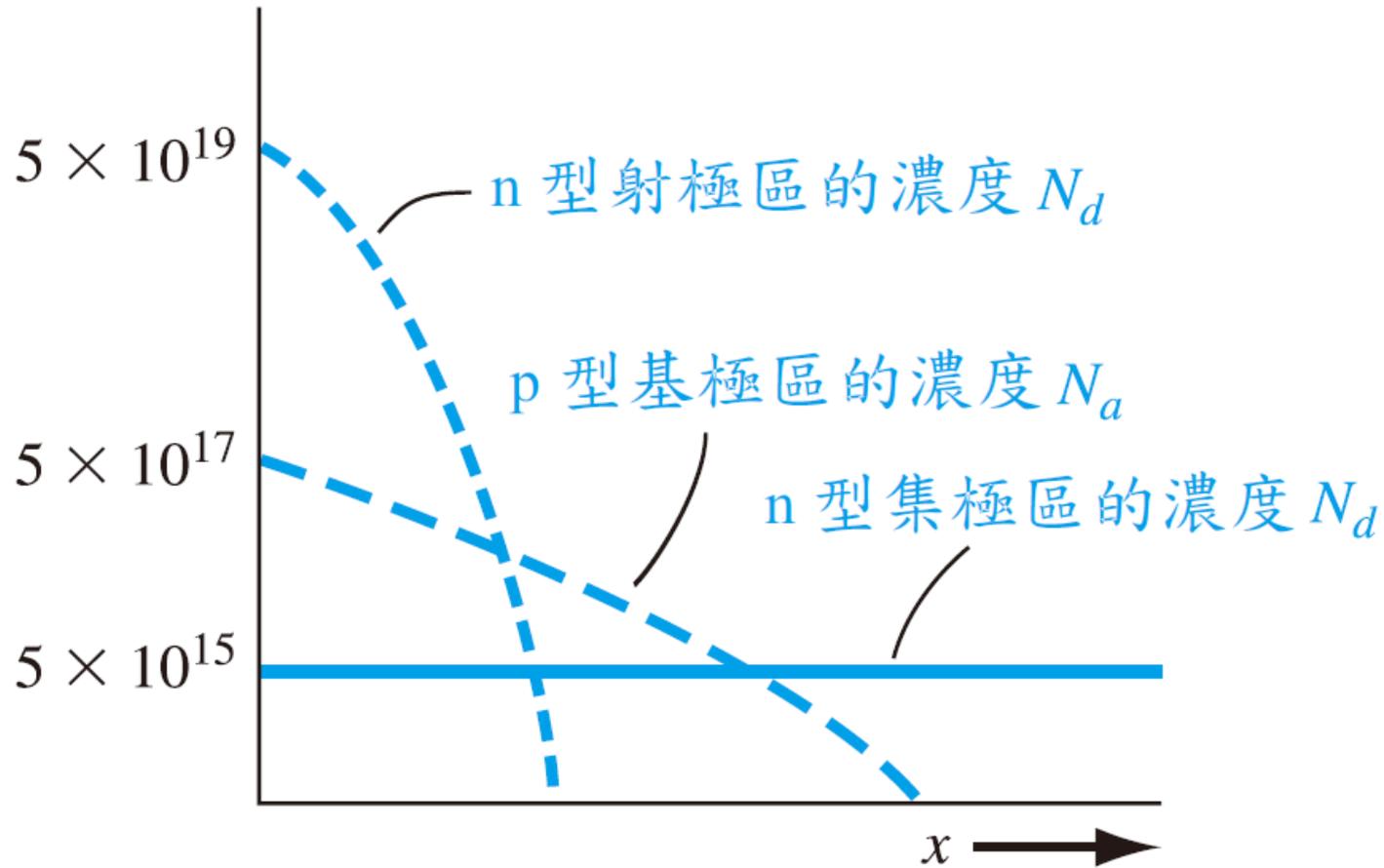


圖 12.31 npn 雙極性電晶體的摻雜濃度分布剖面

# 非均勻基極區摻雜(續)

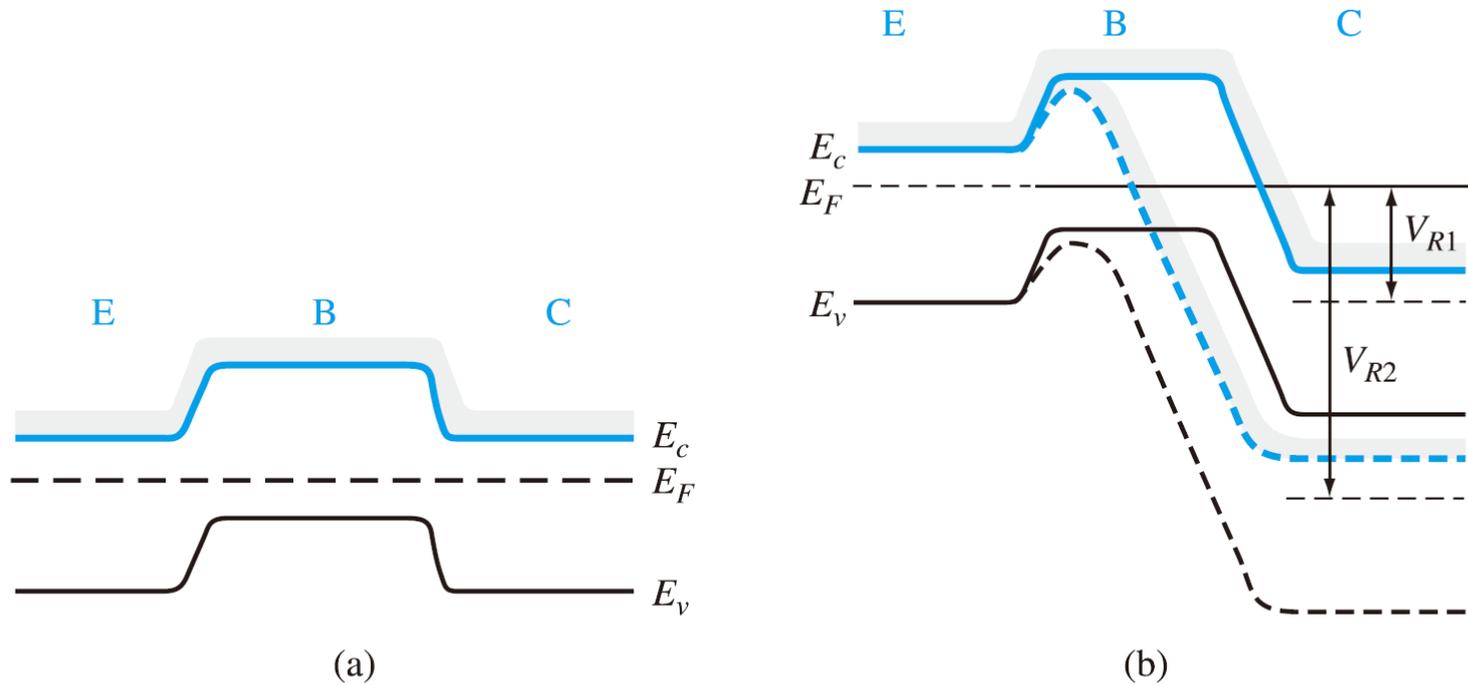
❖ 對熱平衡的p型基極而言，我們可以寫出

$$J_p = e\mu_p N_a E - eD_p \frac{dN_a}{dx} = 0$$

因此

$$E = + \left( \frac{kT}{e} \right) \frac{1}{N_a} \frac{dN_a}{dx}$$

# 12.4.6 崩潰電壓



■ 圖 12.32 npn 雙極性電晶體的能帶圖，在：(a) 熱平衡；和 (b) 具有逆向偏壓 B-C 電壓， $V_{R1}$ ：貫穿之前及  $V_{R2}$ ：貫穿之後

# 崩潰電壓(續)

❖ 假設 $N_B$ 和 $N_C$ 分別是摻雜均勻的基極區及集極區的濃度。令 $x_{BO}$ 是基極區冶金寬度， $x_{dB}$ 是空間電荷由B-C接面延伸至基極區的寬度。若忽略零偏壓或順向偏壓B-E接面時的空間電荷寬度，並使用陡峭接面的近似，則貫穿現象會在 $x_{dB} = x_{BO}$ 時發生。

$$x_{dB} = x_{BO} = \left\{ \frac{2\epsilon_s(V_{bi} + V_{pt})}{e} \cdot \frac{N_C}{N_B} \cdot \frac{1}{N_C + N_B} \right\}^{1/2}$$

其中 $V_{pt}$ 是逆偏B-C電壓。與 $V_{pt}$ 相比較可忽略 $V_{bi}$ ，我們可解出 $V_{pt}$ 為

$$V_{pt} = \frac{ex_{BO}^2}{2\epsilon_s} \cdot \frac{N_B(N_C + N_B)}{N_C}$$

# 例題 12.10

## ■ 題說

考慮一個均勻摻雜的矽雙極性電晶體具有冶金基極區寬度  $0.5 \mu\text{m}$ ，及基極區摻雜  $N_B = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 。預定的貫穿電壓為  $V_{pt} = 25 \text{ V}$ 。

## ■ 解答

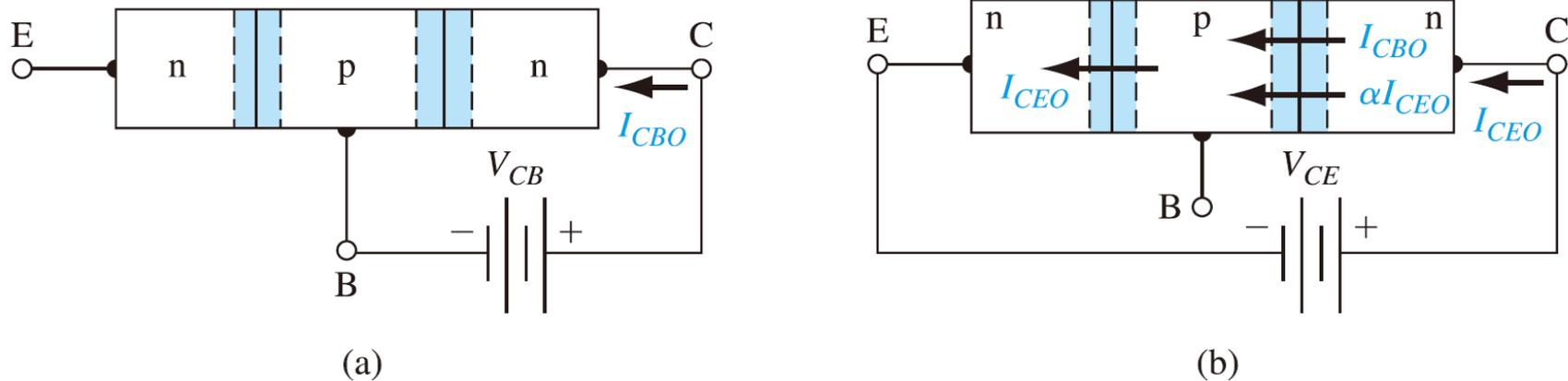
$$25 = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(0.5 \times 10^{-4})^2(10^{16})(N_C + 10^{16})}{2(11.7)(8.85 \times 10^{-14})N_C}$$

$$12.94 = 1 + \frac{10^{16}}{N_C}$$

$$N_C = 8.38 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$x_{dC} = x_C = 5.97 \mu\text{m}$$

# 崩潰電壓(續)



■ 圖 12.34 (a) 具飽和電流  $I_{CBO}$  的射極開路組態；(b) 具飽和電流  $I_{CEO}$  的基極開路組態

# 崩潰電壓(續)

- ❖ 圖所示的電流 $I_{CEO}$ 是一般逆向偏壓時的B-C接面電流，此項電流的部分成分乃是由集極區的少數載子電洞，跨過B-C的空間電荷區而進入基極區所形成的電流。
- ❖ 電洞流入基極區使得基極區具有較射極區更為正的電位，因而使得B-E接面變為順向偏壓。電子可從射極進入基極區，將使順向偏壓B-E接面產生 $I_{CEO}$ 電流。

# 崩潰電壓(續)

- ❖ 注入的電子經過基極區而擴散到B-C接面，這些電子會被雙極性電晶體內的復合過程所支配。當這些電子到達B-C接面時，其電流分量為  $I_{CEO}$ ，其中  $\alpha$  是共基極電流增益，所以有

$$I_{CEO} = \alpha I_{CEO} + I_{CBO}$$

或

$$I_{CEO} = \frac{I_{CBO}}{1 - \alpha} \approx \beta I_{CBO}$$

其中  $\beta$  是共射極電流增益。當電晶體偏壓成基極開路的組態時，逆向偏壓的接面電流變為  $I_{CBO}$  乘以電流增益的大小。

# 崩潰電壓(續)

- ❖ 當電晶體偏壓成如圖所示的射極開路的組態時，則當崩潰時逆向的接面電流  $I_{CBO}$  變成  $I_{CBO} \rightarrow MI_{CBO}$ ，其中  $M$  是倍增因數。經驗式的近似倍增因數可寫為

$$M = \frac{1}{1 - (V_{CB}/BV_{CBO})^n}$$

其中  $n$  是一個經驗常數，通常介於 3 和 6 之間； $BV_{CBO}$  是射極開路時的 B-C 崩潰電壓。

# 崩潰電壓(續)

❖ 當電晶體偏壓成如圖所示的基極開路時，B-C接面的電流於崩潰時將會被放大，而有

$$I_{CEO} = M(\alpha I_{CEO} + I_{CBO})$$

求解 $I_{CEO}$ ，可得

$$I_{CEO} = \frac{MI_{CBO}}{1 - \alpha M}$$

# 崩潰電壓(續)

❖ 崩潰的條件為

$$\alpha M = 1$$
$$\frac{\alpha}{1 - (BV_{CEO}/BV_{CBO})^n} = 1$$

求解 $BV_{CEO}$ ，可以得到

$$BV_{CEO} = BV_{CBO} \sqrt[n]{1 - \alpha}$$

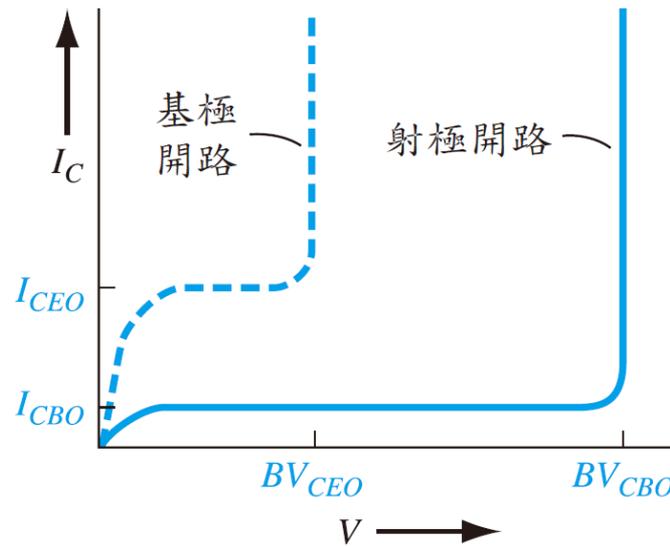
其中  $\alpha$  是共基極增益。

$$BV_{CEO} = \frac{BV_{CBO}}{\sqrt[n]{\beta}}$$

# 例題 12.11

## ■ 題說

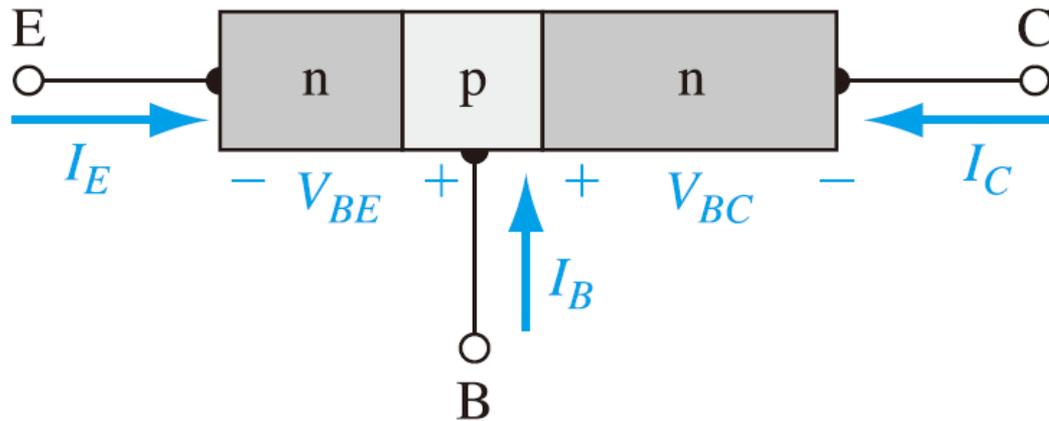
考慮一個矽的雙極性電晶體，具有共射極電流增益  $\beta = 100$  以及基極摻雜濃度  $N_B = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 。所需最小的基極開路接面崩潰電壓為  $15 \text{ V}$ 。



■ 圖 12.35 基極開路與射極開路組態下，相關的崩潰電壓以及飽和電流

# 12.5 等效電路模型

## ❖ 12.5.1 葉柏仕—莫勒模型



■ 圖 12.36 葉柏仕—莫勒模型的電流方向以及電壓極性定義

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

- ❖ 圖顯示出包含有電流方向和電壓極性的葉柏仕－莫勒模型。這些電流均定義為進入電晶體端點的電流，可寫為

$$I_E + I_B + I_C = 0$$

- ❖ 集極電流通常可以寫成

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R$$

其中  $\alpha_F$  是順作用模式的共基極電流增益。在此模式中，

$$I_C = \alpha_F I_F + I_{CS}$$

其中電流  $I_{CS}$  是逆偏B-C的接面電流。

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

❖ 電流 $I_F$ 定義為

$$I_F = I_{ES} \left[ \exp \left( \frac{eV_{BE}}{kT} \right) - 1 \right]$$

如果B-C接面變成順向偏壓時，則我們可把電流 $I_R$ 寫成為

$$I_R = I_{CS} \left[ \exp \left( \frac{eV_{BC}}{kT} \right) - 1 \right]$$

集極電流可以寫成

$$I_C = \alpha_F I_{ES} \left[ \exp \left( \frac{eV_{BE}}{kT} \right) - 1 \right] - I_{CS} \left[ \exp \left( \frac{eV_{BC}}{kT} \right) - 1 \right]$$

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

❖ 我們也可以把射極電流寫為

$$I_E = \alpha_R I_R - I_F$$

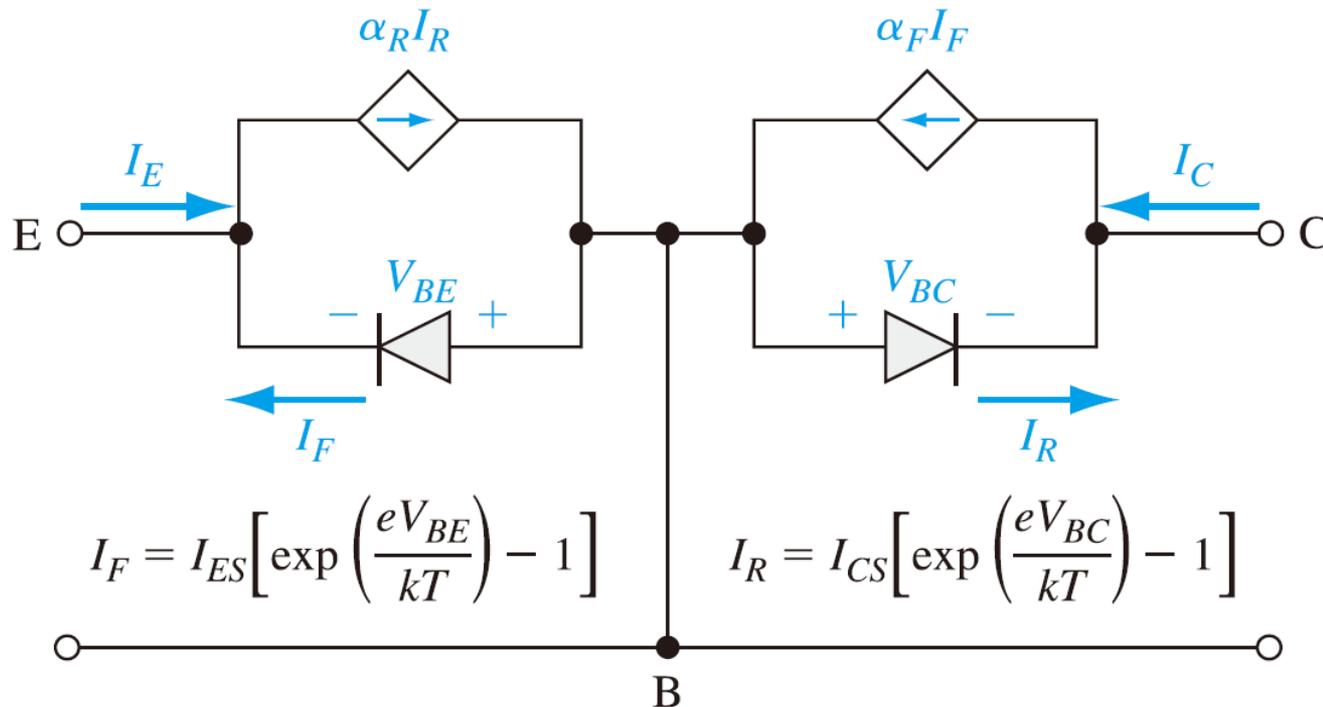
或

$$I_E = \alpha_R I_{CS} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right] - I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right]$$

電流 $I_{ES}$ 是逆偏B-E的接面電流，是逆作用模式的共基極電流增益。

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}$$



■ 圖 12.37 基本的葉柏仕－莫勒等效電路

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

- ❖ 藉由結合葉柏仕－莫勒方程式，我們可以找出 C-E飽和電壓  $V_{CE}(\text{sat})$  的表示式。

# 葉柏仕－莫勒模型(續)

$$-(I_B + I_C) = \alpha_R I_{CS} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BC}}{kT}\right) - 1 \right] - I_{ES} \left[ \exp\left(\frac{eV_{BE}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$V_{BE} = V_t \ln \left[ \frac{I_C(1 - \alpha_R) + I_B + I_{ES}(1 - \alpha_F \alpha_R)}{I_{ES}(1 - \alpha_F \alpha_R)} \right]$$

$$V_{BC} = V_t \ln \left[ \frac{\alpha_F I_B - (1 - \alpha_F)I_C + I_{CS}(1 - \alpha_F \alpha_R)}{I_{CS}(1 - \alpha_F \alpha_R)} \right]$$

$$V_{CE}(\text{sat}) = V_{BE} - V_{CB} = V_t \ln \left[ \frac{I_C(1 - \alpha_R) + I_B}{\alpha_F I_B - (1 - \alpha_F)I_C} \cdot \frac{I_{CS}}{I_{ES}} \right]$$

$$V_{CE}(\text{sat}) = V_t \ln \left[ \frac{I_C(1 - \alpha_R) + I_B}{\alpha_F I_B - (1 - \alpha_F)I_C} \cdot \frac{\alpha_F}{\alpha_R} \right]$$

# 例題 12.12

## ■ 題說

假設  $\alpha_F = 0.99$ ,  $\alpha_R = 0.20$ ,  $I_C = 1 \text{ mA}$  和  $I_B = 50 \mu\text{A}$ 。

## ■ 解答

$$V_{CE}(\text{sat}) = (0.0259) \ln \left[ \frac{(1)(1 - 0.2) + (0.05)}{(0.99)(0.05) - (1 - 0.99)(1)} \left( \frac{0.99}{0.20} \right) \right] = 0.121 \text{ V}$$

## 12.5.2 甘梅－普恩模型

❖ 一個npn電晶體的基極電子電流密度可以表示為

$$J_n = e\mu_n n(x)E + eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

如果基極區存在有非均勻的摻雜，則在基極區中會有電場存在。電場可以寫成下列型式：

$$E = \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{p(x)} \cdot \frac{dp(x)}{dx}$$

其中 $p(x)$ 是在基極區中多數載子電洞的濃度。

# 甘梅－普恩模型(續)

$$J_n = e\mu_n n(x) \cdot \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{p(x)} \cdot \frac{dp(x)}{dx} + eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J_n = \frac{eD_n}{p(x)} \left[ n(x) \frac{dp(x)}{dx} + p(x) \frac{dn(x)}{dx} \right] = \frac{eD_n}{p(x)} \cdot \frac{d(pn)}{dx}$$

$$\frac{J_n p(x)}{eD_n} = \frac{d(pn)}{dx}$$

$$\frac{J_n}{eD_n} \int_0^{x_B} p(x) dx = \int_0^{x_B} \frac{dp(x)}{dx} dx = p(x_B)n(x_B) - p(0)n(0)$$

# 甘梅－普恩模型(續)

$$J_n = \frac{-eD_n n_i^2 \exp(V_{BE}/V_t)}{\int_0^{x_B} p(x) dx}$$

- ❖ 分母的積分結果是基極區中多數載子的總電荷量，稱為**基極甘梅數**(base Gummel number)，標記為 $Q_B$ 。

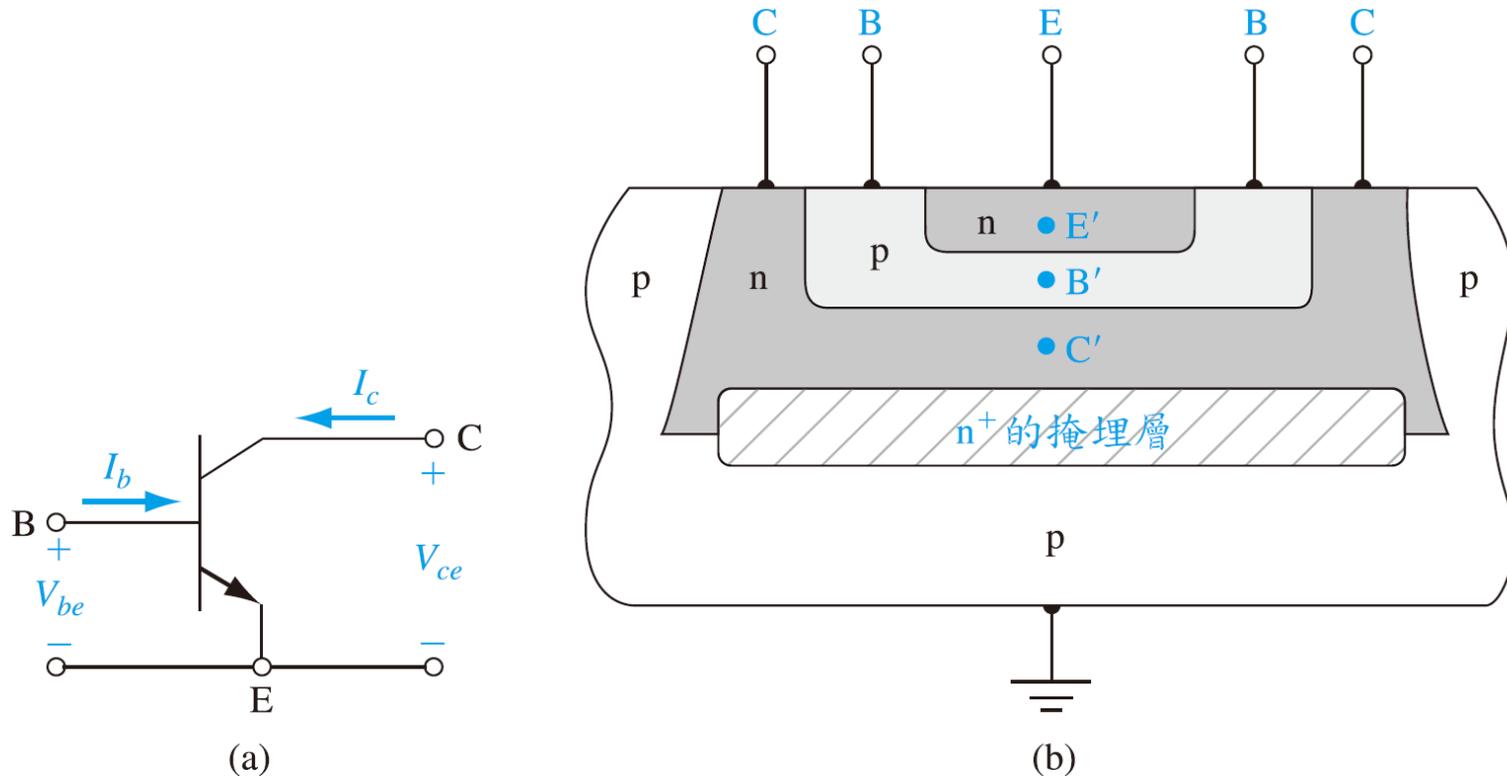
# 甘梅－普恩模型(續)

❖ 若我們對射極的部分以同樣的方式進行分析的話，則可以得到在npn電晶體射極處的電洞電流密度為

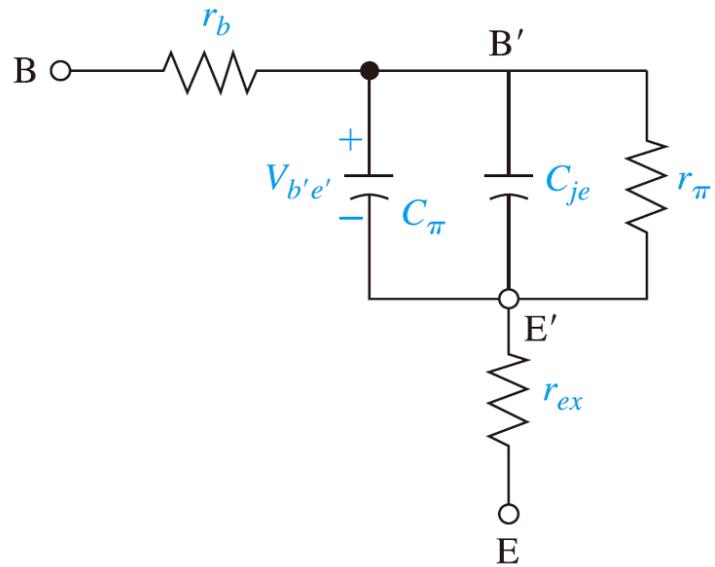
$$J_p = \frac{-eD_p n_i^2 \exp(V_{BE}/V_t)}{\int_0^{x_E} n(x') dx'}$$

分母的積分結果為射極區中多數載子的總電荷量，稱為射極甘梅數(emitter Gummel number)，標記為 $Q_E$ 。

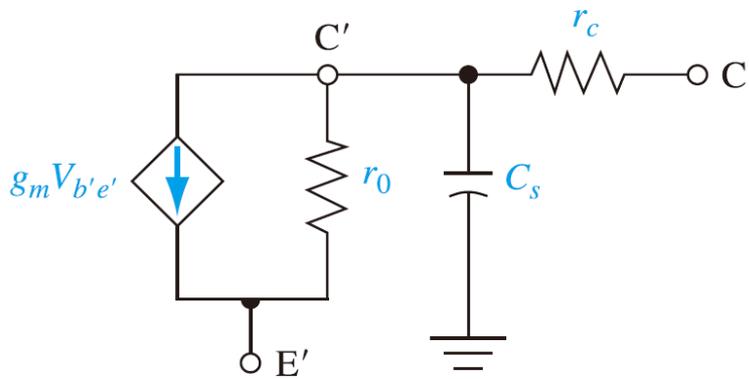
# 12.5.3 混合 $\pi$ 模型



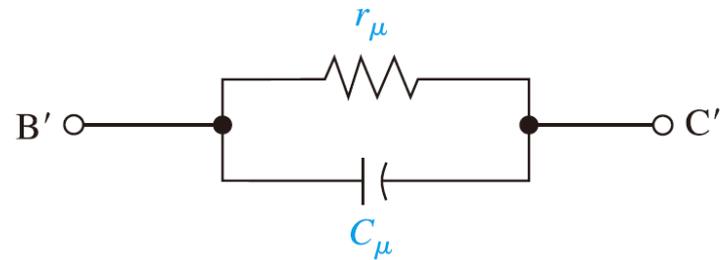
■ 圖 12.38 (a) 共射極 npn 雙極性電晶體，具有小信號電流和電壓；(b) 用於混合  $\pi$  模型的 npn 雙極性電晶體的截面圖



(a)



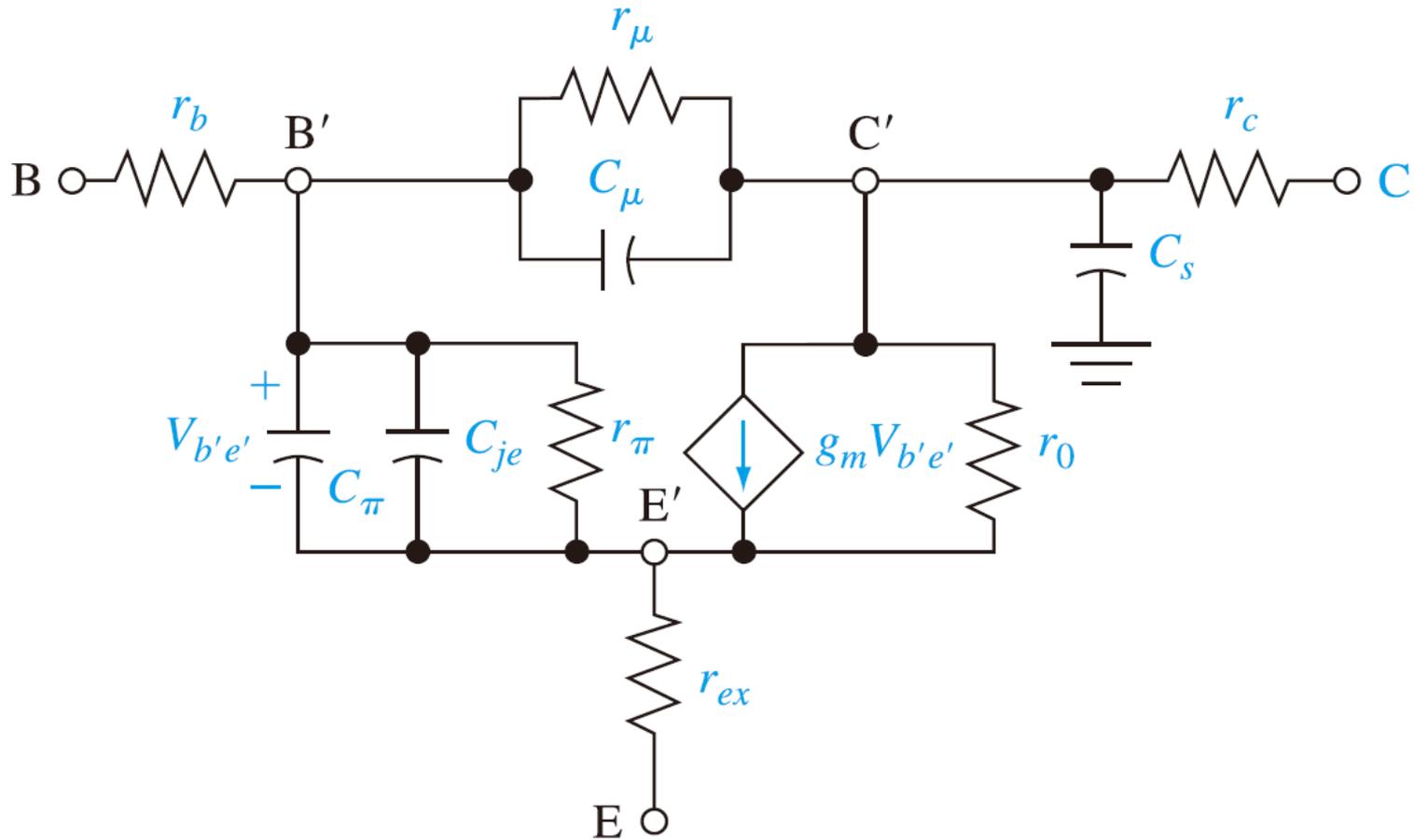
(b)



(c)

■ 圖 12.39 介於：(a) 基極和射極之間；(b) 集極和射極之間；及 (c) 基極和集極之間，混合  $\pi$  等效電路的組成元件

# 混合 $\pi$ 模型(續)



■ 圖 12.40 混合  $\pi$  等效電路

# 12.6 頻率限制

## ❖ 12.6.1 時間—延遲因數

❖ 射極至集極的總時間常數或延遲時間是由四項時間常數所組成，並可寫為

$$\tau_{ec} = \tau_e + \tau_b + \tau_d + \tau_c$$

其中

$\tau_{ec}$  = 射極至基極的延遲時間；

$\tau_e$  = 射極至基極接面電容的充電時間；

$\tau_b$  = 基極的渡越時間；

$\tau_d$  = 集極空乏區域的渡越時間；

$\tau_c$  = 集極電容的充電時間。

# 時間－延遲因數(續)

$$\tau_e = r'_e (C_{je} + C_p)$$

$$r'_e = \frac{kT}{e} \cdot \frac{1}{I_E}$$

$$\tau_b = \frac{x_B^2}{2D_n}$$

$$\tau_d = \frac{x_{dc}}{v_s}$$

$$\tau_c = r_c(C_\mu + C_s)$$

## 12.6.2 電晶體之截止頻率

❖ 電流增益是頻率的一個函數，

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{f}{f_\alpha}}$$

其中  $\alpha_0$  是低頻時的共基極電流增益，而  $f_\alpha$  定義為  $\alpha$  截止頻率 (alpha cutoff frequency)。此頻率  $f_\alpha$  與射極至集極的時間延遲  $\tau_c$  之關係為

$$f_\alpha = \frac{1}{2\pi\tau_{ec}}$$

# 電晶體之截止頻率(續)

❖ 由

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

$$|\beta| = \left| \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right| \approx \frac{f_\alpha}{f}$$

這裡我們假設了  $\alpha_0 \approx 1$ 。當信號頻率等於  $\alpha$  截止頻率時，共射極電流增益等於1。通常我們將此一截止頻率(cutoff frequency)標記為  $f_T$ ，亦即

$$f_T = \frac{1}{2\pi\tau_{ec}}$$

# 電晶體之截止頻率(續)

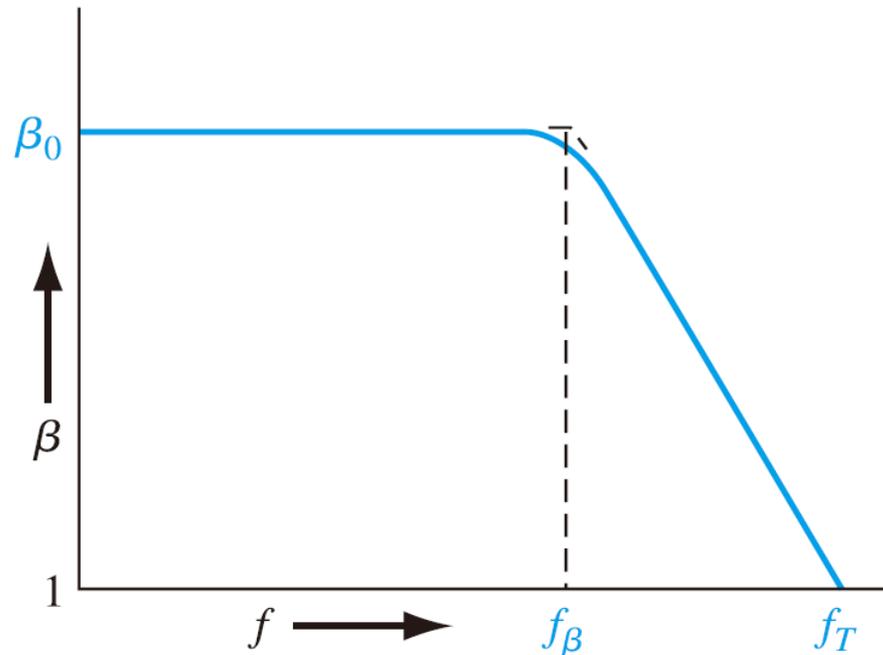
❖ 我們也可將共射極電流增益表示為

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + j(f/f_\beta)}$$

其中  $f_\beta$  稱為  $\beta$  截止頻率(beta cutoff frequency)，此為共射極電流增益數值降為低頻值的  $1/\sqrt{2}$  之信號頻率。

$$f_\beta \cong \frac{f_T}{\beta_0}$$

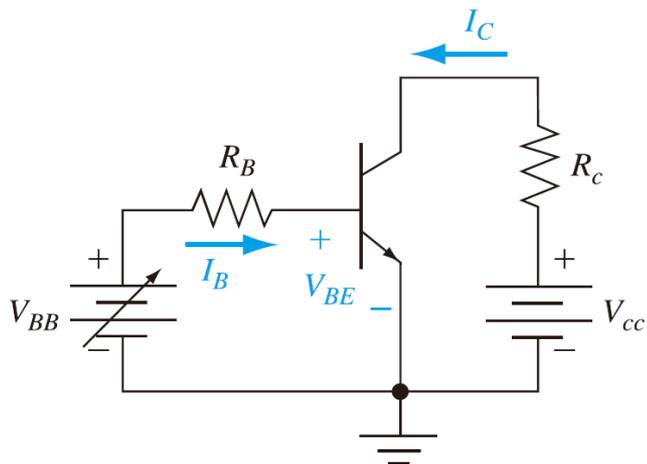
# 電晶體之截止頻率(續)



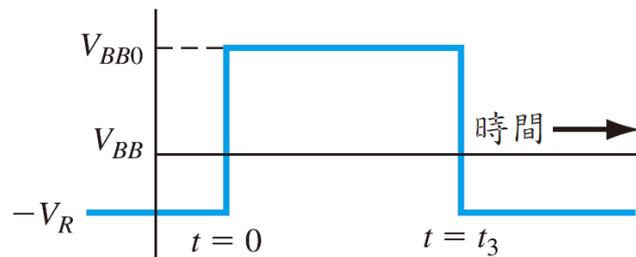
■ 圖 12.42 共射極電流增益對頻率的波德圖

# 12.7 大信號的切換

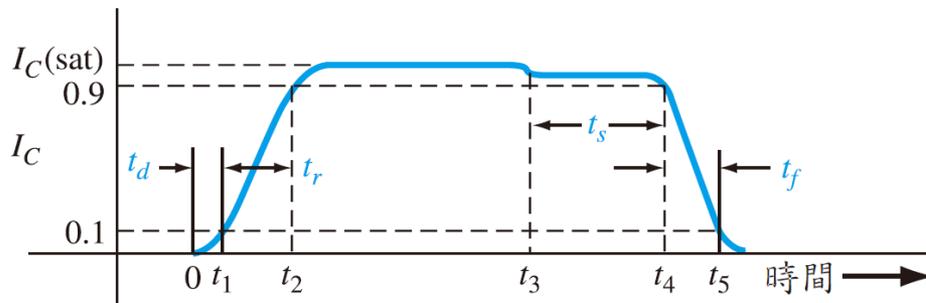
## ❖ 12.7.1 切換的特性



(a)

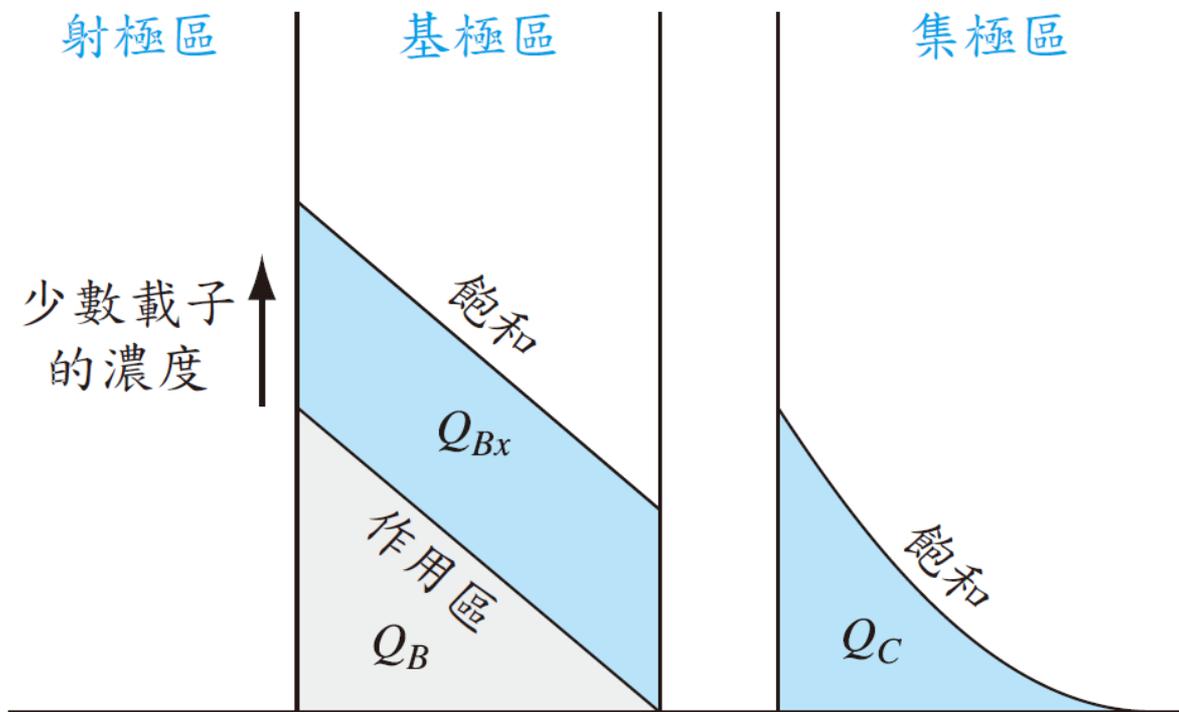


(b)



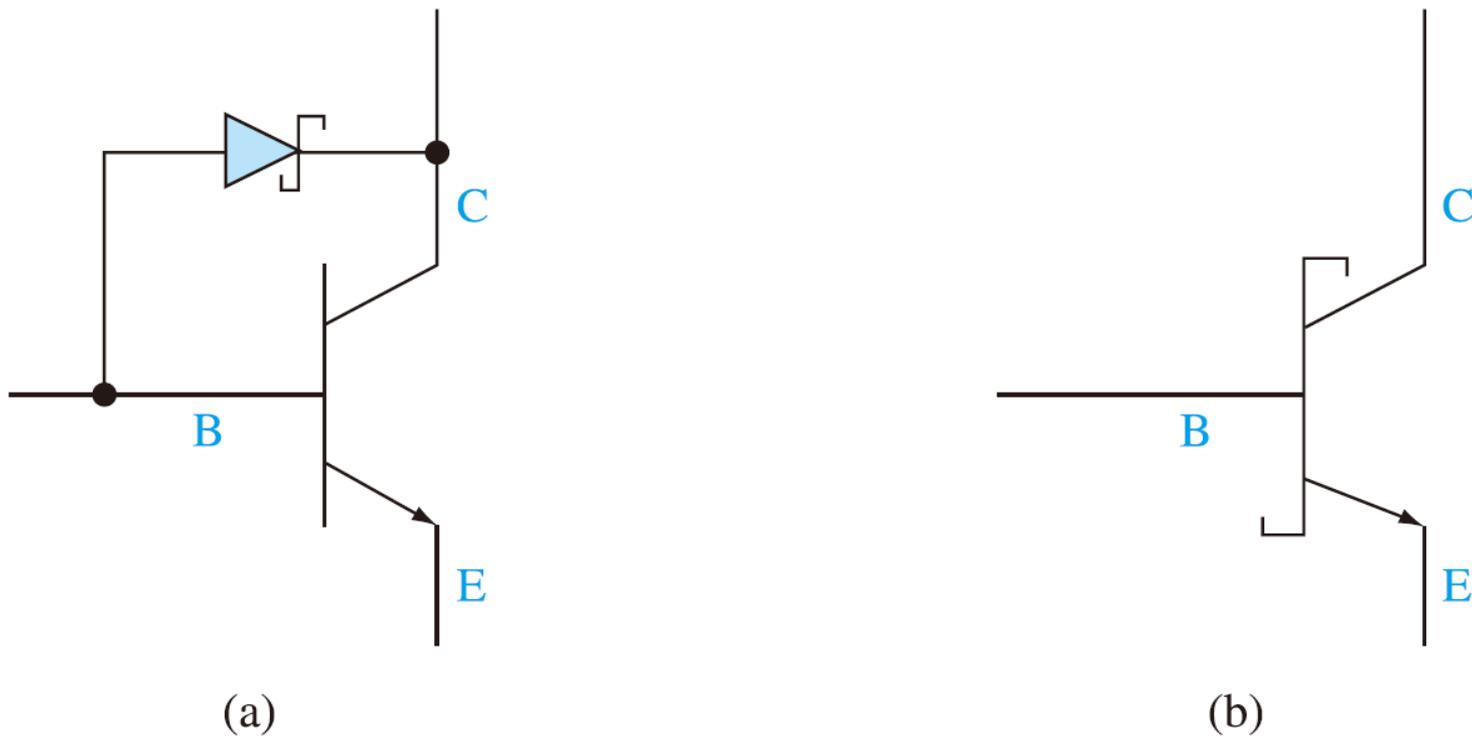
(c)

# 切換的特性(續)



■ 圖 12.44 於飽和作用與順作用情況下，基極、集極區內的儲存電荷

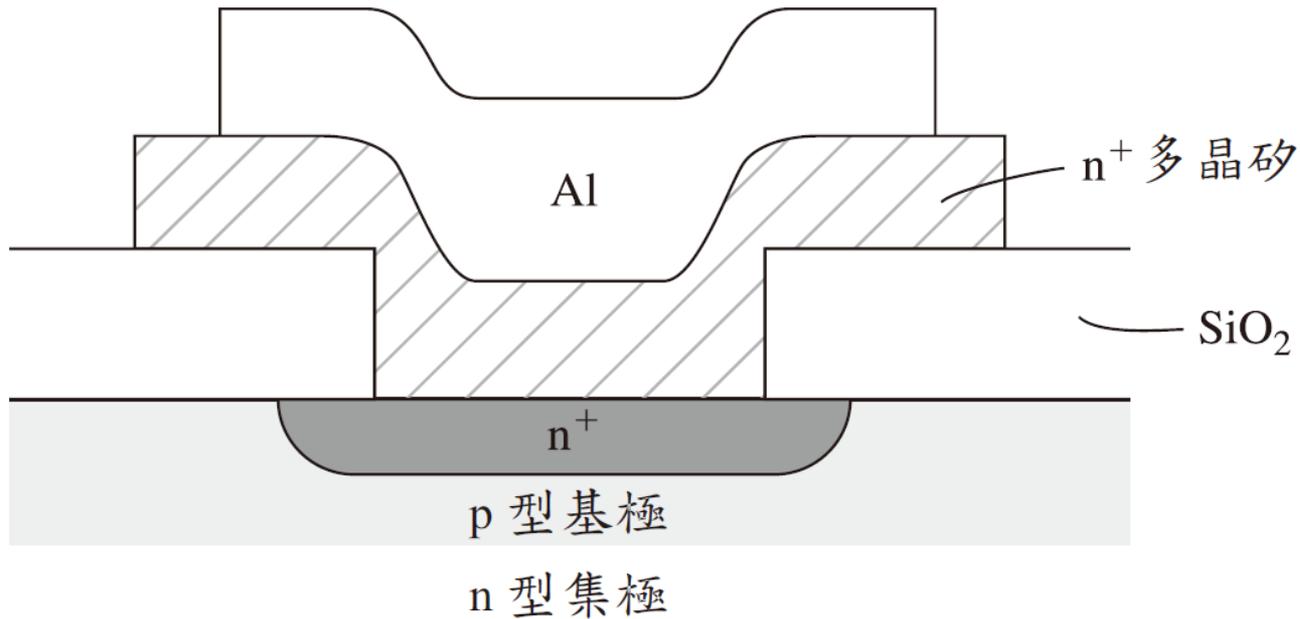
## 12.7.2 蕭特基箝制電晶體



■ 圖 12.45 (a) 蕭特基箝制電晶體；(b) 蕭特基箝制電晶體的電路符號

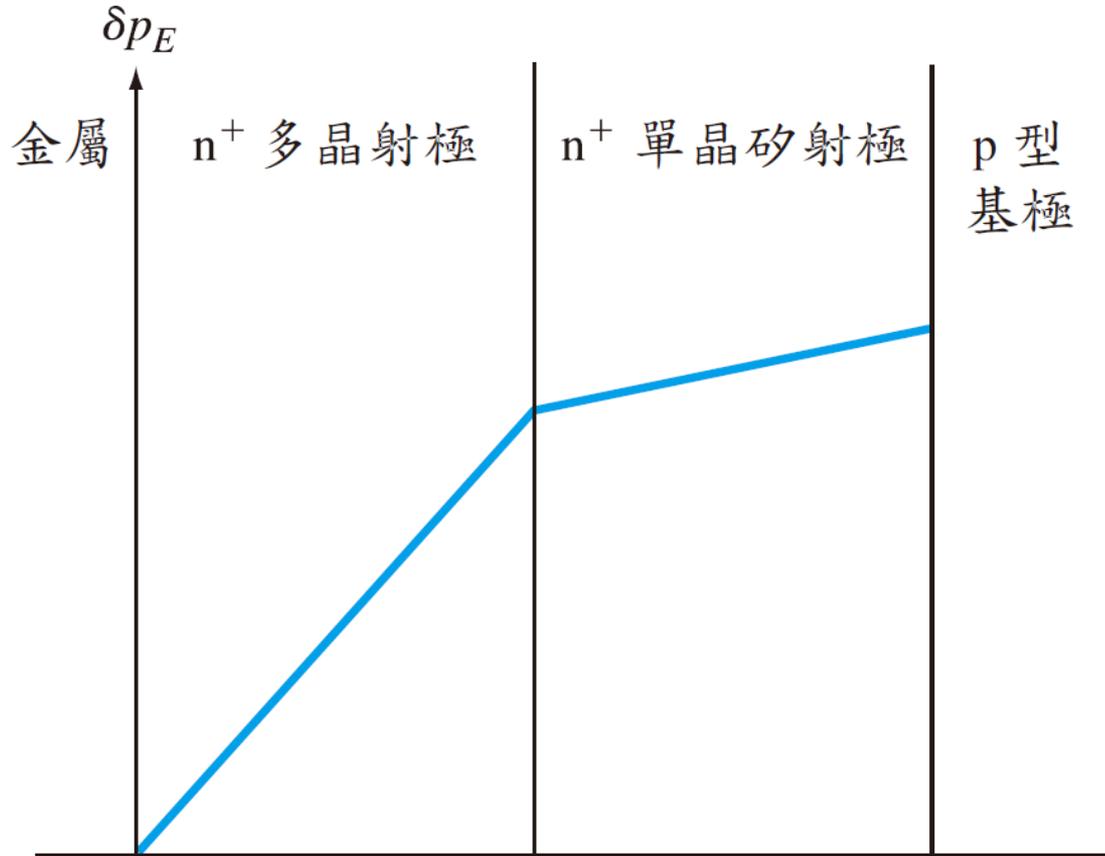
# 12.8 其他雙極性電晶體結構

## ❖ 12.8.1 多晶矽射極雙極性電晶體



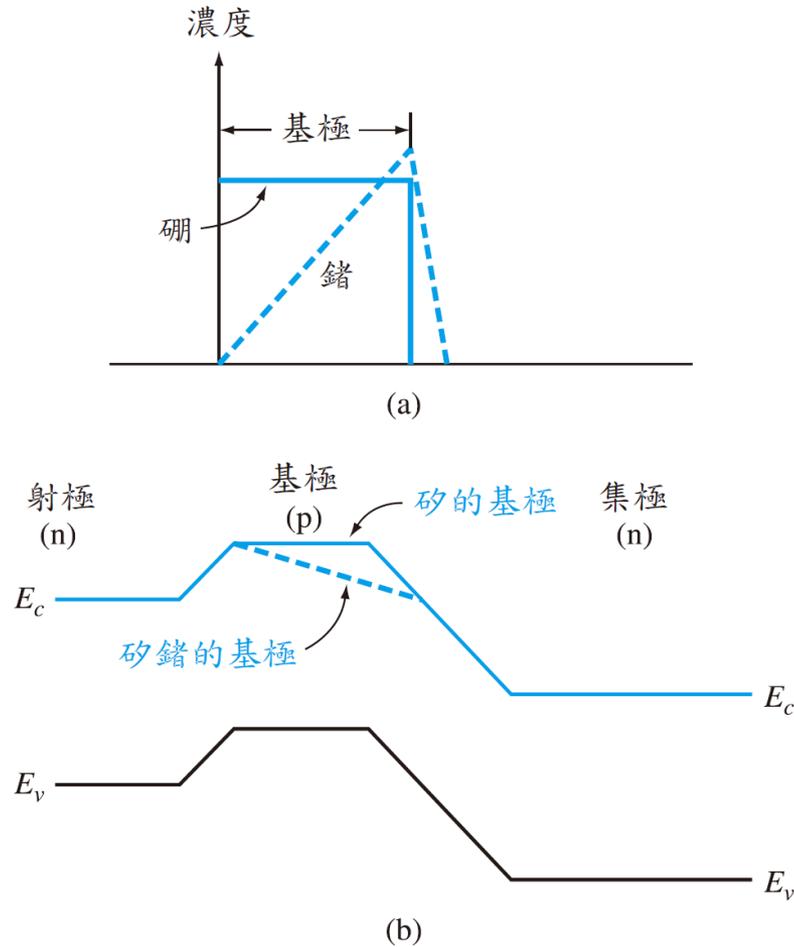
■ 圖 12.46 簡化的 npn 多晶矽射極雙極性電晶體的截面圖

# 多晶矽射極雙極性電晶體(續)



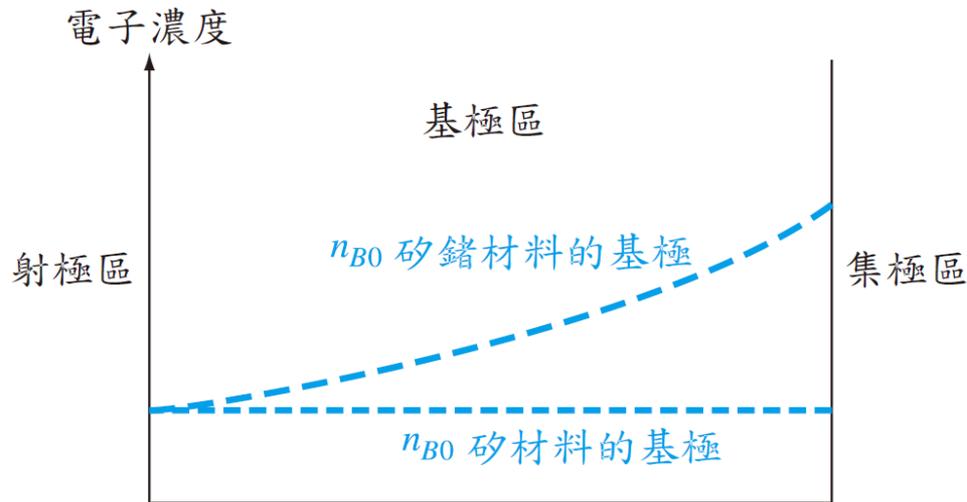
■ 圖 12.47 在  $n^+$  多晶矽以及  $n^+$  矽射極的過量少數載子電洞濃度

# 12.8.2 矽-鍺基極電晶體



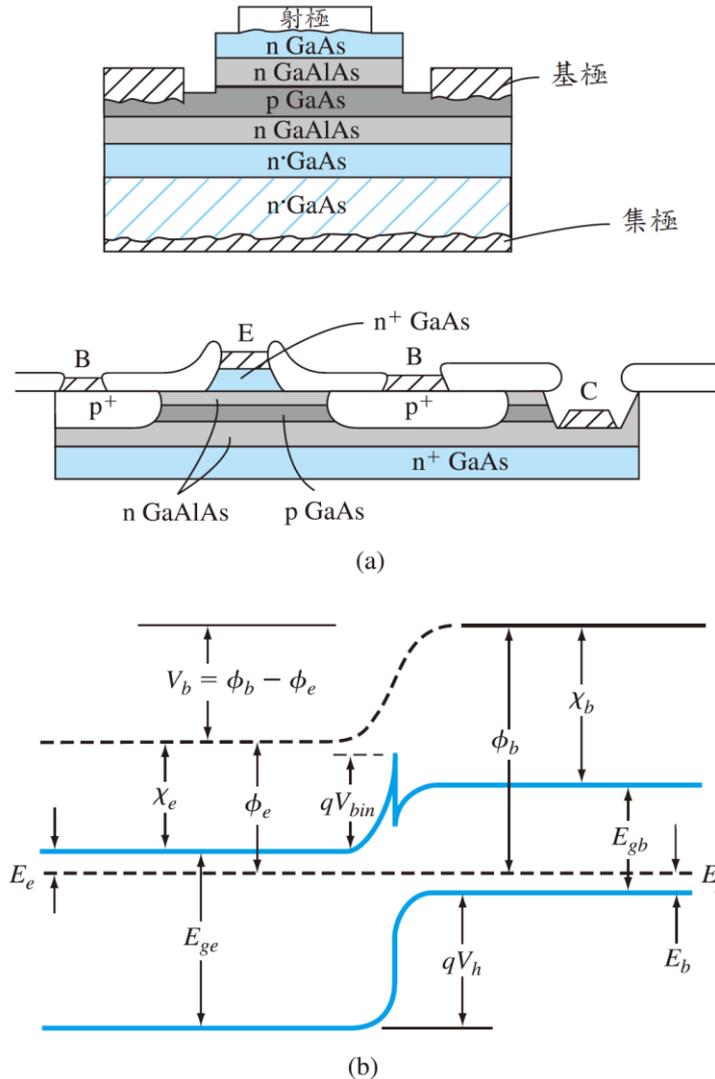
■ 圖 12.48 (a) 矽鍺基極電晶體之基極中，假定的硼及鍺的濃度；(b) 矽鍺基極電晶體及矽基極電晶體的能帶圖

# 多晶矽射極雙極性電晶體(續)



■ 圖 12.49 矽鍺基極與矽基極電晶體中，熱平衡下少數載子電子濃度於整個基極區的分布

# 12.8.3 異質接面雙極性電晶體



## 12.9 本章總結

- ❖ 雙極性電晶體有nnp及pnp互補式的結構。每一種電晶體都具有三個摻雜區域及兩個pn接面。中間的區域(基極區)非常窄，因此這兩個pn接面可視為會相互作用的接面。
- ❖ 順作用模式下，B-E接面為順向偏壓，B-C接面為逆向偏壓。多數載子由射極區被順偏的B-E接面電壓注入基極區中，在基極區中，這些電子變成少數載子。這些少數載子再經由擴散程序跨過基極區進入B-C接面的空間電荷區，而在該處被掃進集極區中。

# 本章總結(續)

- ❖ 當一個電晶體偏壓於順作用的操作模式時，電晶體一個端點上的電流(集極電流)是由跨降在電晶體其他兩個端點上的外加電壓(B-E電壓)所控制，此為電晶體基本的操作方式與原理。
- ❖ 我們決定了少數載子在電晶體每個區域中的濃度。元件中的主要電流是由這些少數載子的擴散所決定的。

# 本章總結(續)

- ❖ 基極電流增益為描述雙極性電晶體特性的一個主要參數，由此參數可推得共射極電流增益。共基極電流增益是一個具有三個因數的函數—射極注入效率因數、基極區傳輸因數以及復合因數。射極注入效率考量由基極區回注到射極區的載子、基極區傳輸因數考量基極區中的復合效應，而復合因數則是考量順向偏壓的B-E接面中載子復合的效應。

# 本章總結(續)

❖ 我們考慮了數種不理想的效應：

1. 基極區寬度調變或歐黎效應電中性的基極區寬度會隨著B-C接面電壓的改變而改變，因而造成集極電流也隨著B-C或C-E接面電壓的改變而改變。
2. 高階注入效應會造成集極電流隨B-E的電壓的增加而有較低的增加率。
3. 極高的射極區摻雜濃度可造成射極區能隙的窄化，因而產生較小的射極注入效率。

# 本章總結(續)

4. 電流塞擠效應會在射極區邊緣處產生一個比在射極區中央處還要大的電流密度。
5. 不均勻的基極區摻雜濃度會在基極區中衍生出一個電場來，此電場可幫助少數載子跨過基極區。
6. 兩種崩潰電壓的機制—貫穿及累增。

# 本章總結(續)

- ❖ 我們考慮了電晶體三個等效電路或數學模型。葉柏仕－莫勒模型，其等效電路適用於電晶體任何的操作模式。當電晶體中有不均勻的摻雜存在時，甘梅－普恩模型是較為適用的。小信號混合 $\pi$ 模型適用於在線性放大器電路中以順作用模式操作的電晶體。

# 本章總結(續)

- ❖ 截止頻率是電晶體的一個評比因數，截止頻率是共射極電流增益等於1時的頻率。頻率響應是E-B接面的電容充電時間、基極區渡越時間、射極空乏區渡越時間，以及集極電容充電時間的一個函數。
- ❖ 雖然切換的動作牽涉到大量電流、電壓的改變，但是切換的特性還是會與頻率限制有密切的關聯。切換過程中的一個重要的參數是電荷儲存時間，此電荷儲存時間用以評量電晶體由飽和切換至截止的表現。







